Неупругое рассеяние элементарных частиц с учетом ядерного потенциала и образования новых частиц

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Аннотация

Уравнение Шредингера при рассеянии элементарных частиц на произвольном потенциале надо описывать в комплексном пространстве с комплексной энергией. Существует точное решение для неупругого резонансного сечения рассеяния заряженных частиц только в случае потенциала Кулона. Предлагается решение для неупругого резонансного сечения рассеяния при произвольном потенциале, зависящем от радиуса. При этом можно определить скорость частиц вакуума, а по ней плотность частиц вакуума. Зная плотность частиц вакуума, можно определять массу образовавшейся элементарной частицы. Зная возможные реакции образования элементарных частиц, идентифицируем плотность частиц вакуума с определенной элементарной частицей.

Уравнение Шредингера имеет вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U\psi$$

Уравнение для волновой функции рассеянной волны $\psi = \exp(ikz) + \exp(ikr) f(\theta)/r$. Преобразуем его к виду $\psi = \sum_{l=1}^{\infty} A_l \exp[-iE_l t/\hbar + i\int_{r_0}^{r} k_l(u)du] f_l(\theta)/[(k_l - E_l/c\hbar)r]$, где величина A_l определяется из уравнения $\exp(ikz) = \sum_{l=1}^{\infty} A_l \exp(ik_l z)$, $k_l = \lim_{r\to\infty} k_l(r)$. Полагая $z = 0$, получим равенство $\sum_{l=1}^{\infty} A_l = 1$.

При этом скорость потока частиц вакуума определяется по формуле (формула для скорости и свойств частиц вакуума см. [3])

$$V_l = \frac{\hbar}{im}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l} = \lim_{t\to\infty}\frac{\hbar}{im}\frac{\partial \ln\sum_{l=1}^{\infty} A_l \exp[-iE_l t/\hbar + i\int_{i\,\mathrm{Im}\, r_{\min}}^{r+r_{\min}} k_l(u)du] f_l(\theta)/[(k_l - E_l/c\hbar)r]}{\partial x_l} =$$

$$= \frac{\hbar}{m}k_q(r)\frac{x_l}{r} - i\frac{\hbar}{m}[\frac{\partial[\ln P_q(\cos\theta)]}{\partial x_l} - \frac{x_l}{r^2}]$$

Где имеем

$$k(r) = \frac{1}{\frac{1}{k_l^0} + \int_{i\,\mathrm{Im}\, r_{\min}}^{r+r_{\min}} 2[u(r)-\varepsilon][\frac{1}{k_l^0} + \alpha(y) - \frac{y-r_0^l}{i}]^2 / idy + \frac{r-r_0^l}{i}}.$$

Тогда траектории частиц вакуума определятся из уравнения, где интегрирование осуществляется по действительным значениям комплексной координаты $x_l + x_{l\min}$, при этом удается избежать особенности интегрирования сингулярности $1/r$.

$$\frac{dx_l}{dt} = V_l(x_1, x_2, x_3).$$

При этом потенциальная энергия ядерных сил см. [3], (потенциал ядерных сил моделируется множеством диполей, образуемых частицами вакуума и сумма этих диполей представлена одним членом, умноженным на количество диполей) непрерывно переходящих в закон Кулона, равен

$$U(r) = \begin{cases} -\frac{e^2 l}{r_{\min}^2}\frac{m_p}{m_\gamma}, r < \frac{r_{\min}^2 m_\gamma}{l m_p} \\ -\frac{e^2}{r}, r > \frac{r_{\min}^2 m_\gamma}{l m_p} \end{cases} = \begin{cases} -\frac{r_\gamma^2}{r_{\min}^2} m_p c^2, r < \frac{r_{\min}^2 \hbar}{137 r_\gamma^2 c m_p} \\ -\frac{e^2}{r}, r > \frac{r_{\min}^2 \hbar}{137 r_\gamma^2 c m_p} \end{cases}, \frac{l}{m_\gamma} = \frac{137 r_\gamma^2 c}{\hbar}$$

