УДК 53.02

PACS number 91.40.Pc

Механизм возникновения тепловой энергии планет

Санкт-Петербургский Государственный Горный Университет

Е.Г.Якубовский

E -mail Yakubovski@rambler.ru

Согласно уравнению общей теории относительности, гравитационное поле при малых энергиях подчиняется волновому уравнению, аналогичному уравнению для электромагнитного поля для векторного и скалярного потенциала. При этом тепловая энергия возникает за счет затухания гравитационного поля, эффект связанный с трением поверхностей в двигающихся недрах Земли, причем гравитационная энергия переходит в тепловую энергию. При этом гравитационное поле Земли можно вычислить из решения уравнения Навье – Стокса по определению гравитационного поля внутри Земли и скорости движения недр Земли. При этом граничные условия, которые выполняются приближенно, определяют постоянное гравитационное поле на поверхности Земли и неподвижность поверхности Земли. При нагреве за счет трения внутренности Земли, масса Земли уменьшается, так как расходуется гравитационная энергия. Причем произведен расчет энергии, идущей из недр Земли и Солнца, который совпал с экспериментальным.

Происхождение тепловой энергии, идущей из недр Земли, не имеет объяснения. Если энергию звезд пытаются объяснить с помощью ядерных реакций, идущих внутри поверхности звезд, то происхождение тепловой вулканической энергии планет неизвестно. Причем вулканическая энергия обнаружена на всех планетах с большой массой. В предлагаемой статье это явление объяснено.

1. Вывод волнового уравнения для гравитационного поля

Гравитационное поле подчиняется волновому уравнению см. [1] с правой частью, пропорциональной тензору энергии-импульса массивных тел, что следует из уравнения общей теории относительности при малых энергиях гравитационного поля

$$\Delta\psi_0^l - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi_0^l}{\partial t^2} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}\tau_0^l.$$

Где вместо поправок к метрическому тензору Галилея h_i^k ввели величину $\psi_i^k = h_i^k - \delta_i^k h, h = h_i^i$. Величина $\psi_0^0 = 2\varphi / c^2 \to 2\gamma m/(rc^2)$.

Причем получается уравнение

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \frac{4\pi\gamma}{c^2} mc^2 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \; .$$

Где m масса создающей поле частицы, γ гравитационная постоянная. Тогда уравнения приобретут вид $\tau_0^l = mu^0 u^l c^2 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$, $g_{00} = 1 + \frac{2\varphi}{c^2}$ и уравнение ОТО имеет вид

$$\Delta\psi_0^l - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi_0^l}{\partial t^2} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}\tau_0^l .$$

При этом уравнение относительно скалярного потенциала гравитационного поля приобретает вид

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 4\pi m\gamma\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) .$$

По аналогии определяется векторный потенциал гравитационного поля $g_0^l = 1 + 2A^l / c^2$, который удовлетворяет уравнению

$$\Delta A^l - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A^l}{\partial t^2} = 4\pi m\gamma u^l \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), l = 1,...,3$$

Причем только компоненты с нулевым индексом содержат в правой части волнового уравнения, полученного из ОТО, тензор энергии-импульса, остальные компоненты наряду с тензором энергии импульса, являющегося величиной второго порядка малости V^2 / c^2, содержат поправки второго порядка малости, составленные из тензора Риччи $R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R$. Причем компоненты тензора ψ_0^l удовлетворяют условию калибровки Лоренца $\frac{\partial\psi_0^l}{\partial x^l} = 0$.

