Описание спиновой детонации с помощью квантов звуковых волн

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Уравнение движения микромира и макромира аналогичны в комплексном пространстве. Имеется связь между решением уравнения Шредингера и уравнением Навье - Стокса. Также как уравнение Шредингера имеет счетное количество решений, уравнение Навье – Стокса имеет счетное количество решений см. [1] со счетным количеством энергий состояния. При этом занимается один уровень квантовой энергии. В случае горения и детонации занимается набор уровней энергии. Но каков же квант звуковой энергии?

Ситуация с решениями уравнения Навье – Стокса аналогична ситуации с решениями уравнения Шредингера. В обоих случаях имеется в общем случае счетное количество решений. Это не удивительно, ведь уравнение Шредингера сводится к уравнению Навье – Стокса. Докажем это. Для чего запишем уравнение Шредингера и преобразуем, воспользовавшись тождеством $\frac{\partial^2\psi}{\partial x_l^2} = \psi[\frac{\partial^2 \ln\psi}{\partial x_l^2} + \frac{1}{\psi^2}(\frac{\partial\psi}{\partial x_l})^2]$

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial^2\psi}{\partial x_l^2} + U\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\psi\sum_{l=1}^{3}[\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2} + \frac{1}{\psi^2}(\frac{\partial\psi}{\partial x_l})^2] + U\psi .$$

Разделив на массу $m\psi$, получим уравнение

$$i\frac{\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m^2}\sum_{l=1}^{3}(\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l})^2 = -\frac{\hbar^2}{2m^2}\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2} + U/m .$$

Получим уравнение в частных производных, взяв градиент от обеих частей уравнения, введем комплексную скорость по формуле $\mathbf{V} = -i\frac{\hbar}{m}\nabla\ln\psi$.

$$\frac{\partial i\frac{\hbar}{m}\nabla\ln\psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{m^2}\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial\nabla\ln\psi}{\partial x_l} = \frac{i\hbar}{2m}\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial^2 i\frac{\hbar}{m}\nabla\ln\psi}{\partial x_l^2} + \nabla U/m$$

Подставляя значение скорости в преобразованное уравнение Шредингера, получим

$$\frac{\partial V_p}{\partial t}+\sum_{l=1}^{3} V_l \frac{\partial V_p}{\partial x_l}=\nu\sum_{l=1}^{3} \frac{\partial^2 V_p}{\partial x_l^2}-\frac{\partial U}{\partial x^p}/m, \nu=\frac{i\hbar}{2m}.$$

Получим трехмерное уравнение Навье – Стокса с давлением, соответствующим потенциалу. Но задача гидродинамики отличается от уравнения Навье – Стокса, полученного из уравнения Шредингера, уравнением неразрывности.

При этом можно провести аналогию между ламинарным однозначным режимом и свободным, однозначным режимом описания частиц. Между турбулентным режимом, имеющим счетное количество решений и квантовым описанием частиц, имеющих счетное количество решений. В случае турбулентного комплексного и ламинарного действительного режима между ними имеется граница, критическое число Рейнольдса. Аналогичная граница имеется между классическим и квантовым описанием частиц, соответствующая переходу энергии состояния из отрицательного в положительное состояние. В свою очередь уравнение Навье – Стокса должно иметь дискретные уровни энергии состояния турбулентного потока, должны реализовываться переходы между этими состояниями с выделением энергии или поглощением энергии.

Покажем, что можно определить напряженность электрического и магнитного поля у уравнений звуковых волн гидродинамики. Для этого определим понятие скалярного и векторного потенциала электромагнитного поля. Ротор меняет знак при переходе из правой декартовой системы координат в левую. Это можно доказать расписав определение ротора в декартовой системе координат и поменяв знак в одном столбце у оператора дифференцирования и этой же компоненте скорости.

$$\nabla_l \times \mathbf{V}=\begin{vmatrix} \mathbf{i} & -\mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & -\frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & -V_2 & V_3 \end{vmatrix}=-\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & V_2 & V_3 \end{vmatrix}=-\nabla_r \times \mathbf{V}$$

индекс r соответствует правой системе координат, индекс l левой. При этом дивергенция знак не меняет. Распишем величину комплексной скорости в виде

$$\mathbf{V} = (\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2 + (\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2,$$

и подействуем оператором дивергенция на обе части равенства

$$\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r (\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2 .$$

Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\mathrm{Re}\,\mathbf{V}, \mathrm{Im}\,\mathbf{V}$ возьмем левую дивергенцию. При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. При этом имеем соотношение $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^*$. Так как при этом в плоскости $\mathrm{Re}\,\mathbf{V}, \mathrm{Im}\,\mathbf{V}$ действительная часть не изменит знака, а мнимая часть изменит знак, получим

$$\begin{aligned} &\nabla_r (\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2 = \nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^* = \\ &= \nabla_l (\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l (\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2 = \nabla_r (\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2 - \nabla_r (\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2 \end{aligned}.$$

При этом воспользовались тем, что правая и левая дивергенция равны. Откуда получаем $\nabla_r (\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2 = 0$, и значит, $(\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2 = i \cdot \nabla_r \times \mathbf{A}$, т.е. мнимая часть комплексной скорости соленоидальная.

Аналогично расписываем скорость, подействовав оператором ротор

$$\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_r \times (\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2,$$

но при этом величину скорости представим в виде $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \dfrac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t}$, где величина $\mathbf{A}$ действительна и удовлетворяет $\mathrm{div}\mathbf{A} = 0$, а скорость c это скорость возмущения в среде. Значит из условия $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r \mathbf{V}_0$, можно определить $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \dfrac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t}$. При этом условие на мнимую часть $\mathbf{V}$ выполняется. Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\mathrm{Re}\,\mathbf{V}, \mathrm{Im}\,\mathbf{V}$ возьмем левый ротор, получим соотношение $\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^*$. При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак.

Так как при этом действительная часть изменит знак, а мнимая часть нет, ($\nabla_l \times = -\nabla_r \times$ и взята комплексно сопряженная часть), имеем

$$\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^* = \nabla_l \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 =$$
$$= -\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2$$

т.е. получим $\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*) = 0$. Это соотношение эквивалентно $(\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 = -\mathrm{grad}\varphi$. Итак, имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} &= -\nabla\varphi + i \cdot \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{V}_0^* + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} &= -\nabla\varphi - i \cdot \nabla \times \mathbf{A} \end{aligned}.$$

Эта формула другая формулировка факта, что вектор можно представить в виде суммы градиентной части и соленоидальной части. При этом выбираем калибровку $\mathrm{div}\mathbf{A} = 0$ см. [2]§2 для свободного пространства. При этом выполняется условие поперечности поля, $\varphi = 0$. Из этого равенства имеем

Из этого равенства имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_0 &= -\frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} + i \cdot \nabla \times \mathbf{A} = \mathrm{E} + i\mathrm{H} \\ \mathbf{V}_0^* &= -\frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} - i \cdot \nabla \times \mathbf{A} = \mathrm{E} - i\mathrm{H} \end{aligned}.$$

Причем, так как скорость в газе подчиняется волновому уравнению, напряженность «электрического» и «магнитного» поля подчиняется волновому уравнению. Частным решением двух волновых уравнений являются уравнения Максвелла для свободного пространства. Эти частные решения являются и общими решениями для свободного пространства. В самом деле, добавка произвольной функции в уравнения Максвелла для свободного пространства, приведет к волновому уравнению с добавочными функциями относительно уравнения свободного пространства. Имея уравнения Максвелла для свободного пространства, окажемся в условиях [2]§2 и далее просто используем материал этого параграфа. Т.е. получаем, что из условия калибровки $\mathrm{div}\mathbf{A}=0$ см. [2]§2 для свободного пространства выполняется условие поперечности поля $\varphi=0$.

При этом компонента $\mathbf{H}$ электромагнитного поля описывает вращение направленного вдоль направления распространения векторного потенциала $\mathbf{A}$. Компонента $\mathbf{E}$ описывает вращение в пространстве времени компонент $\mathbf{A},-\varphi;\frac{\partial\mathbf{A}_l}{c\partial t}+\frac{\partial\varphi}{\partial x^l}$.

Обе эти компоненты ортогональны тензору $A_l A_k, l,k=0,...,3$ распространения электромагнитной волны в четырехмерном пространстве $A^l A^k(\frac{\partial A_l}{\partial x^k}-\frac{\partial A_k}{\partial x^l})=0$. Ротор четырехмерного вектора $-\varphi,\mathbf{A}$ описывает вращение этого вектора в четырехмерном пространстве вокруг направления распространения продольной волны $-\varphi,\mathbf{A}$.

Как проекция на трехмерное пространство трехмерные компоненты этого вектора в дальней зоне ортогональны направлению распространения вдоль вектора $\mathbf{A}$.

