Рассеяние на произвольном потенциале

с учетом образования новых частиц при вычисляемом угле рассеяния

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Уравнение Шредингера эквивалентно уравнению Навье-Стокса с мнимой кинематической вязкостью $i\frac{\hbar}{2m}$, см. [1] стр. 79. При этом построить решение уравнения Навье-Стокса бывает проще, чем решить уравнение Шредингера при произвольном потенциале. Построив волновую функцию в произвольном потенциале, найдем ее среднее значение при интегрировании по углам. Образуются несколько точек стационарной фазы вблизи от рассеивающего центра, каждая из которых соответствует образовавшейся элементарной частице. При этом точка стационарной фазы зависит от радиуса вблизи от рассеивающего центра. Процесс перестройки решения происходит вблизи от рассеивающего центра, а вдали осуществляется движение по инерции согласно амплитуде рассеяния. Угол рассеяния каждой частицы вычисляемая величина в зависимости от значения собственной энергии системы. При этом по известной скорости частицы из уравнения неразрывности определяется плотность частицы. Плотность совокупности точек стационарной фазы усредняются по радиусу и получается разная средняя плотность разных частиц. Эта плотность частицы идентифицируется с плотностью элементарной частицы. Т.е. идентифицируется образовавшаяся частица.

Ключевые слова: аналогия между решением уравнения Шредингера и Навье – Стокса, образование элементарных частиц.

Scattering by an arbitrary potential

taking into account the formation of new particles at a calculated scattering angle

Yakubovski EG

The Schrödinger equation is equivalent to the Navier-Stokes equations with imaginary kinematic viscosity $i\frac{\hbar}{2m}$, см. [1] p. 79. The solution of the Navier-Stokes equation is easier to solve then the Schrodinger equation with an arbitrary potential. We find mean value of the wave function by integrating the corners.

Images of several points of the stationary phase in the vicinity of the scattering center, each of which corresponds to the resultant of the elementary particle. The point of stationary phase is dependent on the radius from the close scattering center. The restructuring process solutions from the scattering occurs near the center and carried away coasting according to the scattering amplitude. The scattering angle of each particle calculated value is based on the value of its own energy system. At the same time the known velocity of the particle from the continuity equation is determined by the density of the particles. The density of the aggregate of the stationary phase points are averaged over the radius and receive different average density of different particles. This density of particles is identified with an elementary particle density.

Keywords: analogy between the solution of the Schrödinger equation and Navier - Stokes, education of elementary particles.

Уравнение Навье-Стокса, соответствующее уравнению Шредингера, выглядит таким образом

$$\frac{\partial V_l}{\partial t} + V_k \frac{\partial V_l}{\partial x_k} = -\frac{1}{m}\frac{\partial U}{\partial x_l} + \nu \Delta V_l, \nu = i\frac{\hbar}{2m}, V_l = -i\frac{\hbar}{m}\frac{\partial \ln\psi}{\partial x_l}.$$

Для учета спина частицы надо записать уравнение Навье-Стокса с учетом спина частицы см. [2]. Где величина ψ волновая функция уравнения Шредингера. Величина массы m совпадает с массой падающей частицы. Ищем волновую функцию в виде $\psi = \exp[im\int_0^{x_l} V_l(z/L_l)dz/\hbar]$, т.е. имеем $V_l(x_l/L_l) = \sum_{n=-N}^{N} a_{nl}\exp(inx_l/L_l)$. Где величина $r^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, $L = \sqrt{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2}$. Потенциал, например, надо задавать в виде $U(r) = -\frac{c}{r^4+\delta} - \frac{1}{r+\delta} + \frac{l(l+1)}{2(r^2+\delta)}, \delta = a_0/L$.

Где величина a_0, это радиус Бора или радиус атома в зависимости от значения члена потенциала. Где радиус задан в атомных единицах. Направление оси x_1 совпадает с направлением падающих частиц.