Где $r_{\min}$ определено далее по тексту. Определение образующей частиц вакуума r_γ см. [3]. Зная скорость частиц вакуума можно определить их плотность из уравнения

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathrm{div}\rho\mathbf{V} = 0$$

$$\frac{\partial \ln\rho}{\partial t} + \frac{\partial \ln\rho}{\partial x_l}\mathrm{V}_l = \frac{d\ln\rho}{dt} = \text{-}\mathrm{div}\mathbf{V}.$$

Откуда зная плотность частиц в момент времени t_0 с координатой $\mathbf{r}$, определим плотность частиц вакуума $\rho(t,\mathbf{r})$. При этом плотность частицы определится из дифференциального уравнения равной $\rho = \rho_\gamma \frac{E}{m_\gamma c^2}$, где E энергия частицы, $m_\gamma c^2$ средняя энергия частицы вакуума. Плотность частиц вакуума в свободном пространстве равна $\rho_\gamma = 10^{-29} g / cm^3$. Такая формула для плотности частиц вакуума получается из закона сохранения энергии, где также сохраняется количество частиц вакуума, равное $\frac{E}{m_\gamma c^2}$. Для сохранения количества частиц вакуума, необходимо прибегать к такой формуле для количества частиц вакуума. После чего можно идентифицировать образовавшуюся элементарную частицу из частиц вакуума по формуле $\rho = \frac{3m^4 c^6}{4\pi e^6}$. При этом если плотность частиц вакуума соответствует массе элементарных частиц и реакция по образованию элементарной частицы возможна, образуется совокупность элементарных частиц. Плотность нейтрино и фотона равна $\rho = \frac{3 \cdot 137^3 \hbar k^4}{4\pi c}$. При этом проясняется физический смысл барионного квантового число, которые вводятся для предотвращения прохождения определенных реакций. Дело в том, что ничего не мешает образованию элементарных частиц из частиц вакуума, кроме соответствия плотности и свойств частиц вакуума. Образующая частиц вакуума может образовываться из размеров кварков и электронов, электрона и позитрона, электрона и ядра атома. Это будут разные частицы вакуума, и образуют они разные элементарные частицы. Барионы образуют частицы вакуума, размер образующей которых состоит из размера кварков и электрона.

Эффективное сечение рассеяния внутри телесного угла $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$

$$d\sigma(r,t) = \frac{|\sum_{l=1}^{\infty} A_l \exp[-iE_l t/\hbar + i\int_{r_0}^{r} k_l(u)du] f_l(\theta)/(k_l - E_l / c\hbar)|^2}{|\sum_{q=1}^{\infty} A_q \exp[-iE_q t/\hbar + i\int_{r_0}^{r} k_q(u)du]|^2} d\Omega .$$

При этом неупругое полное сечение рассеяния равняется

$$\sigma(r,t) = 2\pi \frac{\int\limits_0^\pi |\sum\limits_{l=1}^\infty A_l \exp[-iE_l t/\hbar + i\int\limits_{r_0}^r k_l(u)du] f_l(\theta)/(k_l - E_l/c\hbar)|^2 \sin\theta d\theta}{|\sum\limits_{q=1}^\infty A_q \exp[-iE_q t/\hbar + i\int\limits_{r_0}^r k_q(u)du]|^2} .$$

$$= 2\pi \frac{\sum\limits_{l=1}^\infty |A_l \exp[-iE_l t/\hbar + i\int\limits_{r_0}^r k_l(u)du]/(k_l - E_l/c\hbar)|^2}{|\sum\limits_{q=1}^\infty A_q \exp[-iE_q t/\hbar + i\int\limits_{r_0}^r k_q(u)du]|^2}$$

Нормированные полиномы Лежандра $f_l(\theta)$ интегрируются. Произойдет резонансное рассеяние энергии при волновом числе $k_l = E_l/c\hbar$. При этом знаменатель дроби будет определять интерференционную картину рассеяния между разными состояниями частицы. При большом времени и большом расстоянии в сечении рассеяния будут преобладать члены с малой мнимой частью в фазе. При этом получим

$$\sigma = 2\pi / |(k_l - E_l/c\hbar)|^2 .$$

Т.е. произойдет резонансное рассеяние, выделение значения энергии.