Полученные уравнения для потенциалов гравитационного поля имеют решение в виде потенциалов Лиенара-Вихерта

$$\varphi = \frac{m\gamma}{(R - \frac{\mathbf{VR}}{c})}, \mathbf{A} = \frac{m\gamma\mathbf{V}}{c(R - \frac{\mathbf{VR}}{c})}, R_k R^k = 0 .$$

2. Оценка потока энергии, образовавшейся в недрах Земли

Вычислим скалярный потенциал гравитациооного поля. Величина $T = 2\pi / \Omega$ это время равное одному периоду вращения Земли вокруг своей оси. Не дипольное излучение, определяемое волновым уравнением с правой частью дельта функцией с постоянным множителем, определяется по формуле (2.1) см. [1]. Тогда потенциал на поверхности Земли определяется по формуле

$$\varphi_n = \frac{m\gamma}{T} \int\limits_{-T/2}^{T/2} \frac{\exp[in\Omega t(1+V\sin\theta / c)]}{R(t)} dt . \qquad (2.1)$$

Величина $R(t) = R$, это радиус Земли, величина отношения скорости точек на экваторе к скорости света равна $V / c \sim 10^{-6} << 1$.

$$\begin{gathered}\varphi = \frac{M_e\gamma}{R}\{1 + \sum_{n=-\infty, n\neq 0}^{\infty} [\exp(i\pi nV\sin\theta / c) - \exp(-i\pi nV\sin\theta / c)] / \\ /[in(1+V\sin\theta / c)]\} = \frac{M_e\gamma}{R}[1 - 2\pi V\sin\theta /(c + V\sin\theta)]\end{gathered} . \qquad (2.2)$$

Где воспользовались формулой см. [2]

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty, n\neq 0}^{\infty} \exp(inx) / in = \frac{1}{2} - \frac{x}{2\pi}, x \in [0, 2\pi] .$$

Для главной части напряженности гравитационного поля имеем формулу

$$\begin{gathered}E_R = \frac{M_e\gamma}{R_e^2}[1 - 2\pi V\sin\theta /(c + V\sin\theta)] = g[1 - 2\pi V\sin\theta /(c + V\sin\theta)] = \\ = 980[1 - 2\pi V\sin\theta /(c + V\sin\theta)]\mathrm{dyn}^{1/2}/\mathrm{cm}\end{gathered} .$$

Вычислим энергию Земли. Потенциал гравитационного поля определяется по формуле

$$U(R) = \begin{cases} -\int\limits_R^{R_e} \gamma \frac{M_e}{R^2}\frac{R^3}{R_e^3} dR - \int\limits_{R_e}^{\infty} \gamma \frac{M_e}{R^2} dR, R < R_e \\ -\int\limits_R^{\infty} \gamma \frac{M_e}{R^2} dR, R > R_e \end{cases} = \begin{cases} -\frac{\gamma M_e (R_e^2 - R^2)}{2R_e^3} - \gamma \frac{M_e}{R_e}, R < R_e \\ -\gamma \frac{M_e}{R}, R > R_e \end{cases}$$

При этом если отсчитывать потенциал относительно потенциала нулевого радиуса, потенциал внутри тела равен

$$U(R) = \gamma \frac{M_e^2 R^2}{2R_e^3} .$$

Тогда энергия сферического слоя радиуса R и толщиной dR, равна

$$dE = \gamma M_e \frac{R^2}{2R_e^3} M_e \frac{R^2}{R_e^2}\frac{dR}{R_e}.$$

Проинтегрировав по объему шара, получим гравитационную энергию, которая сосредоточена внутри шара радиуса R_e

$$\int_0^{R_e} \gamma M_e \frac{R^2}{2R_e^3} M_e \frac{R^2}{R_e^2}\frac{dR}{R_e} = \frac{\gamma M_e^2}{10R_e} = 1.5\cdot 10^{30}\ \mathrm{J}.$$

При этом скорость движения будет ослабевать за счет эффекта сопротивления среды. Имеем уравнение сопротивления среды при скорости движения сравнимой со скоростью вращения Земли

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = \nu\Delta\mathbf{V} - \frac{\nabla P}{\rho} - \nabla\varphi. \qquad (2.3)$$

Необходимо отметить, что уравнение Навье - Стокса содержит кинематическую вязкость ν, уравнение Шредингера содержит мнимую кинематическую вязкость $i\hbar/m$, и уравнение Максвелла содержит кинематическую вязкость $\frac{c^2}{4\pi\sigma}$, где c скорость света, σ имеет размерность частоты и в случае электромагнитного поля ответственна за проводимость среды. Все эти кинематические вязкости обусловлены сопротивлением среды и имеют одинаковую размерность.