Согласно определению операторов «магнитного» и «электрического» поля имеем определение энергии поля

$$\widehat{H}=\frac{1}{8\pi}\int(\widehat{\mathbf{E}}^2+\widehat{\mathbf{H}}^2)d^3x.$$

При этом вводя канонические переменные $P_{k\alpha},Q_{k\alpha}$ см. [2]§2, получим

$$\widehat{H}=(\widehat{P}_{k\alpha}^2+\omega^2\widehat{Q}_{k\alpha}^2)/2.$$

Определение собственных значений этого оператора энергии не требует вычислений, так как сводится к известной задаче о собственных значениях линейного гармонического осциллятора см. [3]§23

$$E=(N_{k\alpha}+1/2)m\nu\omega$$

Но построенное значение энергии звуковых волн, т.е. в линейном приближении уравнения Навье – Стокса и уравнения неразрывности для сжимаемого газа без учета потерь на трение. Причем роль постоянной Планка в этом уравнении для звуковых волн играет величина $m\nu$, где используется масса молекулы.

Получим значение тепловой квантовой энергии с учетом нелинейных эффектов и трения в трехмерном случае. Изменение в направлении k,i удельной энергии потока, связанной с изменением скорости в направлениях i,k, для сжимаемой жидкости определяется по формуле см. [4]§16

$$\frac{d\dot{E}_{ik}}{dV} = -[\eta(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik}\frac{\partial V_i}{\partial x_i}) + \varsigma\delta_{ik}\frac{\partial V_i}{\partial x_i}](\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i}) =$$
$$= -[\eta\omega_{ik} + (\varsigma - \eta/3)\delta_{ik}\omega_{ii}]\omega_{ik}; \omega_{ik} = \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i}.$$

Значит, квант излученной звуковой энергии одним молем жидкости E_s определится из уравнения

$$\sum_{i,k=1}^{3}\{\Delta\varepsilon_{ik} + [\nu\omega_{ik} + (\varsigma/\rho - \nu/3)\delta_{ik}\omega_{ii}]\mu\} = E_s = \mu\nu\omega_s(N + 1/2).$$

При этом в одном моле жидкости имеется набор частот ω_{ik} в ламинарном режиме, как положительных, так и отрицательных, поэтому энергия моля жидкости выглядит непрерывной. Величина частоты может быть отрицательна согласно формуле $\omega_{ik} = \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i}$, где используется средняя скорость микромира, равная скорости макромира. Записанное значение ω_{ik} является средним по многим частотам. Где ν кинематическая вязкость жидкости, величина μ молекулярный вес. Эта величина для одного моля вещества, т.е. для 22.4 литров газа маленькая, по сравнению с энергией газа. Она гораздо меньше, чем величина энергии одного моля газа. Энергия одного моля газа равна газовой постоянной умноженной на температуру RT.

Справа стоит собственная энергия системы, квантовая энергия звуковых волн. Когда сумма тепловой и кинетической энергии постоянна, звуковая энергии не излучается. Детонация сопровождается выделением тепловой энергии и следовательно излучением звуковой энергии.

В энергетическом уравнении имеется два разных тепловых члена. Один связанный с выделением тепла за счет неоднородности скорости

$\mu[\nu\omega_{ik}+(\varsigma/\rho-\nu/3)\delta_{ik}\omega_{ii}]\omega_{ik}$, а другой источник тепловой энергии Q/τ, равный энергии, деленной на время.

Но энергия этих членов едина, она определяется значением $\mu[\nu\omega_{ik}+(\varsigma/\rho-\nu/3)\delta_{ik}\omega_{ii}](n+1/2)$, образующим квант энергии и значением Q, определяющим квант тепла. Для значения Q тоже можно ввести понятие частоты, умноженной на произведение массы на коэффициент, аналогичный кинематической вязкости $Q=\mu\nu\omega(n+1/2)$. Дискретность химической энергии следует из формулы (1). Т.е. энергию этих двух членов можно описать единым образом. Аналогично в квантовой механике описывается энергия $E=\hbar\omega(n+1/2)$.

При этом квант тепловой энергии связан с выделением тепла, и определяется кинематической вязкостью среды и балансом между кинетической энергией жидкости и квантовой, тепловой энергией. В случае наличия реакции горения, квантовая энергия жидкости обусловлена химическими реакциями горения. Так горение сопровождается звуковыми волнами (печка гудит), взрыв вызывает резкий звук, и имеется градиент скорости среды. Все это переход химической энергии в звуковую и кинетическую энергию жидкости или газа. В турбулентном режиме имеется дискретное, определяемое критическим числом Рейнольдса изменение энергии и обуславливающее спиновый режим детонации.