В случае, если $V_l(x_l / L_l)$ непрерывная функция коэффициенты ряда Фурье изменяются как величина $a_{nl} \sim \frac{1}{n^2}$ и ряд Фурье является сходящимся. Подставим это решение в уравнение Навье-Стокса, умножая на величину $\exp(-inx_l / L_l)$ и проинтегрируем по пространству. Получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений с коэффициентами F_{npqlm}, G_{np} и спектральной функцией градиента потенциала H_{nl}. При этом введем одномерный массив по формуле $a_{nl} = c_{n+N+1+(2N+1)(l-1)}, n = -N,...,N; l = 1,...,3$

При этом энергия равна $U(r) + \frac{l(l+1)}{2r^2} + \frac{p^2}{2m} = E; U(r) = -\frac{c}{r^4} - \frac{Ze^2}{r}$. При условии $E - U(r) - \frac{l(l+1)}{2r^2} > 0$ импульс действительный. Внутри ядра при малом радиусе и при нулевом импульсе имеется два пары сопряженных корней $\frac{1}{r_{crA}} = a_A \pm \sqrt{b_A}, \frac{1}{r_{cr}} = a \pm \sqrt{b}$, $r_{cr} > r_{crA}$, свободное состояние $r < r_{crA}$, и при большем радиусе $r > r_{crA}$, имеется связанное состояние.

Корни этого уравнения вне ядра (энергией ядра пренебрегаем) соответствующие $p = 0$ приближенно равны $\frac{1}{r_{cr}} = [1 \pm \sqrt{1 + 2El(l+1)}] / l(l+1)$ при условии $E > \frac{-1}{2l(l+1)}$ действительны и между корнями импульс действительный. При условии $\frac{1 - \sqrt{1 + 2El(l+1)}}{l(l+1)} < \frac{1}{r} < \frac{1 + \sqrt{1 + 2El(l+1)}}{l(l+1)}$, импульс действительный в случае связанного состояния, удовлетворяющего условию $E > \frac{-1}{2l(l+1)}$. В случае свободного состояния импульс также является действительным при тех же условиях. Строим изменение радиуса по закону $\frac{1}{r} = (\frac{1}{r_{cr-}} + \frac{1}{r_{cr+}})/2 + (\frac{1}{r_{cr+}} - \frac{1}{r_{cr-}})\frac{1}{2\lambda}$, причем в точках $\lambda = 1, \lambda = -1$ получаем нулевой импульс. Подставляем в уравнение закона сохранения энергии и выбираем связь между действительной и мнимой частью λ, чтобы импульс был действительный, при этом радиус окажется комплексный. При этом в точке сингулярности $r = 0$ нарушается непрерывность решения, энергия и орбитальное квантовое число изменятся. Имеем в сингулярности $\lambda = 0$ и чтобы убрать сингулярность, надо определить условие равенства $\frac{1}{r_{cr+}} = \frac{1}{r_{cr-}}$, откуда имеем уравнение $l^2 + l + 1/(2E) = 0$, откуда имеем комплексное орбитальное число $l_{\pm} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{2E}}$, причем величина $l^2 + l$ действительна. С этим орбитальным моментом, решаем уравнение Навье – Стокса и получаем новое значение энергии E_+. Отраженный сигнал считаем по новым формулам рассеянной волны. Орбитальное квантовое число изменится в точке сингулярности. Но может и не меняться, такой вариант тоже возможен.

При этом система уравнений запишется с разным орбитальным квантовым числом, и как следствие с разной собственной энергией в виде

$$\frac{da_{nl}}{dt} = \sum_p F_{np(n-p)ll} a_{pl} a_{n-p,l} + \sum_{\substack{m \\ l \neq m}} F_{nn0lm} a_{nl} a_{0m} + \sum_p G_{np(n-p)l} a_{p,l} a_{n-p,l} +$$

$$+ G_{nl} a_{nl} + \sum_{\substack{m \\ l \neq m}} G_{nm} a_{0m} + H_{nl}; \qquad .(1)$$

$$H_{nl} = -\int_{-L_3}^{L_3} \int_{-L_2}^{L_2} \int_{-L_1}^{L_1} \frac{\partial U(x_1, x_2, x_3)}{m \partial x_l} \exp(-inx_l / L_l) dx_1 dx_2 dx_3 / 8L_1 L_2 L_3$$

При этом оказывается, что уравнения с индексом n и $-n$ комплексно сопряженные с изменением знака индекса при одинаковых значениях a_{nl} при этом $a_{nl} = a^*_{-nl}, a_{0l} = a^*_{0l}$, т.е. коэффициенты с нулевым индексом являются действительные. При этом ряд Фурье является действительный. Кроме того, уравнения с комплексным импульсом определяют комплексные коэффициенты a_{nl}, а с действительным импульсом определяют действительные коэффициенты a_{nl}.