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = \nu\Delta V_i - \frac{\nabla P}{\rho} - \nabla\varphi$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{i\hbar}{m}\Delta\psi + U\psi / i\hbar$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma}(\Delta E_i + k^2\varepsilon\mu E_i)$$

При этом уравнение записано относительно декартовых компонент напряженности гравитационного поля, поэтому дополнительные члены не возникают. Будем решать это уравнение методом последовательных приближений в виде ряда $E_i = \sum_{p,n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} R^n c_{iknm}(t) Y_{nm}(\theta,\varphi)$. Полагаем, $\frac{\partial V_i}{\partial t} = -\frac{\partial\varphi}{\partial x_i} = E_i$ и остается уравнение в виде уравнения Лапласа. Не продифференцированное уравнение имеет вид

$$\Delta E_{i0} + \frac{1}{\nu}\left(\frac{\partial V_i}{\partial t} + \frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right) = 0$$

$$\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}R^2\frac{\partial E_{i0}}{\partial R} - \frac{n(n+1)E_{i0}}{R^2} + \frac{1}{\nu}\left(\frac{\partial V_i}{\partial t} + \frac{\partial\varphi}{\partial x_i}\right) = 0.$$

Чтобы определить решение в конечной области, зададим напряженность гравитационного поля в виде решения, где $E_i = Ah(t)R_i / R_e$ напряженность гравитационного поля, $h(t) = |\frac{4}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sin(2n+1)t}{2n+1}|$, эта функция равна единице, кроме точек, $t = \pi k$, в которых одна равна нулю. Эта функция описывает существование гравитационного потенциала, его мгновенное обнуление и вновь существование, как единственно возможный способ описания гравитационного поля имеющего значение $E_i = -\gamma M_e^2 R_i / R_e^3$ и имеющего конечное значение решения для скорости и потенциала в ограниченной области.

Решая не продифференцированное уравнение, получим растущее решение, коэффициенты которого окажутся равными нулю в результате вычислений

$$E_{i0nm} = \int_0^t h(t)\cdot(f_{i0nm}R^n + \frac{d_{i0nm}}{R^{n+1}})Y_{nm}(\theta,\varphi)dt .$$

будем решать один раз продифференцированное уравнение, оно имеет решение

$$E_{i1nm} = h(t)\cdot(f_{i1nm}R^n + \frac{d_{i1nm}}{R^{n+1}})Y_{nm}(\theta,\varphi) .$$

Продифференцированное по времени k раз уравнение имеет решение

$$E_{iknm} = h^{(k)}(t)\cdot(f_{iknm}R^n + \frac{d_{iknm}}{R^{n+1}})Y_{nm}(\theta,\varphi)$$

Итого, имеем решение до радиуса близкого к радиусу Земли

$$E_i(R,\theta,\varphi,t) = \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} c_{iknm}E_{nm}(R,\theta,\varphi)E_k(t) + h(t)R/R_e .$$
$$E_{nm} = R^n Y_{nm}(\theta,\varphi), E_k(t) = h^{(k)}(t)$$

При текущем радиусе несколько меньше радиуса поверхности Земли (такой радиус выбирается для сходимости ряда), имеем

$$E_i(R,\theta,\varphi,t) = \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}[f_{iknm}E_{nm}(R,\theta,\varphi) + d_{iknm}F_{nm}(R,\theta,\varphi)]E_k(t) + h(t)R/R_e$$
$$E_{nm} = R^n Y_{nm}(\theta,\varphi), F_{nm} = R^{-n-1}Y_{nm}(\theta,\varphi), E_k(t) = h^{(k)}(t)$$

Функции времени надо выбирать периодическими, чтобы граничные условия, выполнившись за период, выполнялись все время. Константы f_{iknm}, d_{iknm} определятся из условия на границе сферического тела, поле, должно быть, полем сферического тела массы M_e, т.е. должно выполняться

$$\gamma \frac{M_e^2}{R_e^3} \mathbf{R}_e = \mathbf{E}(R_e, \theta, \varphi, t) .$$

Откуда определятся константы, определяющие переменное внутри Земли гравитационное поле. При дальнейшем увеличении радиуса уравнение Навье – Стокса не будет описывать внешность сферы и поле будет постоянным, подчиняющимся уравнением гравитации в пустом пространстве.

