Общая теория гравитационного и электромагнитного поля

Е.Г. Якубовский

e-mail yakubovski@rambler.ru

Электромагнитное поле при больших энергиях

1. Введение множителя в уравнение общей теории относительности, позволяющего описывать электромагнитное поле

Основные попытки обобщения уравнений Максвелла связаны с развитием методов вычисления собственной энергии электрона. Т.е. с необходимостью такого обобщения, чтобы формула для энергии электрона не стремилась к бесконечности, при радиусе, относительно центра электрона, стремящемся к нулю. Причем при больших расстояниях от излучателя, оно должна приводить к уравнениям классической электродинамики.

Существует распространенная ошибка, что классическое электромагнитное поле не применяется при условии (1.1). На самом деле это граница, когда начинается квантовое описание частицы.

$$\hbar\omega_H = \frac{\hbar e H}{m_e c} = \frac{137 e^3 H}{m_e c^2} < 2 m_e c^2. \qquad (1.1)$$

Существуют границы нелинейного электромагнитного описания тел. Они получаются из формулы (1.14) $|\frac{(ie + m\sqrt{\gamma})A_\alpha}{mc^2}| < 1$. Применяя эту формулу нелинейного эффекта к квантовому состоянию электрона, получим порядок величины формулы (1.1) $|\frac{(ie + m\sqrt{\gamma}) r_e H}{mc^2}| = \frac{e^3 H}{m_e^2 c^4} < 1, r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$.

Условие нелинейности электромагнитного поля эквивалентно

$$\frac{eA}{m_e c^2} = \frac{E_{e.m.}}{m_e c^2} >> 1, E_{e.m.} = eA \qquad (1.2)$$

Характерная энергия электромагнитного поля при удержании плазмы с помощью электромагнитного поля равна $20-100keV$, при величине энергии электрона $0.5MeV$.

Получается, что малый параметр ОТО при удержании плазмы равен $\frac{E_{e.m.}}{m_e c^2} = 0.04 \div 0.2$. Для удержания плазмы значение этого коэффициента имеет значение $0.04 \div 0.2$, т.е. классическая электродинамика выполняется с точностью $4 \div 20\%$.

Уравнение общей теории относительности имеет вид (см.[1])

$$R_i^k = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(T_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k T), \qquad (1.3)$$

где R_i^k получен из тензора Риччи, обозначаемого R_{ik} – свернутого тензора кривизны пространства, T_i^k тензор энергии-импульса единицы объема тела, величина γ это гравитационная постоянная, c скорость света.

Но уравнение общей теории относительности не содержит зарядов частиц, и, следовательно, не описывают электромагнитные взаимодействия. Необходим множитель в правой части уравнения общей теории относительности, позволяющий ввести в уравнение электромагнитные заряды и стремящийся к единице, при нулевом заряде или при большой массе.

Гравитационную массу покоя представим, как $\sqrt{\gamma}m$ и введем дополнительный множитель в правую часть уравнения ОТО

$$(1+\frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}})(1+\frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}}) = (1+\frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}}+\frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}}-\frac{q_1q_2}{m_1m_2\gamma}), \qquad (1.4)$$

учитывающий электромагнитный заряд частиц разного знака

$$R_i^k = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(1+\frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}})(1+\frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}})(T_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k T). \qquad (1.5)$$

При величине массы, удовлетворяющей условию $m \to \infty$, получим стандартное детерминированное уравнение общей теории относительности. Причем гравитационный радиус

$$r_g = 2\gamma m_2 / c^2 - 2q_1 q_2 /(m_1 c^2) + 2iq_1 m_2 \sqrt{\gamma} / m_1 c^2 + 2iq_2 \sqrt{\gamma} / c^2 \qquad (1.6)$$

для малых частиц имеет размер, соответствующий размерам квантовой механики. При этом, если имеем взаимодействие частицы и античастицы, то гравитационный радиус равен $r_g = 2\gamma m / c^2 + 2e^2 /(mc^2)$. В случае взаимодействия двух электронов гравитационный радиус комплексный и равен $r_g = 2\gamma m / c^2 - 2e^2 /(mc^2) + 4ie\sqrt{\gamma} / c^2$. При этом физический смысл имеет модуль гравитационного радиуса. Для описания микромира необходимо при использовании метрического тензора, чтобы он имел характерный размер, соответствующий размерам элементарных частиц. Процесс излучения электромагнитной энергии связан с имеющим малые размеры электроном.

