Искривление пространства за счет

быстрого изменения формы тел в атмосфере и океане

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Метрический тензор уравнения ОТО получен за счет усреднения скоростей частиц вакуума см. раздел 2. Влияние звуковых волн может быть оценено с помощью усреднения элементарных частиц. Звуковые волны вызывает комплексное изменение объема макротел. Комплексное изменение объема связано с изменением объема тела и его формы. Фаза комплексного объема тела определяет его форму. При этом учитывается большая амплитуда звуковой волны. При этом уравнение Навье – Стокса учитывает большую амплитуду звуковой волны, но не учитывает искривление пространства, связанное со звуковыми колебаниями стоячих волн. Звуковые волны высокой частоты не образуют ударную волну, распространяются со скоростью звука, но обладают большой энергией, искривляя наше декартово пространство в атмосфере и океане. Примером такого искривления пространства является звук, издаваемый реактивным двигателем.

1. Определение свойств звукового поля

Покажем, что можно определить напряженность электрического и магнитного поля у уравнений звуковых волн гидродинамики. Для этого определим понятие скалярного и векторного потенциала электромагнитного поля. Ротор меняет знак при переходе из правой декартовой системы координат в левую. Это можно доказать расписав определение ротора в декартовой системе координат и поменяв знак в одном столбце у оператора дифференцирования и этой же компоненте скорости.

$$\nabla_l \times \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & -\mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & -\dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & -V_2 & V_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & V_2 & V_3 \end{vmatrix} = -\nabla_r \times \mathbf{V}$$

индекс r соответствует правой системе координат, индекс l левой. При этом дивергенция знак не меняет. Распишем величину комплексной скорости в виде

$$\mathbf{V} = (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

и подействуем оператором дивергенция на обе части равенства

$$\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2.$$

Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\mathrm{Re}\,\mathbf{V}, \mathrm{Im}\,\mathbf{V}$ возьмем левую дивергенцию. При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. При этом имеем соотношение $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^*$. Так как при этом в плоскости $\mathrm{Re}\,\mathbf{V}, \mathrm{Im}\,\mathbf{V}$ действительная часть не изменит знака, а мнимая часть изменит знак, получим

$$\begin{gathered} \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^* = \\ = \nabla_l (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 \end{gathered}.$$

При этом воспользовались тем, что правая и левая дивергенция равны. Откуда получаем $\nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = 0$, и значит, $(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = i \cdot \nabla_r \times \mathbf{A}$, т.е. мнимая часть комплексной скорости соленоидальная.

Аналогично расписываем скорость, подействовав оператором ротор

$$\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

но при этом величину скорости представим в виде $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \dfrac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t}$, где величина $\mathbf{A}$ действительна и удовлетворяет $\mathrm{div}\mathbf{A} = 0$, а скорость c это скорость возмущения в среде. Значит из условия $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r \mathbf{V}_0$, можно определить $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \dfrac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t}$. При этом условие на мнимую часть $\mathbf{V}$ выполняется. Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\mathrm{Re}\,\mathbf{V}, \mathrm{Im}\,\mathbf{V}$ возьмем левый ротор, получим соотношение $\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^*$. При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. Так как при этом действительная часть изменит знак, а мнимая часть нет, ($\nabla_l \times = -\nabla_r \times$ и взята комплексно сопряженная часть), имеем

$$\begin{gathered}\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^* = \nabla_l \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \\ = -\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2\end{gathered}$$

т.е. получим $\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*) = 0$. Это соотношение эквивалентно $(\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 = -\mathrm{grad}\varphi$. Итак, имеем

$$\begin{gathered}\mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} = -\nabla\varphi + i \cdot \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{V}_0^* + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} = -\nabla\varphi - i \cdot \nabla \times \mathbf{A}\end{gathered}.$$

Эта формула другая формулировка факта, что вектор можно представить в виде суммы градиентной части и соленоидальной части. При этом выбираем калибровку $\mathrm{div}\mathbf{A} = 0$ см. [2]§2 для свободного пространства. При этом выполняется условие $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$.