В случае столкновения двух одинаковых частиц имеем формулу, причем если суммарный спин сталкивающихся частиц - четный, имеем знак плюс, если не четный знак минус.

$$\psi = \exp(ikz) \pm \exp(-ikz) + \exp(ikr)[f(\theta) \pm f(\pi - \theta)]/r .$$

И сечение рассеяний равно

$$\sigma(r,t) = 2\pi \frac{\int\limits_0^\pi |\sum\limits_{l=1}^\infty \exp[-iE_l t/\hbar + i\int\limits_{r_0}^r k_l(u)du][A_l f_l(\theta) \pm A_l^* f_l(\pi-\theta)]/(k_l - E_l/c\hbar)|^2 \sin\theta d\theta}{|\sum\limits_{l=1}^\infty 2\operatorname{Re} A_l \exp[-iE_l t/\hbar + i\int\limits_{r_0}^r k_l(u)du]|^2} .$$

Т.е. наблюдается интерференционная картина. Можно построить формулы, когда суммарный спин не определен, и необходимо произвести усреднение, считая спиновые состояния равновероятными. Тогда надо различать полу целое и целое значение спина отдельной частицы.

Подставим данное решение в дифференциальное уравнение, получим

$$E\psi = \frac{\hbar^2}{2m}(k^2 - i\frac{dk}{dr})\psi + U\psi + \frac{\hbar^2}{2mr^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\{\sin\theta \frac{\partial\psi}{\partial\theta}\} .$$

Переменные разделились, представим волновую функцию в зависимости от радиуса и угла, получим

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}(k^2 - i\frac{dk}{dr}) + U(r) + \frac{\lambda\hbar^2}{2mr^2}$$
$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\{\sin\theta\frac{\partial f(\theta)}{\partial\theta}\} = \lambda f(\theta), \lambda = l(l+1).$$

Покажем, что собственное значение оператора импульса может быть комплексным. Радиальная проекция оператора импульса определяется по формуле

$$\hat{p}_r\psi = -i\hbar(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r})\psi$$
$$\psi = \exp(ip_r r/\hbar)/r.$$

При комплексном значении $p_r, \operatorname{Im} p_r > 0$, получаем комплексное, ограниченное значение эрмитова оператора. Справедливость формулы для радиальной проекции оператора импульса следует из соотношения

$$\hat{p}_r^2\psi = -\hbar^2(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r})(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r})\psi = -\hbar^2(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r})\psi$$

Причем как доказано в [2] задача 59, эта проекция оператора импульса является эрмитовой в действительном пространстве, но ничто не мешает определить собственное число комплексным, с положительной мнимой частью. В комплексном пространстве для волновой функции надо ввести область определения.

Покажем, что собственное значение энергии может быть комплексным. Так для ямы постоянной глубины U_0 размером a, см. задачу в [1] к параграфу §22. Вне ямы решение имеет вид $\psi_n = b\exp(\pm\chi_n x), \chi_n = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E_n)}$. Внутри ямы решение ищем в виде $\psi_n = c\sin(k_n x + \delta), k_n = \frac{\sqrt{2mE_n}}{\hbar}$.

