Замена калибровочных условий
в стандартной модели

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Калибровочные условия находятся простым образом при решении задачи электродинамики. При решении нелинейных уравнений стандартной модели калибровочные условия определяются сложным образом. Между тем в классической электродинамике можно избавиться от калибровочных условий, используя зависимость от массы. Такую же процедуру можно проделать и в стандартной модели.

Ключевые слова: уравнения Максвелла, калибровочные производные, стандартная модель.

Попробуем построить вектор Пойнтинга в случае равенства нулю классического электрического и магнитного напряжения для этой системы координат. Согласно квантовой механике переносимый импульс равен $\hbar\mathbf{k}$ с переносимой энергией $\hbar\omega$. Но это соотношение справедливо для спектра вектор потенциала калибровочной части электромагнитного поля. Спектр вектора потенциала равен $a_\mu(\mathbf{k}) = k_\mu c(\mathbf{k}) + e_\mu^a(\mathbf{k}) b_a(\mathbf{k})$, где первый член соответствует спектру потенциала калибровочного поля см. [1] и квантовому описанию энергии частиц и поля $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}, a_\mu = k_\mu c(\mathbf{k})$. Калибровочная часть векторного потенциала определяет импульс электромагнитного поля. Имеем формулу для вектор-потенциалов и их спектра $A_\mu(\mathbf{x}) = \int a_\mu(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}) d^4\mathbf{k}$.

Возможна ситуация, когда величина энергии не равна нулю из-за наличия градиентной калибровочной части электромагнитного поля $eA_l = e\dfrac{\partial f}{\partial x^l}, e\varphi = -\dfrac{\partial f}{c\partial t}$ (калибровочное поле соответствует квантовому описанию энергии частиц). Поток и плотность энергии равна нулю, так как магнитное и электрическое поле равно нулю и при нулевой напряженности поля имеем нулевое значение импульса поля, хотя оно согласно квантовой механике отлично от нуля. Эту ситуацию нужно исправить, вводя дополнительный член в связи напряженности и вектор потенциалов. Оказалось, что дополнительный член соответствует гравитационному полю, и образует градиентные компоненты гравитационного поля. Компоненты антисимметричного тензора электромагнитного поля будучи умноженными на мнимую единицу становятся эрмитовыми. Путем использования обоснованных действительных членов $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$ описывают гравитационные добавки к электромагнитному полю. Рассматривается слабое гравитационное поле.

1 Построение комплексного вектора Умова-Пойнтинга

Вектор переносимой энергии равен

$$\operatorname{Im} S_i = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E},\mathbf{H}]_i = \frac{c}{4\pi} g^{ks} E_s \left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_i}{\partial x^k}\right) = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^a .$$

Где g^{ks} контравариантная часть метрического тензора пространства Минковского. При напряженности магнитного поля равной нулю согласно классическим уравнениям Максвелла энергия не переносится. Но энергия переносится и при напряженности магнитного поля равной нулю, что следует из эффекта Аронова – Бома в микромире. Электрон отклоняется при воздействии нулевого поля H, если величина векторного потенциала не нулевая. Получается, что, если выполняется условие $\frac{\partial A_p}{\partial x^q} - \frac{\partial A_q}{\partial x^p} = 0, p, q = 0,...,3$ в некоторой области пространства, напряженность электрического и магнитного поля равняется нулю, а как показывает квантовая механика, сила продолжает действовать, отклоняя электрон, поле H и E продолжает существовать. Имеется дополнительный член, определяющий поля H и E, кроме соленоидальных действительных полей $\mathbf{H} = \mathrm{rot}\mathbf{A}$ и поля $E_l = \frac{\partial A_0}{\partial x^l} - \frac{\partial A_l}{\partial x^0}$.