Из этого равенства имеем

$$\begin{gathered}\mathbf{V}_0 = -\frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} - \nabla\varphi + i \cdot \nabla \times \mathbf{A} = \mathrm{E} + i\mathrm{H} \\ \mathbf{V}_0^* = -\frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} - \nabla\varphi - i \cdot \nabla \times \mathbf{A} = \mathrm{E} - i\mathrm{H}\end{gathered}.$$

Причем, так как скорость в газе подчиняется волновому уравнению, напряженность «электрического» и «магнитного» поля подчиняется волновому уравнению. Частным решением двух волновых уравнений являются уравнения Максвелла для свободного пространства. Эти частные решения являются и общими решениями для свободного пространства. В самом деле, добавка произвольной функции в уравнения Максвелла для свободного пространства, приведет к волновому уравнению с добавочными функциями относительно уравнения свободного пространства. Имея уравнения Максвелла для свободного пространства, окажемся в условиях [5]§2 и далее просто используем материал этого параграфа. Т.е. получаем, что из условия калибровки $\mathrm{div}\mathbf{A}=0$ см. [5]§2 для свободного пространства выполняется условие $\dfrac{\partial\varphi}{\partial t}=0$.

Но какова же правая часть волнового уравнения для звуковых волн. Скорость звуковой волны определяется по формуле см. [2]§74

$$\sqrt{2\rho}\mathbf{V}=\frac{\sqrt{2\rho}\ddot{V}(t-r/c)}{4\pi cr}\mathbf{n}.$$

Где ρ плотность среды. Где формула распространяется на изменение комплексного объема макротела. При этом в случае волнового уравнения

$$\Delta\varphi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=-4\pi e\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0).$$

Потенциал определяется по формуле $\varphi=\dfrac{e(t-r/c)}{r}$. Значит волновое уравнение для комплексной скорости $\mathbf{V}=\mathbf{E}+i\mathbf{H}$

$$\Delta\sqrt{2\rho}\mathbf{V}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\sqrt{2\rho}\mathbf{V}}{\partial t^2}=\Delta(\mathbf{E}+i\mathbf{H})-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2(\mathbf{E}+i\mathbf{H})}{\partial t^2}= .$$
$$=-\sqrt{2\rho}\ddot{V}\mathbf{n}/c\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)=-\nabla\rho_s-i\nabla\times\mathbf{j}$$

Откуда определится величина $\mathbf{j}$ путем разложения комплексного вектора $-\sqrt{2\rho}\ddot{V}\mathbf{n}/c$ на действительную градиентную и мнимую соленоидальную часть.

При этом имеем $\Delta\mathbf{A}-\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2}=-\mathbf{j}=-\nu\sqrt{2\rho}\mathbf{s}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0);\mathbf{s}=\nabla\times\mathbf{j}/|\nabla\times\mathbf{j}|$ где величина ν имеет размерность cm^3/s.

Инварианты звуковой волны равны $F_{ik}F^{ik}=2\rho\,\mathrm{Re}\,\mathbf{V}^2; e^{iklm}F_{ik}F_{lm}=2\rho\,\mathrm{Im}\,\mathbf{V}^2$.

Следовательно, Лагранжиан звуковой волны равен $L=\nu\sqrt{2\rho}(\mathbf{A},\mathbf{V})/c_s$, где величина $\nu\sqrt{2\rho}$ соответствует e.

Причем для звуковых волн имеем дисперсионное соотношение

$$k = \frac{\omega}{c_s^0} + i\alpha\omega^2; \frac{1}{c_s} = \frac{1}{c_s^0} + i\alpha\omega; \alpha = \frac{1}{\rho c^3}[(\frac{4}{3}\eta + \varsigma) + \chi(\frac{1}{c_V} - \frac{1}{c_p})].$$

При малом затухании комплексная скорость звуковых волн на высоких частотах равна $\mathbf{V} = \frac{\ddot{V}[\omega t - r(\omega / c_s^0 + i\alpha\omega^2)]}{4\pi r}(\frac{1}{c_s^0} + i\alpha\omega)\mathbf{n}$ и вблизи источника звуковых волн может достигнуть большого значения. Радиус действия звуковых волн определяется скин-эффектом для звуковых волн.

2. Построение метрического тензора ОТО

Общая теория относительности построена для макротел, являющихся совокупностью частиц вакуума, и они вращаются с мнимой скоростью и поступательно движутся с действительной скоростью см. [1]. Но для определения влияния звуковых волн надо рассматривать движение элементарных частиц. Определим квадрат комплексной координаты материальных частиц, двигающихся с поступательной скоростью $V_{s\alpha}, s = 1,...,3, \alpha$ номер частицы. При этом частицы будут вращаться с переменной мнимой скоростью $iw_{s\alpha}(t, x_1,..., x_3)$. По поводу определения и использования комплексной скорости частиц см. [1]. Мнимая часть комплексной скорости соответствует хаотическим колебаниям или вращениям частицы. Считаем, что скорости частиц равномерно распределены в малом объеме, причем скорость вращения равна $w_{s\alpha} = w_{s\alpha}(t, x_1,..., x_3)$. Кроме того, имеется скорость поступательного движения $V_{s\beta} = V_{s\beta}(t)$, поступательное движение малого объема прямолинейно и зависит только от времени