Условие непрерывности волновых функций ψ_n' / ψ_n на границе ямы, определяет решение

$$\sin\delta = \frac{k_n\hbar}{\sqrt{2mU_0}} \qquad \sin(k_n a + \delta) = -\frac{k_n\hbar}{\sqrt{2mU_0}}$$

Вычисления надо производить аккуратно, с учетом всех тонкостей периодических функций. При этом имеем одинаковые ветви у арксинуса $\delta = (-1)^p \arcsin\frac{k_n\hbar}{\sqrt{2mU_0}} + \pi p, k_n a + \delta = -(-1)^p \arcsin\frac{k_n\hbar}{\sqrt{2mU_0}} + \pi p$. При условии p нечетном, получаем уравнение, где в неявном виде задано значение энергии

$$k_n a = 2\arcsin\frac{k_n\hbar}{\sqrt{2mU_0}} = \frac{\sqrt{2mE_n}}{\hbar}a = 2\arcsin\sqrt{\frac{E_n}{U_0}} \qquad (1)$$

Откуда определится конечное число действительных и счетное количество комплексных значений энергии E_n во всем пространстве. Комплексное значение E_n получается при значении аргумента у арксинуса больше единицы.

При комплексной энергии образуются квазистационарные состояния с комплексной волновой функцией. Это состояние продлится не долго, частица перейдет на действительные уровни энергии. Обозначим $y = \arcsin(\frac{(4n+2\varphi_n)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}})$, перепишем эту формулу для аргумента, больше единицы

$$y = -i\ln[i\frac{(4n+2\varphi_n)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}} + \sqrt{1-(\frac{(4n+2\varphi_n)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}})^2}\,]] + 2\pi n,$$

откуда имеем

$$k_n a = 4\pi n + 2\varphi_n, \varphi_n = \arg[\sqrt{1-(\frac{(4n+2\varphi_n)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}})^2} + i\frac{(4n+2\varphi_n)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}].$$

Где величина φ_n определится из нелинейного уравнения.

Для комплексного корня имеем значение $y = \arcsin(\frac{(4n+1)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}})$

$$y=-i\ln\{i\frac{(4n+1)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}[1+\sqrt{1-(\frac{a\sqrt{2mU_0}}{(4n+1)\pi\hbar})^2}]\}+2\pi n+O(\frac{a\sqrt{2mU_0}}{(4n+1)\pi\hbar}),$$ где для арксинуса использовано главное значение, как для квадратного корня, а для образовавшегося логарифма имеется счетное количество ветвей. Асимптотика решения для комплексного корня равна

$$\begin{aligned}k_n a &= 4\pi n-2i\ln\{i\frac{(4n+1)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}[1+\sqrt{1-(\frac{a\sqrt{2mU_0}}{(4n+1)\pi\hbar})^2}]\}+O(\frac{a\sqrt{2mU_0}}{(4n+1)\pi\hbar})=\\ &=\pi(4n+1)-2i\ln\frac{(4n+1)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}+O(\frac{a\sqrt{2mU_0}}{(4n+1)\pi\hbar})\end{aligned}.$$

Причем для комплексного корня при большом значении n выполняется $\frac{(4n+1)\pi\hbar}{a\sqrt{2mU_0}}>>1$. Т.е. имеем

$$\chi_n=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(U_0-E_n)}=\sqrt{-a+bi}=\sqrt{a^2+b^2}\exp(i\varphi),\varphi\in[\pi/4,\pi/2],$$

при условии, что мнимая часть b положительная. При этом вне стационарной ямы знак величины b определяется знаком $\mathrm{Im}(U_0-E_n)$, т.е. этот знак положителен в силу отрицательной мнимой части у величины $E_n=\frac{k_n^2\hbar^2}{2m}$. Имеем условие $\mathrm{Re}\chi_n>0$ в силу условия на фазу χ_n, и значит, затухание сохранится при колебательном решении. При этом ветви всех функций, входящих в одну формулу, одинаковы. Внутри стационарной ямы волновая функция равна

$$\begin{aligned}\psi_n &= c[\sin(\mathrm{Re}k_n x+\delta)\cosh(\mathrm{Im}k_n x)+i\cos(\mathrm{Re}k_n x+\delta)\sinh(\mathrm{Im}k_n x)]=\\ &=c\sqrt{\sin^2(\mathrm{Re}k_n x+\delta)+\sinh^2(\mathrm{Im}k_n x)}\exp(i\varphi),0<x<a\end{aligned}.$$

Получается, что комплексное решение при любом n имеет физический смысл.