Но возникает проблема описания электромагнитного поля, спин фотона которого равен 1, а спин гравитационного поля равен 2. Но введение мнимого потенциала снимает эту проблему. Действие электромагнитного поля на диполь составленный из частицы – античастицы проявляет себя как электромагнитное поле со спином 2. При повороте диполя на π надо добавить комплексное сопряжение, так как такой поворот соответствует зарядовому сопряжению диполя. Значит, мнимая величина заряда умножается на минус единицу и получается эквивалентное состояние, значит, спин электромагнитного поля для частицы и античастицы равен двум, так как поворот на π приводит к эквивалентному состоянию. Значит, электромагнитное поле при взаимодействии частицы и античастицы описывается уравнение ОТО. При этом гравитационный радиус считается по формуле $r_g = \frac{2\gamma m}{c^2} + \frac{e^2}{mc^2}$, т.е. получаем одинаковую структуру электромагнитного и гравитационного поля. При взаимодействии произвольных частиц изменяется структура гравитационного радиуса см. формулу (1.6), так как спин гравитационного и электромагнитного поля разный.

Но дело в том, что классическое описание поля применимо для описания движения электрона в поле ядра, несмотря на то, что излученное атомом энергия поля квантуется и «радиус» орбиты электрона дискретен. Аналогично нелинейное классическое описание поля можно использовать до образования электрон-позитронных пар. Для образования электрон-позитронных пар необходимо столкновение двух фотонов, учитывая, что энергия частиц, а значит, и их поле может квантоваться. Но, как и энергия электрона в атоме, энергия частиц в электромагнитном поле может квантоваться, квантуя и электромагнитное поле. Так энергия электронов в поле ядра равна $E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}$, причем средняя величина обратного радиуса равна $< \frac{1}{r} >= \frac{me^2}{\hbar^2 n^2}$, т.е. электромагнитная энергия квантуется. Т.е. при описании электрона первоначально теоретически подсчитанная энергия электромагнитного поля непрерывна, а после решения уравнения Шредингера или Дирака, так как средние координаты становятся дискретными при усреднении, энергия электромагнитного поля при усреднении квантуется и становится дискретной. Аналогичный процесс происходит при рождении электрон-позитронных пар. Т.е. применять описание поля при высоких энергиях можно всегда, только при не выполнении условия $| E |< H_0 \frac{m_p^2 N_{av}}{m_e^2} \alpha_{em}^{3/2}$ для массивных тел, состоящих из множества частиц, энергия поля квантуется.

Построим, метрический тензор общей теории относительности по функции Лагранжа в случае электромагнитного и гравитационного поля. При этом меняется идеология уравнения ОТО. Если уравнения ОТО определяют гравитационное поле и движение среды, то в данном случае рассматривается только значение 10 компонент метрического тензора g_{ik}, при 10 независимых уравнений ОТО. Причем на метрические тензоры наложены четыре условия $\frac{D(R_i^k - \delta_i^k R/2)}{\partial x^k} = \frac{DT_i^k}{\partial x^k} 0$. При этом независимым образом определяется движение макротел, описываемых с помощью равенства нулю ковариантной производной от четырехмерной скорости частиц. При этом для слабого электромагнитного поля для макро частиц определится сила Лоренца, а при сильном электромагнитном поле надо использовать его описание с помощью модифицированной ОТО.

Функция Лагранжа частицы в электромагнитном и гравитационном поле при малых поправках к тензору метрики Галилея, равна

$$L = -mc^2\sqrt{1 - V^2/c^2} - q_1 A_i V^i / c - mU\,, \tag{1.7}$$

где четырехмерная скорость при малой скорости движения тела равна $V^i / c = (1, V^\alpha / c), \alpha = 1,...,3; i = 0,...,3$. Вводя вместо заряда e комплексный заряд $iq_1 + m\sqrt{\gamma}$, где гравитационный потенциал U входит в потенциал A_0. Имеем соотношение

$$S = -mc\int ds = \int \ Ldt\,, \tag{1.8}$$

Величина A_i определена с точность до градиента функции $\mathbf{A} = \mathbf{A}' + \nabla\alpha, \varphi = \varphi' - \frac{1}{c}\frac{\partial\alpha}{\partial t}$ при калибровке Лоренца. Но при подстановке в (1.8) получаем соотношение

$$S = \int Ldt - e\int d\alpha / c = \int Ldt - e\alpha / c\,. \tag{1.9}$$

Получаем, что величина α включается в действие частицы, т.е. величина четырехмерного потенциала определяется однозначно за вычетом градиента функции при малых энергиях, когда уравнение ОТО сводятся к волновым уравнениям. Т.е. надо определить векторный и скалярный потенциал. Вектор $\mathbf{A}$ содержит $\nabla\alpha$, а скаляр φ содержит $-\frac{1}{c}\frac{\partial\alpha}{\partial t}$, причем скаляр α удовлетворяет волновому уравнению в силу условия калибровки Лоренца.