$$ds^2 = \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} (idw_{s\alpha} + dV_{s\beta})^2 t_q^2 /(4N^2) =$$

$$= \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} (i\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}dx^k + i\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t}dt + \frac{dV_{s\beta}}{dt}dt)^2 t_q^2 /(4N^2) =$$

$$= -\sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^l} t_q^2 /(2N) dx^k dx^l +$$

$$+ \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} [2\frac{\partial i w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{dV_{s\beta}}{dt} - 2\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t}] dx^k dt \cdot t_q^2 /(4N^2) +$$

$$+ \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} [(\frac{dV_{s\beta}}{dt})^2 + 2\frac{\partial i w_{s\alpha}}{\partial t}\frac{dV_{s\beta}}{dt} - (\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t})^2] dt^2 t_q^2 /(4N^2) = \quad (2.1)$$

$$= -\sum_{k,l=1}^{3} h_{kl} dx^k dx^k + \sum_{k=1}^{3} h_{k0} dx^k c dt + h_{00} c^2 dt^2$$

Квадрат величины скорости равен удвоенной кинетической энергии частиц, деленной на массу покоя

$$2c^2 \sum_{\beta=-N}^{N} (\frac{1}{\sqrt{1 - V_\beta^2 / c^2}} - 1)/2N = 2c^2 \sum_{\beta=-N}^{N} (u_0 - 1)/2N = \sum_{\beta=-N}^{N} V_{rel\beta}^2 /2N =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} V_{rel}^2 \exp(-V_{rel}^2 / 2c^2) dV_{rel} /(c\sqrt{2\pi}) = c^2 \qquad ,$$

$$V_{rel\beta}^2 = 2c^2(u_0 - 1) \in [0,\infty]; u_0 = \sqrt{1 + V_{rel\beta}^2 / 2c^2}; \frac{V_\beta}{c} = \sqrt{1 - \frac{1}{(1 + \frac{V_{rel\beta}^2}{2c^2})^2}}$$

константа $t_q = \frac{\hbar^2}{m_e e^2 c} = \frac{\hbar^3}{137 m_e e^4}$ это постоянная квантовой механики. Т.е. получаем формулу инвариантного интервала общей теории относительности в системе координат.

При этом из соотношения для квадрата комплексной скорости, получен метрический тензор ОТО и СТО.

$$g_{kl} = \sum_{\alpha=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^l} t_q^2 /(2N)$$
$$g_{k0} = -\sum_{\alpha=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial w_{s\alpha}}{c\partial t} t_q^2 /(2N), \qquad (2.2)$$

при этом коэффициент при временной компоненте метрического тензора равен

$$g_{00} = \sum_{\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} \left(\frac{dV_{s\beta}}{cdt}\right)^2 t_q^2 /(2N) - \sum_{\alpha=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} \left(\frac{\partial w_{s\alpha}}{c\partial t}\right)^2 t_q^2 /(2N). \quad (2.3)$$

При этом воспользовались соотношением $\sum_{\alpha=-N}^{N} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} = 0, \sum_{\alpha=-N}^{N} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t} = 0$.

При этом имеем, используя вместо кинетической энергии системы полную энергию

$$g_{rr} = \sum_{s=1}^{3} \left(\frac{i\Delta w_s}{\Delta r}\right)^2 t_q^2 = \frac{(i\Delta w)^2 + 2U/m}{c^2} = -\left(1 + \frac{2\gamma M}{c^2}\right) =$$
$$= -(1 + r_g / r), r_g = 2\gamma M / c^2,$$

$$g_{00} = \sum_{s=1}^{3} \left(\frac{\Delta V_s}{c\Delta t}\right)^2 t_q^2 = \int_0^\infty \left[\frac{(\Delta V)^2 + 2U/m}{c^2}\right] \exp[-m_\gamma (\Delta V)^2 /(2m_\gamma c^2)] d\Delta V =$$
$$= 1 - 2\gamma M /(rc^2) = 1 - r_g / r$$

Где M, масса частицы создающей гравитационное поле.

Скорость $w_{s\alpha}$ стационарна, т.е. от времени не зависит. Общая теория относительности не допускает физической сингулярности определителя, образованного метрическим тензором, поэтому имеем $h_{00} h_{rr} = const$, откуда определяется более точная формула $h_{rr} = -\frac{1}{1 - r_g / r}, h_{00} = 1 - r_g / r$.