При уменьшении температуры к величине, близкой к нулю по Кельвину, наступает такой момент, когда все частоты соответствуют одной положительной частоте, которая в корень из числа Авогадро $\sqrt{N_{av}}$ больше, чем средняя частота ω_{ik}. При этом кинетическая энергия системы уменьшается, значит и квантовая энергия по модулю уменьшается. Значит, кинематическая вязкость жидкости, ответственная за квантовую энергию, должна уменьшиться в $\sqrt{N_{av}}$ раз. При этом образуется сверхтекучая жидкость, с малой кинематической вязкостью.

Баланс энергии N квантов звуковой волны равен

$$\Delta\varepsilon + \sum_{i,k=1}^{3} [\nu\omega_{ik} + (\varsigma/\rho - \nu/3)\delta_{ik}\omega_{ii}]\mu(n+1/2) = \mu\nu\omega_s(N+1/2)$$

При этом отрицательная квантовая тепловая энергия имеет предел в турбулентном режиме, нижнее значение частоты и квантового числа n соответствует критическому числу Рейнольдса. Справа стоит квантовая звуковая энергия.

При этом кинетическая энергии одного моля потока, равна

$$\varepsilon = \mu V^2.$$

Решение задачи гидродинамики определяет дискретный набор значений скорости потока, и переход между уровнями энергии определяет дискретную частоту излучения ω_{ik}.

При этом в отличие от задачи квантовой механики, квантовая химическая энергия системы определяется из баланса энергии, и поэтому излучение системы не имеет спектра, как у элементов таблицы Менделеева. Спин собственного значения основного уровня для энергии системы целый, в отличие от электронов атома водорода, спин которых равен 1/2. Значит гидродинамическая система занимает один уровень энергии, в отличии от электронов в атоме, где каждая пара электронов с разным спином имеет свой уровень энергии.

Но в случае детонации или горения, когда в системе за малое время квантовая энергия уменьшается до минимального, отрицательного значения кинетическая энергия растет. Изменение квантовой тепловой энергии системы в случае детонации и есть изменение химической энергии. Это следует из формулы (1). Отрицательность квантовой энергии связана с тем, что система двумерна, продольная скорость зависит от поперечной координаты $\omega_{ik} = \frac{\partial V_i}{\partial x_k}, i \neq k$ и появляется одна отрицательная частота в случае течения жидкости в трубопроводе. Откуда можно определить скорость потока в режиме детонации

$$\varepsilon = \mu V^2 = -\nu \operatorname{Re}\omega\mu(n+1/2) + \mu\nu\omega_s(N+1/2) = \nu\mu\Omega_n + \mu\nu\omega_s(N+1/2); \quad \Omega_n = |\operatorname{Re}\omega|(n+1/2).$$

В турбулентном режиме действительная часть частоты за счет теплового потока постоянна и отрицательна, и так как кинетическая энергия растет, отрицательная квантовая энергия убывает за счет увеличения квантового числа n. Т.е. имеем $V_n = \sqrt{\nu[|\operatorname{Re}\omega|(n+1/2) + \omega_s(N+1/2)]}$. Причем $\omega_s = 2\pi c_s / d = 2\pi\sqrt{\frac{\gamma R T_1}{\mu}} / d$

При этом величина частоты имеет один знак и поэтому велика и $n \gg 1$ в режиме детонации, так как величина скорости больше скорости звука. Но имеется граница роста квантового числа n, равная $n + 1/2 = \frac{\Re_{cr}}{2(\Delta n)^2} F(z_F)$ и которую вычислим в дальнейшем.

В режиме горения величина частоты не велика и величина n ограничена, т.е. химическая реакция используется в малом объеме, так как скорости в режиме горения не большие.

В режиме детонации образуется несколько голов потока, сколько разных скоростей умещается по радиусу. Количество разных скоростей это квантовое число процесса детонации. Ширина головы определяется $\Delta r = V_n / \frac{\partial V_n}{\partial r} = \sqrt{\frac{\nu \cdot (n+1/2)}{|\operatorname{Re}\omega|}}$. Т.е. количество дополнительно к основной голове потока Δn равно $\Delta n = \frac{r}{\Delta r} = \frac{r\sqrt{|\operatorname{Re}\omega|}}{\sqrt{\nu \cdot (n+1/2)}}$, причем параметры таковы, что величина квантового числа Δn ограничена.