Мнимость эрмитова оператора говорит о том, что модель действительного пространства, описывающего микромир, не объясняет всех экспериментов квантовой механики. Для описания всех экспериментов квантовой механики необходим переход в комплексное пространство.

Проверим данную формулу, подставив в уравнение волновую функцию основного состояния атома водорода. Задача сводится к уравнению $2\exp(-r) = \exp[i\int k(u)du]/r, ik(r) = -1 + 1/r$. Подставляем в формулу (2), получим $2\varepsilon = -1 + 2/r - 1/r^2 + 1/r^2 - 2/r = -1$

$$2mE/\hbar^2 = 2\varepsilon = k^2 - i\frac{dk}{dr} + 2u(r); u(r) = \frac{2mU(r)}{\hbar^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} \quad . \qquad (2)$$

Запишем решение этого дифференциального уравнения

$$k(r) = \frac{1}{\frac{1}{k_l^0} + \int\limits_{r_0}^{r} 2[u(r) - \varepsilon][\frac{1}{k_l^0} + \alpha(y) - \frac{y - r_0^l}{i}]^2 / idy - \frac{r - r_0^l}{i}} \, . \qquad (3)$$

Где величина $\alpha(y)$ неизвестная функция. Причем энергия состояния ε меньше чем потенциальная энергия на бесконечности $\min\limits_{y} u(y) < \varepsilon < u(\infty)$, причем точке минимума потенциала соответствует координата r_0. При учете ядерных сил имеем $r_0 = i\,\mathrm{Im}\, r_{\min}$, где $r_{\min}$ будет определено ниже по тексту. Подстановка этого решения в дифференциальное уравнение (2) приведет к равенству

$$\frac{[\frac{1}{k_l^0} + \alpha(r) - \frac{r - r_0^l}{i}]^2}{\{\frac{1}{k_l^0} + \int\limits_{r_0}^{r} 2[u(y) - \varepsilon][\frac{1}{k_l^0} + \alpha(y) - \frac{y - r_0^l}{i}]^2 / idy - \frac{r - r_0^l}{i}\}^2} = 1$$

Откуда имеем интегральное уравнение по определению функции $\alpha(r)$

$$\alpha(r) = \int\limits_{r_0}^{r} 2[u(y) - \varepsilon][\frac{1}{k_l^0} + \alpha(y) - \frac{y - r_0^l}{i}]^2 / idy \, .$$

Которое сводится к дифференциальному уравнению

$$\frac{d\alpha(r)}{dr} = 2[u(r) - \varepsilon][\frac{1}{k_l^0} + \alpha(r) - \frac{r - r_0^l}{i}]^2 / i$$

Начальное условие задачи Коши для этого дифференциального уравнения $\alpha(r_0) = 0$. Причем на бесконечности радиуса $\alpha(r) - \frac{r - r_0^l}{i} \to c$, причем константа определяется из уравнения $\frac{1}{i} = 2[u(\infty) - \varepsilon](\frac{1}{k_l^0} + c)^2 / i$. При этом имеем на бесконечности радиуса $k_l = \frac{1}{\frac{1}{k_l^0} + c_1}$, где величина c_1 может иметь как положительный, так и отрицательный знак.

Из (3) получим

$$\frac{1}{k} - \frac{1}{k_0} + \frac{r - r_0}{i} = \alpha(r)$$

следует выражение для $\alpha(r)$ для основного состояния атома водорода, которая равна

$$\alpha(r) = \frac{r - r_0}{i} - \frac{1}{k_l^0} - \frac{ir}{r - 1}$$

При этом волновая функция равна $\psi_l(r) = \exp(iS/\hbar) = \exp\{-i[E_l t/\hbar - \int_{r_0^l}^{r} k_l(u)du]\}/r$, и зависит от двух констант k_l^0, E.