Получается, что метрический тензор изменяется под действием внешнего воздействия. Т.е. электромагнитное, сильное и слабое взаимодействие должно оказывать влияние на метрический тензор. Причем потенциал звукового взаимодействия должен оказывать непосредственное воздействие на метрический тензор. Но этого в существующей модели влияния звукового поля не происходит. Звуковое поле оказывает влияние на метрический тензор в первом порядке, так же как и гравитационное поле. Гравитационное и электромагнитное поле воздействуют на скорости частиц вакуума одинаковым образом. Значит, воздействие гравитационного поля и звукового поля на метрический тензор ОТО в первом порядке малости должно быть пропорционально линейной комбинации массы и источника звукового поля. Построим теорию, удовлетворяющую этому свойству.

3. Звуковое поле при больших энергиях

3.1. Добавление слагаемого в уравнение ОТО, позволяющего описывать звуковые волны

Обобщим уравнение акустики на высокие частоты, и следовательно высокие энергии. Причем при больших расстояниях от излучателя, оно должна приводить к уравнениям классической акустики.

Условие нелинейности звукового поля эквивалентно

$$\frac{\nu\sqrt{2\rho}A^s}{mcc_s} = \frac{E_s}{mcc_s} >> 1, E_s = \nu\sqrt{2\rho}A^s = \frac{2\rho\nu^2}{r} = \frac{2\rho|a|^2 \operatorname{Im}\ddot{V}^2}{2c_s^2 r} \qquad (3.1.1)$$

Где m - масса излучателя, c - скорость света, c_s - скорость звука, $\nu\sqrt{2\rho}$ - заряд излучателя, A - потенциал звуковой волны. ρ - плотность среды,

$V = |V|\exp(i\arg V) = 4\pi a^3 \exp(3i\arg a)/3$ - комплексный объем тела. Определение комплексного радиуса a произвольного полого тела см. [4].

Уравнение общей теории относительности имеет вид (см.[3]§95)

$$R_i^k = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(T_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k T), \qquad (3.1.2)$$

где R_i^k получен из тензора Риччи, обозначаемого R_{ik} – свернутого тензора кривизны пространства, T_i^k тензор энергии-импульса единицы объема тела, величина γ это гравитационная постоянная, c скорость света.

Но уравнение общей теории относительности не содержит зарядов источников звуковых волн, следовательно необходимо ввести дополнительное слагаемое

$$R_i^k = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(T_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k T) - \frac{8\pi}{c^3 c_s}\frac{2\rho v^2}{m}(n_i + n^k), n_0 = 0. \qquad (3.1.3)$$

При величине массы, удовлетворяющей условию $m \to \infty$, получим стандартное детерминированное уравнение общей теории относительности.

Построим, метрический тензор общей теории относительности по функции Лагранжа в случае звукового и гравитационного поля. При этом меняется идеология уравнения ОТО. Если уравнения ОТО определяют гравитационное поле и движение среды, то в данном случае рассматривается только значение 10 компонент метрического тензора g_{ik}, при 10 независимых уравнений ОТО. Причем на метрические тензоры наложены четыре условия $\frac{D(R_i^k - \delta_i^k R/2)}{\partial x^k} = \frac{DT_i^k}{\partial x^k} 0$. При этом независимым образом определяется движение макротел, описываемых с помощью равенства нулю ковариантной производной от четырехмерной скорости частиц. При этом для слабого звукового поля для макро частиц определится сила Лоренца, а при сильном звуковом поле надо использовать его описание с помощью модифицированной ОТО.

Функция Лагранжа частицы в звуковом и гравитационном поле при малых поправках к тензору метрики Галилея, равна

$$L = -mc^2\sqrt{1 - V^2/c^2} + \nu\sqrt{2\rho}A_i V^i / c_s - mU\,,$$

где четырехмерная скорость при малой скорости движения тела равна $V^i/c = (1, V^\alpha/c), \alpha = 1,...,3; i = 0,...,3$. Вводя вместо заряда источника $\nu\sqrt{2\rho}$, используется мнимый заряд источника $i\nu\sqrt{2\rho}$, где гравитационный потенциал U входит в потенциал A_0.