Используемая на сегодняшний день часть энергии связана с мнимой, антисимметричной дисперсионной частью электромагнитной энергии, связанной с соленоидальной частью энергии. Введем действительную, продольную, симметричную часть электромагнитной энергии, равную градиентной части энергии

$$\mathrm{Re}\, S_i = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l \left(\frac{\partial \,\mathrm{Re}\, A_k}{\partial x^i} + \frac{\partial \,\mathrm{Re}\, A_i}{\partial x^k}\right) = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^i \partial x^k} = \frac{c}{4\pi} E^k F^s_{ik}$$

Тогда полный комплексный тензор энергии равен

$$S_i = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l (F^s_{ik} + iF^a_{ik}) = \frac{c}{4\pi} E^k F^{sa}_{ik}$$

Величина мнимой, соленоидальной, антисимметричной напряженности электрического поля определяется по формуле $\mathrm{Im}\, g^{kl} E_l = g^{kl}\left(\frac{\partial \,\mathrm{Im}\, A_0}{\partial x^l} - \frac{\partial \,\mathrm{Im}\, A_l}{\partial x^0}\right) = g^{kl} F^a_{l0}, A^0 = -\varphi,$ соответствующей поперечной волне. Введем градиентную, симметричную, действительную часть напряженности электрического поля

$$\mathrm{Re}\, E^k = g^{kl} E_l = g^{kl}\left(\frac{\partial \,\mathrm{Re}\, A_0}{\partial x^l} + \frac{\partial \,\mathrm{Re}\, A_l}{\partial x^0}\right) = g^{kl} F^s_{l0} = g^{kl} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^0},$$

соответствующей продольной волне. Имеем $\chi = \psi$ в силу эквивалентности пространства-времени. Тогда вектор Пойнтинга запишется в виде

$$S_i = \frac{cg^{kl}}{4\pi}(F^s_{l0} + iF^a_{l0}) F^{sa}_{ik} = \frac{cg^{kl}}{4\pi} F^{sa}_{l0} F^{sa}_{ik}.$$

В этих формулах переменные индексы изменяются от 1 до 3. Определенный таким способам вектор Пойнтинга совпадает со старым определением этого вектора при градиентной части, равной нулю. При соленоидальной части, равной нулю, поток энергии может не равняться нулю из-за градиентной части энергии.

Электромагнитному полю A_l соответствует, соленоидальная, анти эрмитова часть поля $\operatorname{Im} F_{lk} = \frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}$, которая имеет положительный и отрицательный знак и мнимое собственное число. Анти эрмитова часть умножается на мнимую единицу и становится эрмитовой, с действительным собственным числом.

Для векторного и скалярного потенциала получим волновое размерное уравнение с мнимым зарядом и массой электрона

$$\Delta \mathrm{A}_k - \frac{\partial^2 \mathrm{A}_k}{c^2 \partial t^2} = 4\pi(-ie + m\sqrt{\gamma}) n_k u \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = 4\pi \rho u_k, k = 0,...,3. \qquad (1.1)$$

Где величина γ, это гравитационная постоянная. Согласно ОТО при малых поправках к тензору Галилея, поправка гравитационного поля подчиняется волновому уравнению. Это уравнение справедливо, его действительная часть описывает слабое гравитационное поле, а мнимая часть слабое электромагнитное поле. Слабость поля проявляется в его линейности, сильное поле подчиняется нелинейным уравнениям. Введение мнимого заряда позволяет единым образом описывать электромагнитное и гравитационное поле, т.к. формула для взаимодействия одинаковых зарядов и масс будет иметь одинаковый вид.

Рассмотрим тензор с индексами, изменяющимися от 0 до 3 у соленоидальной части потенциала $\operatorname{Im} F_{lk} = \frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}$ образует мнимую часть потенциала, а градиентная часть с индексами, изменяющимися от 0 до 3 $\operatorname{Re} F_{lk} = \frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$, образует действительную часть потенциала. Дифференцируя уравнение (1.1) по величине x^l и комплексно сопряженное уравнение по величине x^l и меняя индексы в комплексно сопряженном уравнении, и вычитая и складывая эти уравнения, получим

$$\Delta\left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}\right) - \frac{\partial^2 \dfrac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \dfrac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}}{c^2 \partial t^2} = 4\pi\left(\operatorname{Im}\frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} - \operatorname{Im}\frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}\right),$$