При этом отношение $L/d = 3$ согласно [5], где L максимальная длина головы в потоке, величина d диаметр трубы. Вычислим это отношение $\frac{L}{d} = \frac{V_n \Delta t}{d} = \frac{V_n 2\pi\Delta n}{d|\operatorname{Re}\omega|} = \frac{\Delta r 2\pi\Delta n}{d} = \frac{2\pi\Delta n}{2\Delta n} = \pi$. При этом время существования головы спина равно периоду волны умноженное на число голов в детонационной волне $\Delta t = \frac{2\pi\Delta n}{|\operatorname{Re}\omega|} = T\Delta n$.

При этом время детонации обратно пропорционально $n_{\max}$. Чем короче время детонации τ, тем больше уровень максимальной энергии. Это происходит потому, что уровни энергии уменьшаются до основного уровня энергии. При этом $|\operatorname{Re}\omega| \cdot n_{\max} = \frac{k}{\tau}$, величина связанная со скоростью детонационной волны. Причем k/τ определяется тепловым эффектом химической реакции Q. Имеется приближенная формула

$$D = \sqrt{2(k^2 - 1)Q} = \sqrt{\nu |\operatorname{Re}\omega| \cdot (n + 1/2)} \qquad (1)$$

Т.е. механизм химических реакций связан с квантовыми свойствами системы и химическая энергия квантуется.

При этом понятно образование на фронте волны скачков скорости фронта, имеющих разную энергию состояния, и, следовательно, разную скорость. При этом, чем меньше время выделения энергии, тем больше уровней энергии, так как высокие уровни энергии не успевают перейти на нижние уровни.

Понятно и образование спина у горючей смеси. Обычное квантово-механическое вращение системы, такое же, как собственное вращение электрона. В квантовой механике понятие спина не объяснено, это просто свойство электрона. Значение спина равно $\mu\nu$ у одного моля газа, что соответствует постоянной Планка $\hbar$ и энергия одного моля газа равна $E = \mu\nu |\omega| \cdot (n + 1/2)$ при постоянной величине ω, что соответствует квантовой формуле энергии электрона $E = \hbar\omega(n + 1/2)$.

При этом образуется скорость детонационной волны. Получаем асимптотическое значение безразмерного давления равно $P = \frac{Rd^3 R_{cr}(T_1 + iT_0\sqrt{\varsigma})}{\mu\nu^2 L} \ln\frac{P_0}{P_1}$, где R газовая постоянная,

$\varsigma = \sqrt{\frac{3\pi}{2\tan}(1+2p) + \frac{9}{4}\ln^2|\frac{w^2(P)\tau\nu S}{Q_1\exp(-U/kT_0)a_0^2}|}$, величина степени шероховатости равна $\tan = \delta/l$, величина $w(P)$ скорость ударной волны. решение гидродинамической задачи описано в [6]. Зная безразмерное давление, определим параметр R_0 по формуле (2.2) из [6] $R_0 = \sqrt{\Re_{cr}^2\gamma^2 + \sqrt{P^2/8 - \Re_{cr}^2\gamma^2 P}\beta}[1-\alpha(\tau)r^2/a^2]$, которая переходит в плоский фронт ударной волны плюс косая волна при уменьшении $\alpha(\tau) \to \alpha_0, 0 < \alpha_0 << 1$, $\gamma = \alpha(\tau) + \frac{1-\alpha(\tau)r_0^2/a^2}{1-r_0^2/a^2} > 1$, где радиус r_0 соответствует началу фронта косой волны. Где величина $(a-r_0)/a = \frac{P_0 - P_{cr}}{P_0 + P_{cr}} f(P_0/P_{cr})$, величина $\frac{P_{cr}}{P_1} = \exp(\frac{z_F}{L}\ln\frac{P_0}{P_1})$, где z_F координата начала образования ударной волны. Функция $f(P_0/P_{cr})$ определяется из эмпирической зависимости, которая по порядку величины равна 1. В комплексной форме для расстояния z_F, координате начала детонации, формула для числа Рейнольдса потока имеет вид $R_1(z_F, r) = (\Re_{cr}\gamma - i\sqrt[4]{P^2/8 - \Re_{cr}^2\gamma^2 P}\sqrt{\beta})[1-\alpha(\tau)r^2/a^2]/H(z_F)$. Где величина $H(z)$ определяется по формуле

$$H(z) = [1-\alpha^5(\tau)]\frac{\rho_1}{\rho_0} + \alpha^5(\tau)\exp[-\frac{z}{L}\ln(P_0/P_1)]. \qquad (2)$$