Имеем соотношение

$$S = -mc\int ds = \int\ Ldt\,, \tag{3.1.4}$$

Величина A_i определена с точность до градиента функции $\mathbf{A} = \mathbf{A}' + \nabla\alpha, \varphi = \varphi' - \frac{1}{c}\frac{\partial\alpha}{\partial t}$ при калибровке Лоренца. Но при подстановке в (3.1.4) получаем соотношение

$$S = \int Ldt - \nu\sqrt{2\rho}\int d\alpha/c = \int Ldt - \nu\sqrt{2\rho}\alpha/c\,.$$

Получаем, что величина α включается в действие частицы, т.е. величина четырехмерного потенциала определяется однозначно за вычетом градиента функции при малых энергиях, когда уравнение ОТО сводятся к волновым уравнениям. Т.е. надо определить векторный и скалярный потенциал. Вектор $\mathbf{A}$ содержит $\nabla\alpha$, а скаляр φ содержит $-\frac{1}{c}\frac{\partial\alpha}{\partial t}$, причем скаляр α удовлетворяет волновому уравнению в силу условия калибровки Лоренца.

Т.е. скаляр равен функции, удовлетворяющей волновому уравнению

$$\alpha(x_0,..,x_3)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(ikx_0)[a_{nm}H_{n+1/2}^{(1)}(kr)+b_{nm}H_{n+1/2}^{(2)}(kr)]\times \times Y_{nm}(\theta,\varphi)/\sqrt{kr}dk \quad (1.10)$$

вне тела и внутри тела равен

$$\alpha(x_0,..,x_3)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}a_{nm}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(ikx_0)J_{n+1/2}(kr\sqrt{\varepsilon})Y_{nm}(\theta,\varphi)/\sqrt{kr}dk\,.$$

Известный вектор $\mathbf{A}$, определенный по однозначному значению метрического тензора, можно представить в виде соленоидальной и градиентной составляющей. Взяв операцию, дивергенция от этого вектора, выделим градиентную составляющую, получим равенство, справедливое внутри тела

$$\nabla\mathbf{A}=\Delta\alpha(x_0,..,x_3)=$$

$$=\Delta\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}a_{nm}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(ikx_0-k^2/\sigma^2)J_{n+1/2}(kr\sqrt{\varepsilon})Y_{nm}(\theta,\varphi)/\sqrt{kr}dk=$$

$$=-\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}a_{nm}\int_{-\infty}^{\infty}k^2\exp(ikx_0-k^2/\sigma^2)J_{n+1/2}(kr\sqrt{\varepsilon})Y_{nm}(\theta,\varphi)/\sqrt{kr}dk,\sigma>>1$$

При этом произведена регуляризация этого интеграла. Откуда можно определить коэффициенты a_{nm}, и значит определить градиентную составляющую вектора. Значит, можно выделить соленоидальную часть векторного потенциала, для которой и справедливо уравнение ОТО.

Причем справедлива формула

$$ds=[\sqrt{1-V^2/c^2}+i\nu\sqrt{2\rho}A_i^sV^i/(mc_sc^2)-m\sqrt{\gamma}A_i^gV^i/(mc^3)]cdt\,.$$

При этом введен мнимый источник, чтобы формула взаимодействия зарядов-источника одного знака соответствовала притяжению. При этом метрический тензор при сильном звуковом поле является изрезанным. Это придает новый физический смысл геометрической структуре метрического тензора в случае наличия звуковой волны. Геометрический смысл имеет метрический тензор, построенный с помощью этой формулы.

При этом метрический интервал равен

$$ds^2 = [\sqrt{1 - V^2/c^2} - \frac{Q_\alpha V^\alpha}{mc^2}][\sqrt{1 - V^2/c^2} - \frac{Q^*_\beta V^\beta}{mc^2}]c^2 dt^2 =$$

$$= [1 - \frac{V^2}{2c^2} - \frac{Q_\alpha V^\alpha}{mc^2}][1 - \frac{V^2}{2c^2} - \frac{Q^*_\beta V^\beta}{mc^2}]c^2 dt^2 .$$

Где метрический тензор определен с точностью второго порядка малости. Величина Q_α определяется по формуле $Q_\alpha = i\nu\sqrt{2\rho}A^s_\alpha / c_s + m\sqrt{\gamma}A^g_\alpha / c$, причем имеем $Q_0 = m\sqrt{\gamma}A^g_0 / c$, где в последней формуле используется гравитационный и звуковой потенциал.