Т.е. скаляр равен функции, удовлетворяющей волновому уравнению

$$\alpha(x_0,..,x_3)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(ikx_0)[a_{nm}H_{n+1/2}^{(1)}(kr)+b_{nm}H_{n+1/2}^{(2)}(kr)]\times \\ \times Y_{nm}(\theta,\varphi)/\sqrt{kr}dk \qquad (1.10)$$

вне тела и внутри тела равен

$$\alpha(x_0,..,x_3)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}a_{nm}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(ikx_0)J_{n+1/2}(kr\sqrt{\varepsilon})Y_{nm}(\theta,\varphi)/\sqrt{kr}dk\,.$$

Известный вектор $\mathbf{A}$, определенный по однозначному значению метрического тензора, можно представить в виде соленоидальной и градиентной составляющей. Взяв операцию, дивергенция от этого вектора, выделим градиентную составляющую, получим равенство, справедливое внутри тела

$$\nabla\mathbf{A}=\Delta\alpha(x_0,..,x_3)=$$

$$=\Delta\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}a_{nm}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(ikx_0-k^2/\sigma^2)J_{n+1/2}(kr\sqrt{\varepsilon})Y_{nm}(\theta,\varphi)/\sqrt{kr}dk= \qquad (1.11)$$

$$=-\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}a_{nm}\int_{-\infty}^{\infty}k^2\exp(ikx_0-k^2/\sigma^2)J_{n+1/2}(kr\sqrt{\varepsilon})Y_{nm}(\theta,\varphi)/\sqrt{kr}dk$$

При этом произведена регуляризация этого интеграла. Откуда можно определить коэффициенты a_{nm}, и значит определить градиентную составляющую вектора. Значит, можно выделить соленоидальную часть векторного потенциала, для которой и справедливо уравнение ОТО.

Причем справедлива формула

$$ds=[\sqrt{1-V^2/c^2}+(iq_1+m_1\sqrt{\gamma})A_iV^i/(m_1c^3)]cdt\,. \qquad (1.12)$$

Мнимый электрический заряд является естественным обобщением формулы (1.4), так как его использование в сочетании с формулой (1.4), приводит к волновому уравнению с мнимым зарядом в правой части, которое следует из уравнения общей теории относительности.

Введение мнимого заряда позволяет единым образом описать отталкивание зарядов одного знака и притяжение гравитационных масс.

Кроме того, заряды и массы подчиняются одинаковым волновым уравнениям. Значение элементарного заряда e гораздо больше массы элементарных частиц $m\sqrt{\gamma}$, и, поэтому, элементарные частицы излучают только электромагнитную энергию, а излученная гравитационная энергия пренебрежимо мала. Поэтому считается, что в волновом уравнении временной член для уравнения относительно гравитационного поля равен нулю.

При этом метрический тензор в микромире при сильном электромагнитном поле является изрезанным, что придает новый физический смысл геометрической структуре микромира. Геометрический смысл имеет метрический тензор, построенный с помощью этой формулы.

При этом метрический интервал равен

$$\begin{gathered} ds^2 = [\sqrt{1-V^2/c^2} + \frac{Q_\alpha V^\alpha}{m_1 c^3}][\sqrt{1-V^2/c^2} + \frac{Q_\beta^* V^\beta}{m_1 c^3}]c^2 dt^2 = \\ = [1 - \frac{V^2}{2c^2} + \frac{Q_\alpha V^\alpha}{m_1 c^3}][1 - \frac{V^2}{2c^2} + \frac{Q_\beta^* V^\beta}{m_1 c^3}]c^2 dt^2 \end{gathered} \quad .(1.13)$$

Где метрический тензор определен с точностью второго порядка малости. Величина Q_α определяется по формуле $Q_\alpha = (iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})A_\alpha$, причем имеем $Q_0 = (iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})A_0$, где в последней формуле используется гравитационный и электрический потенциал.