Величина ρ_0, ρ плотность до фронта и после фронта ударной волны. При этом имеем

$$z_F = \frac{L}{2\ln(\frac{P_0}{P_1})}\ln\frac{\frac{9\chi\theta_0}{4\nu}\alpha(\tau) - R_0^2 + Q_0}{\frac{15R_0}{R_{cr}}\theta_0[\alpha(\tau)/3 - \alpha^2(\tau)/4] + \alpha^2(\tau)R_0^2(a_0\ln\frac{P_0}{P_1}/L)^2};$$
.

$$\theta_0 = \frac{c_p(T_1 + iT_0\sqrt{\varsigma} - T_0)d^2}{\mu\nu^2}$$

Где T_1 температура газовой смеси при детонации. В результате решения получился комплексная начальная координата положения фронта волны. Действительная часть этой координаты соответствует средней координате положения фронта, а мнимая часть соответствует среднеквадратичному отклонению координаты фронта, т.е. ширине зоны химических реакций.

Откуда имеем отрицательное действительное постоянное значение частоты

$$\omega = \int_0^a \frac{\partial w}{\partial r} dr/a = -F(z)R[\int_0^{r_0} \alpha \frac{2r}{a^2} + \int_{r_0}^a (\gamma-\alpha)\frac{2r}{a^2})]dr/a =$$

$$= F(z_F)\frac{8\nu[\alpha r_0^2 + (\gamma-\alpha)(a^2 - r_0^2)]}{d^4}(-p\Re_{cr}\gamma + i\sqrt[4]{P^2/8 - \Re_{cr}^2\gamma^2 P}\sqrt{\beta});$$

$$F(z) = \exp[\frac{z}{L}\ln(P_0/P_1)]; \gamma = \alpha(\tau) + \frac{1-\alpha(\tau)r_0^2/a^2}{1-r_0^2/a^2} > 1$$

При этом переход к другой ветви решения гидродинамической задачи вызовет увеличение действительной части числа Рейнольдса в p раз. Действительная часть энергии состояния связанной системы отрицательна. При этом мнимая часть частоты характеризует время существования спиновой детонации. Величина времени существования детонации равна $\tau = \frac{2\pi}{\operatorname{Im}\omega} = \frac{\pi d^2}{\nu F(z_F)\sqrt[4]{P^2/8 - \Re_{cr}^2\gamma^2 P}\sqrt{\beta}}$.

Частота спиновых колебаний равна

$$|\operatorname{Re}\omega| = \frac{2p\nu}{d^2}\Re_{cr}\gamma F(z_F) = \frac{2D\Delta n}{d}; \Re_{cr}\gamma = \frac{\gamma}{g/R_{cr} - haH'(z_F)}$$
$$g = \alpha(\tau)\frac{r_0^4}{2a^4} - \alpha^2(\tau)\frac{r_0^6}{3a^6}; h = 2\frac{r_0^2}{a^2} - \alpha(\tau)\frac{r_0^4}{a^4} + (\gamma-\alpha)(1 - \frac{2r_0^2}{a^2} + \frac{r_0^4}{a^3}) \quad (2)$$

Где $R_{cr} = 2300$. Величина $\alpha(\tau) \to \alpha_0, \tau \to \infty, 0 < \alpha_0 < 1$. Величина D это скорость волны детонации см. формулы, следующие из (3) для определения частоты спиновой детонации. При этом оказывается, что спиновая частота детонации пропорциональна квантовому числу Δn. Причем для приведенного примера установится α_0 и r_0, такое, что $\Re_{cr}\gamma = 46000$. При этом определена динамика развития скорости и частоты детонации. Из этой формулы следует, что $p = \Delta n$.

Время существования спиновой детонации $\tau = \dfrac{2\pi}{\mathrm{Im}\,\omega}$, при этом имеется профиль (2). После образования ударной волны установится профиль

$$H(z) = [1 - \alpha^5(\tau)]\frac{P_1(L - z_F)}{P_1(L - z_F) + (P_{z1} - P_1)(L - z)} + \alpha^5(\tau)\exp[-\frac{z}{L}\ln(P_0 / P_1)].$$