Причем величина $H_n \sim 1/n$. Предлагается следующий способ решения этого уравнения. Решение является непрерывной функцией. В n уравнение подставляется значение $a_{kl} = \dfrac{\alpha_{nl}}{k^2+1}$, которое правильно интерполирует поведение решения на бесконечности индекса и описывает большой резонансный член с нулевым показателем экспоненты. Определив все значения α_{nl} из квадратных уравнений, получим решение $a_{kl} = \dfrac{\alpha_{kl}}{k^2+1}$. Численные оценки этого метода решения определяют ошибку невязки в 1% относительно среднеквадратичного значения свободного члена. Далее можно уточнять решение по более высоким степеням индекса, учитывая уменьшающуюся ошибку решения.

При этом решая систему обыкновенных дифференциальных уравнений в комплексной плоскости с начальными условиями, полученную из уравнения Навье – Стокса, детерминированным образом нельзя определить ветвь решения, так как решение является согласно теореме 2,3 из [1] хаотическим в случае наличия кратных координат положения равновесия. Даже если во всех направлениях устойчивый фокус, кроме одного направления с нулевым собственным числом, решение может не стремиться к координате положения равновесия, а быстро отскочит от него. При бесконечном количестве членов ряда-решения, всегда имеется член с приближенно кратным корнем и значит хаотическое решение. Но квантовая механика позволяет выбрать из возможных решений одно измеренное, соответствующее координате положения равновесия. Для выбора ветви координаты положения равновесия нужно численно решать уравнение (1), и радиусе равном $(\frac{1}{r_{cr-}}+\frac{1}{r_{cr+}})/2$, получим значение момента времени реализации сингулярности. Таким образом можно определить моменты времени, в которых произошел переход и зная координаты этой точки, можно определить координаты положения равновесия, наименее отклоняющиеся от этой точки, т.е. определить наиболее вероятные ветви решения. Отметим, что значение скорости, определяемое (1) действительное, следовательно, может попадать в точку $(\frac{1}{r_{cr-}}+\frac{1}{r_{cr+}})/2$, которая соответствует $\frac{1}{r_{cr+}}=\frac{1}{r_{cr-}}$.

При этом существует $6N+4$ корней этого уравнения. Докажем это. Представим решение в виде $y_k = a_{nl} + c_k^p; k = n + N + 1 + (2N+1)(l-1)$, и подставим в нелинейное уравнение. Получим систему уравнений

$$\sum_{n=1}^{6N+3} A_{kn}(c_1^p,...,c_N^p)c_n^p = 0, k = 1,...,6N+3,$$

Для существования не нулевого решения этого уравнения, необходимо, чтобы определитель этой системы уравнений равнялся нулю. Тогда коэффициенты c_n^p, определятся с точностью до множителя. Этот множитель определится из равенства нулю определителя этого уравнения. Имеется $6N+3$, значений этого множителя, значит это уравнение имеет $6N+4$ корней.

Итак, получено решение уравнения Навье-Стокса при произвольном потенциале и решение уравнения Шредингера, имеющее вид

$$\psi = \sum_{p=1}^{6N+4} A_p \exp\{im[a_{0l}^p x_l + \varphi^p(r,\theta,\varphi)]/\hbar\} \qquad (2)$$

Где A_p определится из уравнения $\exp(ikx_1) = \sum_{p=1}^{6N+4} A_p \exp(im\sum_{l=1}^{3}\int_0^{x_l} V_l{}^p dx_l/\hbar)$.