Откуда получаем для значения метрического тензора

$$\begin{gathered} g_{00} = 1 - V^2/c^2 + \frac{2Q_0}{m_1 c^2} + \frac{Q_0}{m_1 c^2}\frac{Q_0^*}{m_1 c^2} \\ g_{\alpha 0} = g_{0\alpha}^* = \frac{Q_\alpha}{m_1 c^2} \end{gathered} \quad (1.14)$$

$$g_{\alpha\beta}=\frac{Q_\alpha}{m_1c^2}\frac{Q_\beta^*}{m_1c^2},\alpha\neq\beta$$

$$g_{\alpha\alpha}=1+\frac{\sum\limits_{\gamma=0}^{3}\operatorname{Re}Q_\gamma V^\gamma}{m_1c^3}+\frac{Q_\alpha}{m_1c^2}\frac{Q_\alpha^*}{m_1c^2} \qquad (1.15)$$

При этом получатся следующие функции, определяющие значения полей

$$B_\alpha=M_{\alpha0}=\frac{Q_\alpha}{m_1c^2}$$

$$B_0=M_{00}=1-V^2/c^2+\frac{2Q_0}{m_1c^2}+\frac{Q_0}{m_1c^2}\frac{Q_0^*}{m_1c^2}, \qquad (1.16)$$

$$M_{\alpha\beta}=\delta_{\alpha\beta}+\delta_{\alpha\beta}\frac{\sum\limits_{\gamma=0}^{3}Q_\gamma V^\gamma}{m_1c^3}+\frac{Q_\alpha}{m_1c^2}\frac{Q_\beta^*}{m_1c^2}$$

Поправка к тензору пространства Галилея имеет второй порядок малости у пространственной части метрического тензора. При этом для вспомогательного тензора энергии-импульса для материальных тел имеем $P_{ik}=\mu c^2u_iu_k\frac{ds}{cdt}$, μ плотность массы тела. Выберем плотность тела в собственной системе координат, тогда имеем $P_{ik}=\mu_o c^2u_iu_k$, где μ_o плотность тела в собственной системе координат.

откуда $T_{00}=\mu_o c^2u_0u_0$, $T_{0\alpha}=P_{0\alpha}/2=\frac{\mu_o c^2u_\alpha u_0}{2}$. Деление на 2 величины $P_{0\alpha}$ основано на равенстве $P_{ik}=T_{ik}+T_{ki}, i\neq k$. При этом необходимо ввести тензор заряда, по аналогии с тензором энергии-импульса массы $P_{ik}=\rho_o c^2u_iu_k$, где величина ρ_o определяет плотность зарядов в собственной системе координат. Тогда имеем из уравнения общей теории относительности (1.1)

$$R_{00} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(1+\frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}})(1+\frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}})(T_{00} - T/2)$$

$$R_{0\alpha} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(1+\frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}})(1+\frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}})T_{0\alpha} \quad , \qquad (1.17)$$

$$R_{\alpha\beta} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(1+\frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}})(1+\frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}})(T_{\alpha\beta} - g_{\alpha\beta}T/2) \qquad (1.18)$$

При этом использовано $g_{00}T = g_{00}\mu_o c^2 u_i u^i = g_{00}\mu_o c^2, T_{00} = \mu_o c^2 (u_0)^2$. Подставляя значение тензора энергии импульса, получим

$$R_{00} = 8\pi(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})[(u_0)^2 - g_{00}^{(0)}/2]\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)/(m_1 c^2)$$

$$R_{\alpha 0} = 4\pi(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})u_\alpha \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)/(m_1 c^2) \qquad . (1.19)$$

$$R_{\alpha\beta} = 4\pi(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})(u_\alpha u_\beta - g_{\alpha\beta}^{(0)}/2)\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)/(m_1 c^2)$$

При малой поправки к тензору Галилея, имеем следующее уравнение по определению этой поправки и так как выполняется

$$R_{ik} = \frac{1}{2}[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}]h_{ik}, \qquad (1.20)$$

где h_{ik} малая поправка к тензору метрического пространства Галилея, получим $R_{00} = (\Delta B_0 - 1/c^2 \partial^2 B_0/\partial t^2)/2$. Имеем уравнение для тензора $R_{\alpha 0} = 2(\Delta B_\alpha - 1/c^2\partial^2 B_\alpha/\partial t^2)/2$, $R_{\alpha\beta} = 2(\Delta M_{\alpha\beta} - 1/c^2\partial^2 M_{\alpha\beta}/\partial t^2)/2$. Двойка появилась, так как имеется две компоненты $(g_{\beta\alpha} + g_{\alpha\beta})dx^\alpha dx^\beta$ в метрическом интервале ds^2. Для чисто пространственного индекса в правую часть волнового уравнения войдут члены с производной от метрического тензора, которые являются величинами второго порядка малости.