Для реализации состояния ищется минимум действия. Действие должно иметь минимум. Для реализации минимума действия при импульсе, удовлетворяющем условию (3), необходимо $k = \frac{1}{r - r_{\min}^l}$. Тогда действие равно $S = \ln(r - r_{\min}^l)$ и в точке $r = r_{\min}^l$ стремится к минус бесконечности, т.е. реализуется минимум. Из формулы (3) получаем

$$2\varepsilon^l = \frac{\frac{1}{k_l^0} + \int_{r_0^l}^{r_{\min}^l} 2u(y)[\frac{1}{k_l^0} + \alpha(y) - \frac{y - r_0^l}{i}]^2 / idy - \frac{r_{\min}^l - r_0^l}{i}}{\int_{r_0^l}^{r_{\min}^l} [\frac{1}{k_l^0} + \alpha(y) - \frac{y - r_0^l}{i}]^2 / idy}. \qquad (5)$$

При этом собственное значение энергии системы равно

$$2\varepsilon^l = \frac{\frac{1}{k_l^0} + \int_{r_0^l}^{r_{\min}^l} 2u(y)[\frac{1}{k_l^0} + \alpha(y) - \frac{y - r_0^l}{i}]^2 / idy - \frac{r_{\min}^l - r_0^l}{i}}{\int_{r_0^l}^{r_{\min}^l} [\frac{1}{k_l^0} + \alpha(y) - \frac{y - r_0^l}{i}]^2 / idy}$$

Определяем координату $r^l_{\min}$ и начальный импульс k^0_l, чтобы числитель и знаменатель дроби равнялся нулю, причем эти значения возможно комплексные. При этом определится комплексная величина начального импульса

$$\frac{1}{k^0_l - k^{00}_l} = b \pm \sqrt{b^2 - c}; k^0_l - k^{00}_l = (b \mp \sqrt{b^2 - c})/c$$

$$b = \frac{\int_{r_0}^{r^l_{\min}} [\frac{y - r^l_0}{i} - \alpha(y)]dy}{r^l_{\min} - r^l_0}; c = \frac{\int_{r_0}^{r^l_{\min}} [\frac{y - r^l_0}{i} - \alpha(y)]^2 dy}{r^l_{\min} - r^l_0}.$$

Где k^{00}_l импульс системы до начала взаимодействия, который учитывает кинетическую энергию элементарной частицы до взаимодействия, k^0_l импульс элементарной частицы в результате взаимодействия плюс импульс до взаимодействия. Т.е. формула учитывает взаимодействие частиц при малой кинетической энергии до столкновения рассеивающихся элементарных частиц. При этом частицы при движении в потенциале приобретут кинетическую энергию, тогда сечение рассеяния имеет конечное значение.

Подставляем значение импульса в числитель, получим одно уравнение с одним неизвестным

$$\frac{1}{k^{00}_l + (b \mp \sqrt{b^2 - c})/c} + \int_{r^l_0}^{r^l_{\min}} u(y)[\frac{1}{k^{00}_l + (b \mp \sqrt{b^2 - c})/c} + b \pm \sqrt{b^2 - c} + \alpha(y) - \frac{y - r^l_0}{i}]^2 / idy - \\ - \frac{(r^l_{\min} - r^l_0)}{i} = 0$$

Интеграл от корня $\sqrt{b^2 - c}$ содержит функцию, зависящую от целого числа. При этом величина корня равна $\sqrt{b^2 - c} = (r - r^l_0)\sqrt{P(r)}$, где $P(r)$ удовлетворяет $P(r^l_0) \neq 0$. Значит, комплексная величина r зависит от целого числа, если между положением r^l_0 и $r^l_{\min}$ произошло излучение, и имеем счетное количество комплексных корней.

Значение энергии ε^l определится по правилу Лопиталя, и будет равно

$$\varepsilon^l = u(r_{\min}^l) + \frac{(k_l^0)^2}{2[1+\alpha(r_{\min}^l)k_l^0 - \frac{r_{\min}^l - r_0^l}{i}k_l^0]^2}. \qquad (4)$$

Из этой формулы определится комплексная постоянная собственная энергия системы.