Интегрируя по углам (2) для каждого члена ряда и применяя метод стационарной фазы, получим асимптотику каждого члена волновой функции. Асимптотика этого решения

$$\psi = A_p \exp\{im[\sqrt{\sum_{l=1}^{3} (a_{0l}^p)^2} r + \varphi^p(r,\theta,\varphi)]/\hbar - i\pi/4]\}\sin\theta/$$

$$/(\sqrt{\begin{vmatrix} \frac{\partial^2\psi^p}{\partial\theta^2} & \frac{\partial^2\psi^p}{\partial\theta\partial\varphi} \\ \frac{\partial^2\psi^p}{\partial\varphi\partial\theta} & \frac{\partial^2\psi^p}{\partial\varphi^2} \end{vmatrix}})|_{\theta=\theta_0,\varphi=\varphi_0}; \psi^p = m[a_{0l}^p x_l + \varphi^p(\theta,\varphi)]/\hbar$$

.

При этом величина параметра метода стационарной фазы определяется значением $\frac{mV_l r}{\hbar}$ и на бесконечности радиуса принимает большое значение. При малом радиусе, при определении образовавшихся частиц, применение метода стационарной фазы является приближенным, но физически оправданным, определяющим количество образовавшихся частиц при достаточно большом радиусе. При меньшем радиусе частицы не образуются, а имеется линейная комбинация различных волновых функций, соответствующих разным состояниям частиц.

Определим значение большого параметра для малого радиуса системы

$$\int_0^{x_l} p_l(x_l/L_l)dx_l/\hbar = \int_0^{x_l} mV_l(x_l/L_l)dx_l/\hbar =$$

$$= \frac{mV_l r}{\hbar}; \frac{mVr}{\hbar} = R$$

,

где величина R это значение большого параметра метода стационарной фазы. При этом большой параметр равен $R = \sqrt{l(l+1)}$ при малом значении радиуса.

Зная комплексно-сопряженные корни уравнения Навье – Стокса можно определить энергию, соответствующей каждой ветви корня, т.е. каждому квантовому состоянию. Оно равно

$$E_p = mc^2 + \int_{-L_3}^{L_3}\int_{-L_2}^{L_2}\int_{-L_1}^{L_1}\{m[\sum_{n=-N}^{N} a_{nl}^p \exp(inx_l / L_l)]^2 / 2 + \\ + U(x_1, x_2, x_3)\} dx_1 dx_2 dx_3 / 8L_1L_2L_3 .$$

При этом так как модуль волновой функции каждого состояния системы равен единице классическая формула для энергии среды совпадает с квантовой формулой.

Где точки стационарной фазы удовлетворяют действительным уравнениям $\frac{\partial \psi^p[r, \theta_0(r), \varphi_0(r)]}{\partial \theta} = 0; \frac{\partial \psi^p[r, \theta_0(r), \varphi_0(r)]}{\partial \varphi} = 0$. Эти два уравнения сводятся к определению двух действительных углов. Причем эти два угла определяются вне зависимости от наличия большого параметра. Следующий член асимптотического ряда изменяется как величина $1/r^2$ и его вероятность мала. При этом реализуется одно из состояний системы, имеющее максимум модуля волновой функции с индексом p. При этом точки стационарной фазы зависят от радиуса, и линии тока определятся по формулам $\theta_0 = \theta_0(r), \varphi_0 = \varphi_0(r)$. Каждой точке стационарной фазы соответствует своя частица. Причем состояние p продолжается до бесконечности радиуса. Кроме того, для каждой частицы p состояния по коэффициентам a_{0l}^p определяется направление рассеяния каждой частицы $\tan\theta_0 = \pm\frac{\sqrt{(a_{01}^p)^2 + (a_{02}^p)^2}}{a_{03}^p}$, $\varphi_0 = \arg(a_{02}^p + ia_{01}^p)$ при действительных значениях a_{0l}^p и действительных углах θ_0, φ_0.

В системе центра инерции частицы разлетятся вдоль одной линии с определяемым направлением. Где $\mathbf{V}$ относительная скорость частиц относительно центральной точки потенциала. Импульсы и энергия вычислены в системе центра инерции.