Производная берется по величине $L - z$ при переходе к ударной волне $\alpha(\tau) = \alpha_0$, и по величине z при параболическом профиле $\alpha(\tau) = 1$, поэтому критическое число Рейнольдса $\Re_{cr}$ положительно. Производная должна быть отрицательна, чтобы выполнялось $\Re_{cr} > 0$. При этом в величине $H(z)$ перейдем к первому члену, так как $\alpha(\tau) \to \alpha_0$. Величина $-H'(z_F)$ увеличится, число Рейнольдса $\Re_{cr}$ уменьшится, при этом скорость детонации D, частота детонации $\mathrm{Re}\,\omega$, и квантовое число $n + 1/2$ уменьшатся. Это приведет к росту тепловой энергии, а значит, кинетическая энергия системы уменьшится, и возможен рост звуковой энергии, что будет сопровождаться звуковым сигналом. Спиновая детонация при этом закончится за время $\tau = \dfrac{2\pi}{\mathrm{Im}\,\omega}$, но ударная волна продолжает распространяться за время $\tau_1 = \int\limits_{z_F}^{L} \dfrac{dz}{V_1(z)} \approx \dfrac{L - z_F}{\alpha_0\sqrt{R\sqrt{T_1^2 + T_0^2\sqrt{\varsigma}})/\mu}}$, $\tau_0 = \int\limits_{0}^{z_F} \dfrac{dz}{V_0(z)} \approx \dfrac{z_F}{\alpha_0\sqrt{RT_0/\mu}}$, где V_1, V_0 скорость распространения ударной волны за фронтом и до фронта по направлению движения потока, относительно лабораторной системы отсчета. Эти интегралы имеют особенность $V_1(L) = 0, V_0(0) = 0$, поэтому время распространения ударной волны велико см. [6].

Предлагаемый материал описывает регулярную спиновую детонацию. Но существует и не регулярная часть. При этом рассматривается параболический профиль $1 - \alpha_0 r^2 / a^2(z), r \in [0, r_0]$ детонационной волны с малой величиной α_0 в момент детонации. При этом для достижения нулевой скорости на поверхности трубы, имеется косой фронт детонационной волны. При этом на косом фронте и на выпрямляемом параболическом профиле образуются головы спиновой детонации. Вычислим формулу косого фронта. Он имеет вид $(1-\alpha_0 r_0^2/a^2)\dfrac{1-r^2/a^2}{1-r_0^2/a^2}, r\in[r_0,a]$, и является непрерывной функцией с разрывом первой производной. При этом $\dfrac{da}{dz}=0$ в косой волне, соответствующей ударной волне. Необходимо отдельно считать Δn для этих двух участков и определять решение по отдельности для двух участков.

Но как определить параметры спиновой волны. Для этого надо использовать два равенства

Но как определить параметры спиновой волны. Для этого надо использовать два равенства

$$D^2=\nu\,|\operatorname{Re}\omega|[n+1/2+\omega_s(N+1/2)/|\operatorname{Re}\omega|]$$
$$\Delta n=\frac{r\sqrt{|\operatorname{Re}\omega|}}{\sqrt{\nu\cdot[n+1/2+\omega_s(N+1/2)/|\operatorname{Re}\omega|}}\quad. \qquad (3)$$

Из этих формул следует $|\operatorname{Re}\omega|=\dfrac{D\Delta n}{r}$.

Зная величину $\operatorname{Re}\omega$ из формулы (2), из второго равенства (3) определим величину n. $n+1/2+\omega_s(N+1/2)/|\operatorname{Re}\omega|=\dfrac{a^2|\operatorname{Re}\omega|}{\nu(\Delta n)^2}=\dfrac{\Re_{cr}p\gamma}{2(\Delta n)^2}F(z_F)$. При этом можно определить величину скорости детонации $D=\dfrac{\nu\Re_{cr}\gamma}{d}F(z_F)$. Получается, что скорость детонации не зависит от квантовых чисел $p=\Delta n$.

Учитывая, что величина Δn определяет количество голов детонации, а величина p неоднозначное гидродинамическое решение, получим дискретные значения частоты и скорости спиновой детонации. Имея в наличии чередующиеся гидродинамические решения, получим зависимость от разных чисел p.

В качестве контрольного варианта взята смесь $2H_2+O_2$ в трубе с диаметром $d=1.6cm$. При этом наблюдалась одноголовая детонация.

В результате эксперимента образовалась детонационная волна со скоростью распространения $D=2.3\cdot 10^5 cm/s$. Спиновая частота равна $\omega=2.89\cdot 10^5/s$.