Откуда получаем для значения метрического тензора, прибавляя гравитационное поле Земли

$$g_{00} = 1 - V^2/c^2 - \frac{2Q_0}{mc} + \frac{Q_0}{mc}\frac{Q^*_0}{mc} - \frac{r_g}{R}$$

$$g_{\alpha 0} = g^*_{0\alpha} = -\frac{Q_\alpha}{mc} - \frac{r_g}{R}\frac{V_\alpha}{2c}$$

$$g_{\alpha\beta} = \frac{Q_\alpha}{mc}\frac{Q^*_\beta}{mc} + \frac{r_g^2}{R^2}\frac{V_\alpha V^*_\beta}{c^2}, \alpha \neq \beta$$

$$g_{\alpha\alpha} = 1 - \frac{\sum_{\gamma=0}^{3} \mathrm{Re} Q_\gamma V^\gamma}{mc^2} + \frac{Q_\alpha}{mc}\frac{Q^*_\alpha}{mc} + \frac{r_g^2}{R^2}\frac{V_\alpha V^*_\alpha}{c^2}$$

При этом получатся следующие функции, определяющие значения полей

$$B_\alpha = M_{\alpha 0} = -\frac{Q_\alpha}{mc}$$

$$B_0 = M_{00} = 1 - V^2/c^2 - \frac{2Q_0}{mc} + \frac{Q_0}{mc}\frac{Q_0^*}{mc},$$

$$M_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta}\frac{\sum_{\gamma=0}^{3} Q_\gamma V^\gamma}{mc^2} + \frac{Q_\alpha}{mc}\frac{Q_\beta^*}{mc}$$

Поправка к тензору пространства Галилея имеет второй порядок малости у пространственной части метрического тензора. При этом для вспомогательного тензора энергии-импульса для материальных тел имеем $P_{ik} = \mu c^2 u_i u_k \frac{ds}{cdt}$, μ плотность массы тела. Выберем плотность тела в собственной системе координат, тогда имеем $P_{ik} = \mu_o c^2 u_i u_k$, где μ_o плотность тела в собственной системе координат.

откуда $T_{00} = \mu_o c^2 u_0 u_0$, $T_{0\alpha} = P_{0\alpha}/2 = \frac{\mu_o c^2 u_\alpha u_0}{2}$. Деление на 2 величины $P_{0\alpha}$ основано на равенстве $P_{ik} = T_{ik} + T_{ki}, i \neq k$. При этом необходимо ввести тензор заряда, по аналогии с тензором энергии-импульса массы $P_{ik} = \rho_o c^2 u_i u_k$, где величина ρ_o определяет плотность зарядов в собственной системе координат. Тогда имеем из уравнения общей теории относительности (1.1)

$$R_{00} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(T_{00} - T/2)$$

$$R_{0\alpha} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}T_{0\alpha} - \frac{8\pi}{c^3 c_s}\frac{2\rho v^2}{m}n_\varepsilon,$$

$$R_{\alpha\beta} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(T_{\alpha\beta} - g_{\alpha\beta}T/2) - \frac{8\pi}{c^3 c_s}\frac{2\rho v^2}{m}(n_\alpha + n_\beta)$$

При этом использовано $g_{00}T = g_{00}\mu_o c^2 u_i u^i = g_{00}\mu_o c^2, T_{00} = \mu_o c^2 (u_0)^2$. Подставляя значение тензора энергии импульса, получим

$$R_{00} = 8\pi m\gamma[(u_0)^2 - g_{00}^{(0)}/2]\delta(\vec{r}-\vec{r}_0)/(mc^2)$$

$$R_{\alpha 0} = -4\pi \frac{2\rho v^2}{m}\frac{c}{c_s} n_\alpha \delta(\vec{r}-\vec{r}_0)/(mc^2) \quad .$$

$$R_{\alpha\beta} = 4\pi[m\gamma(u_\alpha u_\beta - g_{\alpha\beta}^{(0)}/2) - \frac{2\rho v^2}{m}\frac{c}{c_s}(n_\alpha + n_\beta)]\delta(\vec{r}-\vec{r}_0)/(mc^2)$$

При малой поправки к тензору Галилея, имеем следующее уравнение по определению этой поправки и так как выполняется

$$R_{ik} = \frac{1}{2}[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}]h_{ik},$$

где h_{ik} малая поправка к тензору метрического пространства Галилея, получим $R_{00} = (\Delta B_0 - 1/c^2 \partial^2 B_0/\partial t^2)/2$. Имеем уравнение для тензора $R_{\alpha 0} = 2(\Delta B_\alpha - 1/c^2 \partial^2 B_\alpha/\partial t^2)/2$, $R_{\alpha\beta} = 2(\Delta M_{\alpha\beta} - 1/c^2 \partial^2 M_{\alpha\beta}/\partial t^2)/2$. Двойка появилась, так как имеется две компоненты $(g_{\beta\alpha} + g_{\alpha\beta})dx^\alpha dx^\beta$ в метрическом интервале ds^2. Для чисто пространственного индекса в правую часть волнового уравнения войдут члены с производной от метрического тензора, которые являются величинами второго порядка малости.

