

Вычисление критического числа Рейнольдса

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Аннотация

Определение критического числа Рейнольдса по свойствам устойчивости решения гидродинамической задачи определяет не верно значение числа Рейнольдса. Вычисление критического числа Рейнольдса за счет шероховатостей приводит к разным значениям критического числа Рейнольдса. Но учет тангенса наклона молекулярных шероховатостей приводит к правильному значению числа Рейнольдса.

Микро-шероховатости $\langle |\tan \alpha| \rangle$ распределены по всей поверхности трубопровода, они находятся и на макро шероховатостях и определяют критическое число Рейнольдса и коэффициент сопротивления при числе Рейнольдса, равном 2300. Микро-шероховатости имеют молекулярную природу и определяются средним размером атома, равным среднему геометрическому между размером ядра r_A , и размером радиуса Бора $\sigma = \sqrt{r_A a_0}$, при расстоянии между атомами $a = 3.4a_0$, равному некоторой величине, определяемой свойствами границы трубопровода, железом, титаном и углеродом. Величина a_0 это радиус Бора. Расстояние между атомами железа $a_{Fe} = 2.87A$, между атомами титана $a_{Ti} = 3.46A$, между атомами углерода $a_C = 3.567A$ см. [6]. При этом абсолютная величина тангенса наклона высоты микро-шероховатости поверхности металла в трубопроводе определяется по формуле

$$h(z) = \langle |\tan \alpha| \rangle = \sum_{n=-N}^N \exp[-(z - na)^2 / \sigma^2] / (2N).$$

Средний тангенс наклона равен

$$\frac{1}{R_{cr}} = \int_{-\infty}^{\infty} h(z) \frac{dz}{2\pi Na} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(z - na)^2 / \sigma^2] dz}{2\pi a} = \frac{\sigma}{2\sqrt{\pi a}} =$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3.4 \sqrt{\pi a_0}} = \frac{1}{2 \cdot 3.4 \sqrt{\frac{1.4 \cdot 10^{-13}}{\pi 0.5 \cdot 10^{-8}}}} = \frac{1}{2300}$$

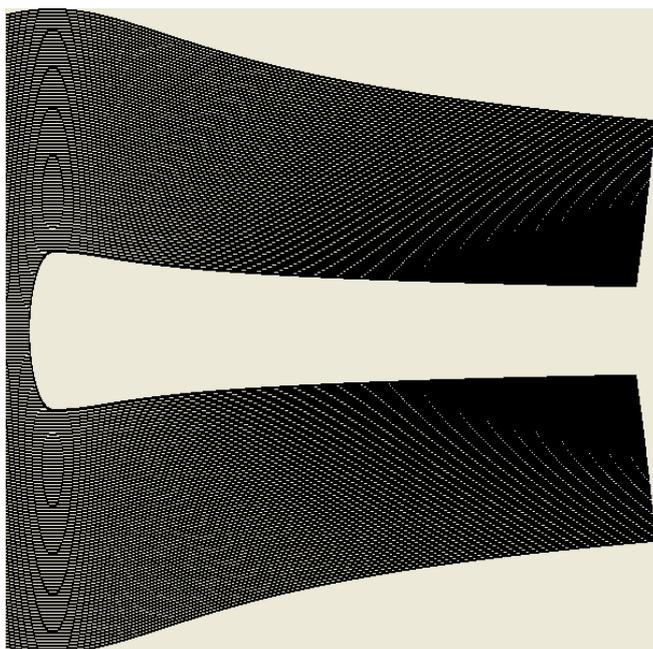
Величина критического числа Рейнольдса относительно диаметра равна $R_{cr} = 2300$.

Необходимо отметить, что к микро-шероховатостям относятся и ступенчатое изменение высоты поверхности. Его тангенс наклона образует дельта функцию и при усреднении дает вклад в критическое число

Рейнольдса в данном сечении $\frac{1}{R_{cr}} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^P \frac{|\Delta a_k|}{Pa} \delta(z - z_k) dz = \sum_{k=1}^P \frac{|\Delta a_k|}{Pa}$, где

скачок высоты произошел на разных углах данного сечения.

Приведем рисунок обтекания сферы в ламинарном режиме. Охваченная потоком область описана черным цветом. Имеется область, скорость перпендикулярная к границе которой равна нулю. Это область пограничного слоя и следа тела, которые в данном случае образовали единое целое. При этом в этой области образуются завихрения, например вихревая дорожка, но граница расширяет объем тела. График взят из [1].



Но почему критическое число Рейнольдса для сферы равно $3 \cdot 10^5$. Это связано с разным определением критического числа Рейнольдса. Оно равно

$$\frac{1}{R_{cr}} = \frac{da}{ds} = \frac{dl_{eff}}{ds} \cdot \frac{a}{l_{eff}} = \frac{1}{2300} \cdot \frac{a}{l_{eff}}, \quad \text{где } \text{величина } l_{eff} \text{ эффективный,}$$

гидродинамический размер тела, включая среду, a истинный геометрический

размер тела, причем $\frac{dl_{eff}}{ds} = |\tan \alpha| = \frac{1}{2300}$ молекулярный тангенс наклона

шероховатости. Причем отношение $\frac{a}{l_{eff}}$ может иметь значение $\frac{a}{l_{eff}} = 0.01$.

Причем критическое число Рейнольдса и эффективный гидродинамический размер соответствует началу комплексного решения.

Докажем, что для поверхности особой зоны конвективный член равен нулю, и поэтому существенным становится средний модуль тангенса наклона шероховатости. Для границы особой зоны имеем уравнение неразрывности

$$\frac{\partial V_s}{\partial s} + \frac{\partial V_n}{\partial n} = 0. \quad \text{Так как производная по нормали от скорости в нормальном}$$

направлении равна нулю, значит, продольная скорость V_s равна константе, и значит на границе особой зоны, конвективный член равен нулю.

Литература

1. Якубовский Е.Г. Определение особенностей течения вязкой несжимаемой жидкости вне сферы в ламинарном и турбулентном режиме, 2016, «Энциклопедический фонд России», 16 стр.
http://www.russika.ru/userfiles/390_1451353152.pdf