Т.е. имеем волновые уравнения

$$[\Delta_a M_{\alpha\beta} - \frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial x^{0^2}}] = 2\pi(u_\alpha u_\beta - g^{(0)}_{\alpha\beta}/2)\delta[(\vec{r}-\vec{r}_0)/r_g]$$

$$[\Delta_a B_\alpha - \frac{\partial^2 B_\alpha}{\partial x^{0^2}}] = 2\pi u_\alpha u_0 \delta[(\vec{r}-\vec{r}_0)/r_g] =$$

$$= 2\pi u_\alpha[1 - O(V^2/c^2)]\delta[(\vec{r}-\vec{r}_0)/r_g] \qquad .(1.21)$$

$$[\Delta_a B_0 - \frac{\partial^2 B_0}{\partial x^{0^2}}] = 8\pi[(u_0)^2 - 1/2]\delta[(\vec{r}-\vec{r}_0)/r_g] =$$

$$= 4\pi[1 - O(V^2/c^2)]\delta[(\vec{r}-\vec{r}_0)/r_g]$$

Где дельта функция берется в собственной системе координат. Второе и третье уравнение эквивалентны уравнениям Максвелла при малых скоростях движения зарядов.

Где величина $r_g = 2\gamma m_2/c^2 - 2q_1q_2/(m_1c^2) + 2iq_1m_2\sqrt{\gamma}/m_1c^2 + 2iq_2\sqrt{\gamma}/c^2$. Получим волновое уравнение с поправками второго порядка относительно безразмерной величины первого порядка $P_s = M_{s0} = \frac{Q_s}{mc^2}, P_0 = M_{00} = \frac{2Q_0}{mc^2}$ и безразмерной величины второго порядка $M_{\alpha\beta}$. Запишем уравнение ОТО с точностью до третьего порядка малости

$$\Delta_a M_{sm} - \frac{\partial^2 M_{sm}}{\partial x^{0^2}} + \lambda^{\delta\mu l}_{sm}\frac{\partial M_{\delta\mu}}{\partial x^l} + \gamma^{ikl}_{sm} M_{i0}\frac{\partial M_{k0}}{\partial x^l} + \delta^{iknl}_{sm}\frac{\partial M_{i0}}{\partial x^n}\frac{\partial M_{k0}}{\partial x^l} = \qquad . (1.22)$$

$$= 4\pi(T_{sm} - g_{sm}T/2)$$

При этом при больших энергиях не будет выполняться условие $M_{\alpha\beta} = P_\alpha P_\beta$, а это будет независимая величина (уравнение выведено при малых поправках к метрическому тензору пространства Галилея).

При этом векторный потенциал удовлетворяет уравнению

$$\Delta \mathrm{A}_k - \frac{\partial^2 \mathrm{A}_k}{c^2 \partial t^2} = 4\pi(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})u_k\delta(\vec{r}-\vec{r}_0) \qquad (1.23)$$

2. **Получение из уравнения движения силу Лоренца**

При этом дополнительное уравнение движения материального тела следует из уравнений

$$\frac{d^2x^i}{ds^2}+\Gamma^i_{lk}\frac{dx^l}{ds}\frac{dx^k}{ds}=0, \qquad (2.1)$$

где сила Лоренца входит в формулу для символа Кристоффеля Γ^i_{lk} в уравнении (2.1) при малой скорости движения. При этом, так как эта сила получена с помощью метрического тензора, она описывает силу Лоренца. Докажем, что в нерелятивистском случае формула (2.1) определяет силу, являющуюся электромагнитной и гравитационной. Т.е. силу, определяемую напряженностью магнитного и электрического поля, плюс сила гравитационного потенциала. Символ Кристоффеля $\Gamma_{i,kl}$ симметричен по индексам k,l, значит, комплексный символ Кристоффеля будет эрмитов по этим индексам, и как докажем далее, равен

$$\Gamma_{i,kl}=\Gamma^*_{i,lk}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l}+\frac{\partial g_{li}}{\partial x^k}-\frac{\partial g^*_{kl}}{\partial x^i}\right), \qquad (2.2)$$

Вычислим символ Кристоффеля для комплексного метрического тензора

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l}=\Gamma_{k,il}+\Gamma_{i,kl},\frac{\partial g_{li}}{\partial x^k}=\Gamma_{i,kl}+\Gamma_{l,ik},-\frac{\partial g^*_{kl}}{\partial x^i}=-\Gamma^*_{l,ki}-\Gamma^*_{k,li}=-\Gamma_{l,ik}-\Gamma_{k,il} \qquad (2.3)$$

Складывая эти равенства, получим (2.2).