Кроме определения гравитационного поля Земли, надо определить движение среды внутри недр Земли. Для определения скорости среды надо использовать уравнение $\frac{\partial V_i}{\partial t} = E_i$, т.е. скорость среды равна

$$V_i(R,\theta,\varphi,t) = \sum_{n,k=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} [f_{iknm} E_{nm}(R,\theta,\varphi) + d_{iknm} F_{nm}(R,\theta,\varphi)] \int_0^t E_k(u)du + \\ + \int_0^t h(t) R / R_e dt .$$

Полученные решения позволяют добиться постоянного поля на поверхности Земли и нулевой скорости движения поверхности Земли за счет выбора коэффициентов $c_{iknm}, f_{iknm}, d_{iknm}$. Но при этом ряды должны быть сходящимися, что не всегда удается добиться, особенно у ряда Лорана по положительным и отрицательным степеням радиуса. Это приводит к движению поверхности земли и к не постоянству гравитационного поля Земли. Возможны движения материков и подъем, и опускание земной поверхности, за счет образования или сглаживания гор.

Эта энергия преобразуется в движение массы, которое переходит в тепловую энергию, аналогично разогреву тела под действием трения или скин-эффекту. Но действие затухания уменьшает это поле, создавая движение масс, которые превращают статическую энергию в тепловую. При этом затухание уменьшает поле, но оно вновь образуется, т.е. выделяется энергия, равная энергии гравитационного поля. Вот откуда берется энергия, которой обладает наша планета. При этом полная энергия Земли равна $E = mc^2 = 6 \cdot 10^{24} \cdot 9 \cdot 10^{16}\,\mathrm{J} = 5.4 \cdot 10^{40}\,\mathrm{J}$, причем из этой энергии $1.5 \cdot 10^{30}\,\mathrm{J}$ является гравитационной. Когда гравитационная энергия превращается в тепловую, это приводит к уменьшению массы планеты, расходуемой на ее разогрев. Поток тепла, идущий из Земли равен $1.2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{cal/(cm^2\,sec)}$ см. [3]. Вся энергия, идущая из недр Земли, равна $2.2 \cdot 10^{13}\,\mathrm{J/sec}$. Следовательно, потребуется

$1.2 \cdot 10^{31} \sec \sim 4 \cdot 10^{20} year$, чтобы Земля испарилась. При этом возраст Вселенной $t_0 > 1.4 \cdot 10^{10} year$ см. [4].

Для описания расплавленных масс, необходима частота $2\pi\nu / R_e^2$. В самом деле, рассмотрим уравнение Навье – Стокса, записанное только относительно скорости см. [5]

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla \times \mathbf{V} = \nabla \times [\mathbf{V}, \nabla \times \mathbf{V}] + \nu\Delta(\nabla \times \mathbf{V}) .$$

Приведем это уравнение к безразмерному виду, для чего разделим это уравнение на величину ν^2 / R_e^4, получим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\nabla \times \mathbf{R} = \nabla \times [\mathbf{R}, \nabla \times \mathbf{R}] + \Delta(\nabla \times \mathbf{R}) .$$

Где $\mathbf{R} = \frac{R_e \mathbf{V}}{\nu}$, характерный размер равен радиусу Земли R_e, величина ν кинематическая вязкость, причем введено безразмерное время $\tau = t\nu / R_e^2$, операторы ∇ в последней формуле безразмерны.