Отметим возрастание значения волновой функции в точке, где определитель знаменателя близок к нулю. Это соответствует резонансному рассеянию, причем при этом выделяется член с индексом p. Причем задействованы все члены асимптотического ряда с индексом p. При этом если определитель знаменателя равен нулю, это означает, что одно из собственных чисел квадратичной формулы, образующую показатель экспоненты, равно нулю. Тогда при уменьшении собственного числа член асимптотического ряда растет, до тех пор, пока не вступит в действие следующий член показателя экспоненты. При этом, член с нулевым определителем в знаменателе заменяется следующим членом асимптотического ряда, с зависимостью $1/r^{3/2}$. Т.е. резонансный член сначала растет, а потом убывает по мере стремления знаменателя к нулю. Т.е. происходит сначала выделение члена, а потом перестройка его структуры, он становится мал и уступает другому резонансному члену с той же энергией, тогда происходит упругое рассеяние энергии, и система не меняется. Если же происходит переход к резонансному члену с другой энергией, то происходит перестройка системы и не упругое рассеяние.

Резонансными являются разные значения собственной энергии системы и значит, разные каналы реакции. При этом имеется несколько точек метода стационарной фазы вблизи от центра рассеивающей системы. Вдали от центра рассеивающей системы точки стационарной фазы совпадают.

Но как идентифицировать образовавшуюся частицу. Зная скорость частиц вакуума можно определить их плотность из уравнения $\mathrm{div}\rho\mathbf{V} = 0; \frac{\partial \ln \rho}{\partial x_l}\mathrm{V}_l = \text{-}\mathrm{div}\mathbf{V}$. Откуда зная плотность падающей частицы $\rho(\mathbf{r})$ с координатой $\mathbf{r}_0$, определим плотность рассеянных частиц вакуума $\rho(\mathbf{r})$. Находим среднюю плотность данной точки стационарной фазы, т.е. данной частицы $\ln\rho = 3\int\limits_0^a \ln\rho[r,\theta_0(r),\varphi_0(r)]r^2dr/a^3$, где размер области интегрирования равен величине $a = \hbar/137mc$, масса определится по плотности частицы. После чего можно идентифицировать образовавшуюся элементарную частицу из частиц вакуума по формуле $\rho = \dfrac{3Em^3c^3}{4\pi e^6 c^2}$. При этом можно будет определить массу нейтрино и фотона. При этом если плотность частиц вакуума соответствует массе элементарных частиц и реакция по образованию элементарной частицы возможна, образуется совокупность элементарных частиц.

Отметим физический смысл полученного решения. Решение уравнения Навье-Стокса описывает среду с кинематической вязкостью $i\hbar/(2m)$. Свойства этой среды описаны в [3] стр.65. Элементарные частицы являются сгустками этой среды. Частицы, которые образуют эту среду можно назвать частицами вакуума.

Выводы

Из полученной формулы для волновой функции можно определить количество образовавшихся частиц из рассеяния одной частицы на заданном потенциале. Также можно определить массу образовавшихся частиц при неупругом рассеянии и угол рассеяния. Так можно определить массу фотона и нейтрино, если известен потенциал рассеяния. Из эксперимента имея угол рассеяния образовавшихся частиц можно получить формулу для рассеивающего потенциала. Но для этого надо решить обратную задачу, по углу неупругого рассеяния разных вновь образовавшихся частиц и по массам образовавшихся частиц определить параметры потенциала.

Список литература

1. *Якубовский Е.Г.* Исследование решения уравнения Навье – Стокса, «Реферативный журнал. Научное обозрение», т.1, 2016, стр. 46-80
http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/1/632.pdf

2. *Якубовский Е.Г.* Уравнение Навье - Стокса в электромагнитном поле с учетом квантовых эффектов «Энциклопедический фонд России», 2016, стр. 6 http://russika.ru/userfiles/390_1463731493.pdf
3. *Якубовский Е.Г.* ЧАСТИЦЫ ВАКУУМА, ОПИСЫВАЮЩИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ПОЛЯ «Реферативный журнал. Научное обозрение» 2016, т.2, стр.58-80, http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/2/662.pdf

Reference

1. Yakubovski EG Investigation of the solution of the Navier - Stokes equations, " Abstract Journal. Scientific Review", Vol. 1, 2016, p. 46-80

http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/1/632.pdf

2. Yakubovski EG Navier - Stokes equations in the electromagnetic field with allowance for quantum effects "Russian Encyclopedic Fund", 2016, page 6 http://russika.ru/userfiles/390_1463731493.pdf.

3. Yakubovski EG Vacuum particle, describes the properties of elementary particles and fields “Abstract journal. Scientific Review", 2016, Vol. 2, p. 58-80,

http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/2/662.pdf