Наибольшая скорость звука в величине частоты звуковых колебаний в смеси определяется наименьшим молекулярным весом и частота звуковых волн равна величине $\omega_s=\frac{2\pi c_s}{d}=\frac{2\pi}{d}\sqrt{\gamma\frac{RT}{\mu}}=\frac{2\pi\cdot 33000\sqrt{1200\cdot 29/(293\cdot 4)}}{1.6}=7\cdot 10^5/s$.

Величина спиновой частоты равна $|\mathrm{Re}\,\omega|=46000\cdot 40\cdot 2\cdot 0.4/1.6^2=2.88\cdot 10^5/s$ при критическом числе Рейнольдса сжимаемой среды с малой длиной трубы $\Re_{cr}\gamma=46000$, и при величине перепада давления $\exp(\frac{z_F}{L}\ln\frac{P_0}{P_1})=40$. Величина кинематической вязкости смеси при температуре $1200°K$ равна $\nu=0.4cm^2/s$.

Скорость детонации при этих значениях параметров оказалось равной величине $D=\frac{0.4\cdot 46000\cdot\sqrt{1+70\cdot 0.01/28.8}}{1.6}40=2.32\cdot 10^5 cm/s$, при отношении квантовых чисел $(N+1/2)/(n+1/2)=0.01$. В случае двухголовой детонации спиновая частота равна $|\mathrm{Re}\,\omega|=5.75\cdot 10^5/s$ при неизменной скорости детонации $D=2.32\cdot 10^5 cm/s$. Отметим, что при условии $(N+1/2)/(n+1/2)=0.01$, влияние звуковых волн на скорость детонации очень маленькое, поэтому изменение квантового числа N при этих условиях не существенно.

Не используя решение уравнения Навье – Стокса получим следующие соотношения для детонационной волны.

$$D^2=2(k^2-1)Q=\nu\,|\mathrm{Re}\,\omega|\,(n+1/2)$$
$$\Delta n=\frac{r\sqrt{|\mathrm{Re}\,\omega|}}{\sqrt{\nu n}},k=\frac{c_p}{c_V} \quad . \qquad (4)$$

Откуда получим $|\mathrm{Re}\,\omega| = D\Delta n / r; n = \dfrac{Dr}{\Delta n \nu}$. При этом длина спиновой волны $L = \pi d$. Время ее существований $\Delta t = \dfrac{2\pi\Delta n}{|\mathrm{Re}\,\omega|} = \dfrac{2\pi r}{D}$.

При одноголовой детонации и радиусе трубы $0.65cm$ при использовании смеси $CH_4 - O_2$ частота спиновой детонации $\omega = \dfrac{D}{r} = \dfrac{3 \cdot 10^5}{0.65} = 4.6 \cdot 10^5 / s$. При этом экспериментальное значение частоты спиновой детонации равно $\omega = 2\pi 6.8 \cdot 10^4 = 4.2 \cdot 10^5 / s$ см. [5]. Значит, вычисленная частота колебаний спиновой волны $\omega = 4.6 \cdot 10^5 / s$ совпала с экспериментальной величиной $\omega = 4.2 \cdot 10^5 / s$. В таблице 1 приведена связь между спиновой частотой и скоростью детонации $v = D/(\pi d)$ и соотношение между шагом спина и диаметром трубы $L/d = \pi$.

D,m/s	2810	1930	1795	1750	2850	2135	2160
d,cm	1.2	1.3	2.55	1.3	1.5	2.55	1.4
Частота эксперимент	70000	44000	24000	44000	53000	21000	38000
Частота теория	75000	47000	22400	42800	60000	26700	49000
L/d	3.35	3.37	2.93	3.06	3.59	3.99	4.6
Смесь	$2H_2 + + O_2$	$2H_2 + + 3O_2$	$2CO + + O_2$	$2CO + O_2$	$C_2H_2 + + H_2$	C_2H_2	C_2H_2

Таблица 1

Список литературы

1. *Якубовский Е.Г.* Исследование решений уравнения Навье – Стокса, "Энциклопедический фонд России", 2014, 60с., http://russika.ru/sa.php?s=868

2. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая

электродинамика, т.IV, М.,- «Наука»,1989 г., 727

3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика Нерелятивистская теория т.III, Наука, М.,1969,768с.

4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика, т.VI, М.-, «Наука», 1988г.,

5. *Зельдович Я.Б. Компанеец А.С.* Теория детонации. – М.: Государственное Издательство Технико-Теоретической литературы, 1955, 136с.

6. *Якубовский Е.Г.* Описание детонационных процессов в газообразных средах с помощью решения уравнений гидродинамики «Энциклопедический фонд России», 2015, http://russika.ru/sa.php?s=1010