Т.е. имеем волновые уравнения

$$[\Delta_a M_{\alpha\beta} - \frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial x^{0^2}}] = 2\pi[(u_\alpha u_\beta - g_{\alpha\beta}^{(0)}/2) - \frac{2\rho v^2}{m}(n_\alpha + n_\beta)]\delta[(\vec{r} - \vec{r}_0)/r_g]$$

$$[\Delta_a B_\alpha - \frac{\partial^2 B_\alpha}{\partial x^{0^2}}] = 2\pi[u_\alpha u_0 - \frac{2\rho v^2}{m} n_\alpha]\delta[(\vec{r} - \vec{r}_0)/r_g] =$$

$$= 2\pi[u_\alpha + i\frac{2\rho v^2}{m} n_\alpha][1 - O(V^2/c^2)]\delta[(\vec{r} - \vec{r}_0)/r_g] \qquad .$$

$$[\Delta_a B_0 - \frac{\partial^2 B_0}{\partial x^{0^2}}] = 8\pi[(u_0)^2 - 1/2]\delta[(\vec{r} - \vec{r}_0)/r_g] =$$

$$= 4\pi[1 - O(V^2/c^2)]\delta[(\vec{r} - \vec{r}_0)/r_g]$$

Где дельта функция берется в собственной системе координат. Второе уравнение эквивалентно уравнению акустики и гравитационной волне.

Где величина $r_g = 2\gamma m/c^2$.

Получим волновое уравнение с поправками второго порядка относительно безразмерной величины первого порядка $P_s = M_{s0} = \frac{Q_s}{mc^2}, P_0 = M_{00} = \frac{2Q_0}{mc^2}$ и безразмерной величины второго порядка $M_{\alpha\beta}$. Запишем уравнение ОТО с точностью до третьего порядка малости

$$\Delta_a M_{sm} - \frac{\partial^2 M_{sm}}{\partial x^{0^2}} + \lambda_{sm}^{\delta\mu l}\frac{\partial M_{\delta\mu}}{\partial x^l} + \gamma_{sm}^{ikl} M_{i0}\frac{\partial M_{k0}}{\partial x^l} + \delta_{sm}^{iknl}\frac{\partial M_{i0}}{\partial x^n}\frac{\partial M_{k0}}{\partial x^l} = \qquad .$$

$$= 4\pi(T_{sm} - g_{sm}T/2)$$

При этом при больших энергиях не будет выполняться условие $M_{\alpha\beta} = P_\alpha P_\beta$, а это будет независимая величина (уравнение выведено при малых поправках к метрическому тензору пространства Галилея).

При этом векторный потенциал удовлетворяет уравнению

$$\Delta \mathrm{A}_k^g - \frac{\partial^2 \mathrm{A}_k^g}{c^2 \partial t^2} = 4\pi m \sqrt{\gamma} u_k \delta(\vec{r} - \vec{r}_0), k = 0,...,3$$
$$\Delta \mathrm{A}_k^s - \frac{\partial^2 \mathrm{A}_k^s}{c^2 \partial t^2} = i\nu \sqrt{2\rho} s_k \delta(\vec{r} - \vec{r}_0); k = 1,...,3$$

Но для учета членов второго порядка малости в уравнение ОТО надо в правую часть ввести тензор энергии-импульса звукового поля.

3.2. **Получение из уравнения движения силу Лоренца**

При этом дополнительное уравнение движения материального тела следует из уравнений см. [3]

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{lk}^i \frac{dx^l}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0, \qquad (3.2.1)$$

где сила Лоренца входит в формулу для символа Кристоффеля Γ_{lk}^i в уравнении (3.2.1) при малой скорости движения. При этом, так как эта сила получена с помощью метрического тензора, она описывает силу Лоренца. Докажем, что в нерелятивистском случае формула (3.2.1) определяет силу, являющуюся «электромагнитной» и гравитационной. Сила, определяется напряженностью «магнитного» и «электрического» поля, плюс гравитационного потенциала. Символ Кристоффеля $\Gamma_{i,kl}$ симметричен по индексам k, l, значит, комплексный символ Кристоффеля будет эрмитов по этим индексам, и как докажем далее, равен

$$\begin{aligned}\Gamma_{i,kl} = \Gamma_{i,lk}^* &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{li}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{ki}^*}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{il}^*}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{lk}^*}{\partial x^i}\right)\end{aligned}. \qquad (3.2.2)$$

Вычислим символ Кристоффеля для комплексного метрического тензора

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} = \Gamma_{i,kl} + \Gamma_{k,il}^*, \frac{\partial g_{li}}{\partial x^k} = \Gamma_{l,ik} + \Gamma_{i,lk}^*, -\frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i} = -\Gamma_{k,li} - \Gamma_{l,ki}^* (2.3)$$

Складывая эти равенства, получим (3.2.2).