При значении метрического тензора близком к метрическому тензору пространства Галилея, получим линейную часть силы

$$-F_{il}/mc^2=\Gamma_{i,0k}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}+\Gamma_{i,k0}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}+\Gamma_{i,00}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds}, i=1,...,3, \qquad (2.4)$$

где для величины $\Gamma_{i,0k},\Gamma_{i,k0}$ получим следующее выражение

$$\begin{gathered}\Gamma_{i,0k}=\frac{1}{2}\frac{iq_1+m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}\frac{\partial A_i}{\partial x^k}-\frac{1}{2}\frac{-iq_1+m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}\frac{\partial A^*_k}{\partial x^i}, k\neq 0\\ \Gamma_{i,k0}=\Gamma^*_{i,0k}=\frac{1}{2}\frac{-iq_1+m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}\frac{\partial A^*_i}{\partial x^k}-\frac{1}{2}\frac{iq_1+m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}\frac{\partial A_k}{\partial x^i}, k\neq 0\end{gathered}, \qquad (2.5)$$

$$\Gamma_{i,00}=\left(\frac{\partial g_{i0}}{\partial x^0}+\frac{\partial g_{0i}}{\partial x^0}-\frac{\partial g^*_{00}}{\partial x^i}\right)/2, i\neq 0$$

где величина A_l является четырехмерным электродинамическим потенциалом. Получаем силу Лоренца, равную

$$-F_{il}/m_1c^2=[\frac{iq_1+m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}\frac{\partial A_i}{\partial x^k}-\frac{-iq_1+m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}\frac{\partial A_k^*}{\partial x^i}+\frac{-iq_1+m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}\frac{\partial A_i^*}{\partial x^k}-$$

$$-\frac{iq_1+m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}\frac{\partial A_k}{\partial x^i}]\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}/2+(\frac{\partial g_{i0}}{\partial x^0}+\frac{\partial g_{0i}}{\partial x^0}-\frac{\partial g_{00}}{\partial x^i})/2\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds}= \qquad (2.6)$$

$$=[\frac{-q_1}{c^2m_1}(\frac{\partial \operatorname{Im}A_i}{\partial x^k}-\frac{\partial \operatorname{Im}A_k}{\partial x^i})+\frac{m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}(\frac{\partial \operatorname{Re}A_i}{\partial x^k}+\frac{\partial \operatorname{Re}A_k}{\partial x^i})]\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}+$$

$$+(\frac{iq_1+m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}\frac{\partial A_i}{\partial x^0}-\frac{-iq_1+m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}\frac{\partial A_0^*}{\partial x^i})\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds}, i=1,...,3,$$

т.е. никакого дополнительного члена в уравнение движения (2.1), учитывающего влияния электромагнитного поля, вводить не надо. Кроме того, описывается и гравитационная сила, входящая в потенциал A_0. Сила F_{iq}, ответственная за действие массы мала для элементарных частиц $F_{iq}=m_1\sqrt{\gamma}(\frac{\partial \operatorname{Re}A_i}{\partial x^k}+\frac{\partial \operatorname{Re}A_k}{\partial x^i})]\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}$ и ей можно пренебречь, для описания удержания плазмы.

Интерес представляет статический член, который равен в линейном приближении, так как скорость тела равна нулю

$$-F_i=(iq_1+m_1\sqrt{\gamma})\frac{\partial A_i}{\partial x^0}-(-iq_1+m_1\sqrt{\gamma})\frac{\partial A_0^*}{\partial x^i})=-(-iq_1+m_1\sqrt{\gamma})(-iq_2+m_2\sqrt{\gamma})\times$$

$$\times\frac{\partial 1/[R-\frac{(\mathbf{R},\mathbf{V})}{c}]}{\partial x^i})=[-q_1q_2+m_1m_2\gamma-i\sqrt{\gamma}(q_1m_2+q_2m_1)]\frac{x_i/R-V_i/2c}{[R-\frac{(\mathbf{R},\mathbf{V})}{c}]^2}.$$

Т.е. возможна компенсация действительной части гравитационного поля с помощью электромагнитного поля. Но при этом появится мнимая колеблющаяся дополнительная сила.

Литература

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973,564с.