При этом собственное значение энергии системы равно

$$2\varepsilon^l = \frac{\frac{1}{k_l^0} - \int_{r_0^l}^{r_{\min}^l} 2u(y)\frac{y^2}{(y-1)^2}/idy - \frac{r_{\min}^l - r_0^l}{i}}{-\int_{r_0^l}^{r_{\min}^l} \frac{y^2}{(y-1)^2}idy}.$$

Подставляя значение энергии системы получим уравнение по определению координаты $r_{\min}^l$ и начального импульса k_l^0, причем имеем для определения атомных уровней электрона $r_0^l = 0$

$$-2\varepsilon = \frac{\frac{i}{k_l^0} + \int_0^{r_{\min}^l} 2\frac{y}{(y-1)^2}dy - r_{\min}^l}{\int_0^{r_{\min}^l} \frac{y^2}{(y-1)^2}dy}.$$

Это выражение равняется

$$-2\varepsilon = \frac{\frac{i}{k_l^0} + 2[\ln(y-1) - \frac{1}{y-1}]\,|_0^{r_{\min}^l} - r_{\min}^l}{[y + 2\ln(y-1) - \frac{1}{y-1}]\,|_0^{r_{\min}^l}} = \frac{\frac{i}{k_l^0} + 2[\ln(r_{\min}^l - 1) - \frac{1}{r_{\min}^l - 1} - 1] - r_{\min}^l}{r_{\min} + 2\ln(r_{\min}^l - 1) - \frac{1}{r_{\min}^l - 1} - 1} =$$

$$= 1 + \frac{\frac{i}{k_l^0} - \frac{1}{r_{\min}^l - 1} - 1 - r_{\min}^l}{r_{\min} + 2\ln(r_{\min}^l - 1) - \frac{1}{r_{\min}^l - 1} - 1}$$

Знаменатель равен нулю при условии $r_{\min}^l = 2$. По правилу Лопиталя последняя дробь равна нулю

$$\frac{\frac{1}{(r_{\min}^l - 1)^2} - 1}{\frac{(r_m^l)^2}{(r_{\min}^l - 1)^2}}$$

Знаменатель в виде интеграла обращается в ноль точке $r_{\min}^l = 2$ при этом определится значение $k_l^0 = -i/4$. При этом получаем равенство энергии основного состояния электрона в атоме водорода $\varepsilon = -1/2$, значит, алгоритм правильно определяет энергию основного уровня атома водорода.

В случае рассеяния нейтронов, они имеют нулевой заряд, но образуют кварки с положительным и отрицательным знаком заряда. При этом если на оболочке атома, нейтроны не рассеиваются, то за счет ядерных сил рассеиваются. Ядерные силы проявляются во взаимодействии частиц вакуума, образующих диполи. Эти частицы вакуума образуют элементарные частицы, и в частности нейтрон, через образования кварков. Т.е. нейтрон можно представить, как диполь, с отрицательным потенциалом при нулевом заряде. Взаимодействие с электроном нейтрона, можно представить, как слабое взаимодействие см. [4].

Выводы

Данная формула (4) представляет определение энергии частицы в потенциале U с учетом диссипации энергии, но это уравнение записано в комплексном пространстве при комплексном импульсе. Получена формула для сечения рассеяния при произвольном потенциале в зависимости от энергии состояния частицы, волнового числа и от ее орбитального квантового числа.

Литература

1. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.А. Квантовая механика. Нерелятивистская теория т.III, М.: Наука, 1989, 768стр.
2. Flugge S. Practicle Quantum Mechanics. Berlin: Springer-Verlag, 1971, 338
3. *Якубовский Е.Г.* ЧАСТИЦЫ ВАКУУМА, ОПИСЫВАЮЩИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ПОЛЯ Реферативный журнал «Научное обозрение» 2016, т.2, стр.58-80, http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/2/662.pdf
4. Якубовский Е.Г. Происхождение потенциала сильного и слабого взаимодействия «Энциклопедический фонд России», 2016, 5стр.

http://www.russika.ru/userfiles/390_1460830174.pdf