При значении метрического тензора близком к метрическому тензору пространства Галилея, получим линейную часть силы

$$-F_{il}/mc^2=\Gamma_{i,0k}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}+\Gamma_{i,k0}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}+\Gamma_{i,00}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds},\ i=1,...,3,\ (3.2.4)$$

где для величины $\Gamma_{i,0k},\Gamma_{i,k0}$ получим следующее выражение

$$\begin{aligned}\Gamma_{i,0k}&=-\frac{1}{2}\frac{i\nu_1\sqrt{2\rho_1}}{cc_s m}\frac{\partial A_i^s}{\partial x^k}-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{\gamma}}{c^2}\frac{\partial A_i^g}{\partial x^k}+\\&+\frac{1}{2}\frac{-i\nu_1\sqrt{2\rho_1}}{cc_s m}\frac{\partial A_k^{*s}}{\partial x^i}+\frac{1}{2}\frac{\sqrt{\gamma}}{c^2}\frac{\partial A_k^{*g}}{\partial x^i},k\neq 0\\ \Gamma_{i,k0}=\Gamma^*_{i,0k}&=-\frac{1}{2}\frac{-i\nu_1\sqrt{2\rho_1}}{cc_s m}\frac{\partial A_i^{*s}}{\partial x^k}-\frac{1}{2}\frac{\sqrt{\gamma}}{c^2}\frac{\partial A_i^{*g}}{\partial x^k}+\\&+\frac{1}{2}\frac{i\nu_1\sqrt{2\rho_1}}{cc_s m}\frac{\partial A_k^s}{\partial x^i}+\frac{1}{2}\frac{\sqrt{\gamma}}{c^2}\frac{\partial A_k^g}{\partial x^i},k\neq 0\end{aligned},\quad (3.2.5)$$

$$\Gamma_{i,00}=\frac{1}{2}(\frac{\partial g_{i0}}{\partial x^0}+\frac{\partial g_{0i}}{\partial x^0}-\frac{\partial g_{00}}{\partial x^i}),i\neq 0$$

где величина A_l является четырехмерным электродинамическим потенциалом. Получаем силу Лоренца, равную

$$-F_{il}/mc^2=[\frac{\nu_1\sqrt{2\rho_1}}{c^2 m}(\frac{\partial\operatorname{Im}A_i^s}{\partial x^k}-\frac{\partial\operatorname{Im}A_k^s}{\partial x^i})-\frac{\sqrt{\gamma}}{c^2}(\frac{\partial\operatorname{Re}A_i^g}{\partial x^k}+\frac{\partial\operatorname{Re}A_k^g}{\partial x^i})]\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds}-$$

$$-(-\frac{\nu_1\sqrt{2\rho_1}}{c^2 m}\frac{\partial\operatorname{Im}A_i^s}{\partial x^0}+\frac{\sqrt{\gamma}}{c^2}\frac{\partial\operatorname{Re}A_i^g}{\partial x^0}+\frac{\sqrt{\gamma}}{c^2}\frac{\partial\operatorname{Re}A_0^g}{\partial x^i})\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds},i=1,...,3,$$

т.е. никакого дополнительного члена в уравнение движения (2.1), учитывающего влияния звукового поля, вводить не надо. Кроме того, описывается и гравитационная сила, входящая в потенциал A_0.

Литература

1. *Якубовский Е.Г.* ЧАСТИЦЫ ВАКУУМА, ОПИСЫВАЮЩИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ПОЛЯ. Реферативный журнал «Научное обозрение», 2016, №2, http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/2/662.pdf
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика, т.VI, М.-, «Наука», 1988г.,736стр.
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973,564с.
4. *Якубовский Е.Г.* Решение уравнения Гельмгольца для произвольного тела с изломом. «Энциклопедический фонд России», 2014г., 21стр., http://russika.ru/userfiles/390_1451369454.pdf
5. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика, т.IV, М.,- «Наука»,1989 г., 727