Оценим кинематическую вязкость металла. Коэффициент трения металла по металлу порядка $k = 0.15$. При этом имеем закон, определяющий силу трения $F = kmg$, где m масса тела, g ускорение свободного падения. Разделим на величину площади соприкасающейся поверхности, умножим и разделим на характерную высоту тела, получим $\sigma = k\rho hg$, где величина ρ это плотность тела, h высота тела. Градиент скорости соответствует отношению величины разности скорости движущейся и неподвижной поверхности на размер шероховатости $\Delta = 10^{-5} m = 0.01 mm$. В результате получим формулу $\sigma = \rho \frac{kgh\Delta}{V} \frac{\partial V}{\partial n}$.

Получаем характерную величину кинематической вязкости металла в недрах Земли $\nu = \frac{kgR_e\Delta}{V} = 0.15 \cdot 9.8 \cdot 6 \cdot 10^6 \cdot 10^{-5} / 10 \mathrm{m}^2 / \sec = 8.8 \mathrm{m}^2 / \sec$. Характерная высота тела соответствует характерному размеру Земли, равному радиусу Земли, создающему высокое давление в недрах Земли, характерная скорость тела $10 m / \sec$, при которой сила трения имеет такое значение.

При этом величина энергии $1.5 \cdot 10^{30} \mathrm{J}$ является гравитационной. Энергией, соответствующей потоку гравитационной энергии будет $1.5 \cdot 10^{30} \mathrm{J}$, умноженной на частоту, характеризующую процессы переноса в недрах Земли $2\pi\nu / R_e^2$ и умноженной на долю двигающейся энергии, пропорциональной величине

$$\int_0^{\pi} \{[1-2\pi V\sin\theta/(c+V\sin\theta)]^2-1\}\sin\theta d\theta=-\int_0^{\pi} 4\pi V\sin^2\theta d\theta/c$$

и равной $2\pi V/c$. Знак минус означает, что энергия гравитационного поля выделяется, а не увеличивается. Где V скорость вращения поверхности Земли, $c=3\cdot 10^8 m/\sec$ скорость света в недрах Земли.

Итого, получаем формулу для выделяемой энергии недрами Земли

$$1.5\cdot 10^{30}\frac{2\pi\nu}{R_e^2}2\pi\frac{V}{c}=1.5\cdot 10^{30}\frac{2\pi\cdot 2\cdot\pi\cdot 8.8\cdot 465}{6.4^2\cdot 10^{12}\cdot 3\cdot 10^8}\text{J/sec}=$$
$$=2.\cdot 10^{13}\text{J/sec}$$

Т.е. поток энергии нарастает при увеличении радиуса, и на поверхности Земли поток энергии равен $2.0\cdot 10^{13}\text{J/sec}$. Это величина близка экспериментально измеренной величине потока тепла $2.2\cdot 10^{13}\text{J}/\sec$.

При этом Солнце не вращается как единое целое, поэтому излученная энергия равна выделяемой статической энергией деленной на период турбулентного вращения. Причем кинематическая вязкость материала Солнца равна $\nu=\frac{kgR_s\Delta}{V}$, т.е. в сто раз больше кинематической вязкости Земли

$$E=\frac{\gamma M_s^2}{10R_s}\frac{2\pi\nu}{R_s^2}=\frac{6.67\cdot 10^{-11}(1.98\cdot 10^{30})^2 2\pi 880}{10\cdot(6.96\cdot 10^8)^3}=.$$
$$=4.3\cdot 10^{26}\text{J}/\sec$$

При энергии излучения Солнца $3.9\cdot 10^{26}\text{J}/\sec$ см. [3].

Литература

1. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц* Теория поля т.II, «Наука», М.,1973.
2. *В.С. Владимиров* Уравнения математической физики М.:, «Наука»,1981г, 512с.
3. *Кикоин И.К.* Таблицы физических величин М.:-, «Атомиздат», 1976г., 1009стр
4. *Д.С. Горбунов, В.А.Рубаков* Введение в теорию ранней Вселенной М.:-, издательство ЛКИ, 2008г., 552стр.
5. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц* Гидродинамика, т.VI, М.-, «Наука»,1988г., 736с.