$$\Delta\left(\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}\right) - \frac{\partial^2 \dfrac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \dfrac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}}{c^2 \partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^l \partial x^k}\left(\Delta\chi - \frac{\partial^2 \chi}{c^2 \partial t^2}\right) = \quad (1.2)$$

$$= 4\pi\left[\operatorname{Re}\frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} + \operatorname{Re}\frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}\right] =$$

$$= 4\pi m\sqrt{\gamma}\left(\frac{\partial u n_l \prod_{m=1}^{3} \delta(x_m - x_{m0})}{\partial x^k} + \frac{\partial u n_k \prod_{m=1}^{3} \delta(x_m - x_{m0})}{\partial x^l}\right)$$

Имеем, что матрица $\operatorname{Im}\dfrac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} - \operatorname{Im}\dfrac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}$ анти эрмитова, т.е. собственные числа мнимые, а матрица $\operatorname{Re}\dfrac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} + \operatorname{Re}\dfrac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}$ эрмитова, т.е. собственные числа действительны.

Внутри соленоида суммирование величин $\dfrac{\partial u_2}{\partial x^1} - \dfrac{\partial u_1}{\partial x^2} = \dfrac{\partial e_{213}(x_1\omega_3 - x_3\omega_1)}{\partial x^1} - \dfrac{\partial e_{123}(x_2\omega_3 - x_3\omega_1)}{\partial x^2} = -2\omega_3$ определяет угловую скорость вращения частиц в обмотках соленоида. Если начало отсчета находится вне соленоида, величина x_1 в знаменателе меняет свой знак, а в числителе остается величина x_1, так как просто произошла добавка к величине x_1 константы, поэтому получается, что ротор для точек вне соленоида равен нулю. Процесс рассматривается при неизменном значении x_3. Величина $\dfrac{\partial u_2}{\partial x^1} + \dfrac{\partial u_1}{\partial x^2}$ для точек внутри соленоида (начало координат внутри соленоида) равна нулю, а вне соленоида (начало координат вне соленоида) равна $-2\omega_3$.

Так как гравитационное поле A_l определяется действительной правой частью и является действительным, значит, гравитационному полю $\operatorname{Re} F_{lk} = \frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$ соответствует эрмитова, градиентная часть поля и внешнего воздействия. У гравитационного поля не имеется дипольного момента, а имеется только тензор квадрупольного момента D^{lk} определяемый из релятивистской формулы см. [2], §99. Для величины χ имеем уравнение в частных производных (1.2)

$$\Delta \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}}{\partial t^2} = 4\pi m \sqrt{\gamma} \left(\frac{\partial n_l u \prod_{m=1}^{3} \delta(x_m - x_{m0})}{\partial x^k} + \frac{\partial n_k u \prod_{m=1}^{3} \delta(x_m - x_{m0})}{\partial x^l} \right.$$

Получим с точностью до ротора вектора у пространственной части

$$\Delta \partial_l \chi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \partial_l \chi}{\partial t^2} = 4\pi m \sqrt{\gamma} n_l u \prod_{l=1}^{3} \delta(x_l - x_{l0}) \qquad (1.3)$$

Но этот ротор равен нулю из-за значения магнитного поля $\mathbf{H} = rot\mathbf{A}$, причем если величина $rot\mathbf{C} \neq 0$, то получается произвольная функция напряженности магнитного поля $\mathbf{H} = rotrot\mathbf{C} \neq 0$.

Это уравнение имеет решение

$$\frac{\partial \chi}{\partial x^l} = -\frac{m\sqrt{\gamma} n_l u [1 - \frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{Rc}]}{R - \frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}} = -\frac{m\sqrt{\gamma} n_l u}{R} + A_l = -\frac{m\sqrt{\gamma} n_l u}{R} + \frac{c}{e}\hbar k_l .$$

При этом величина A_l, равная калибровочной части потенциала, определяется волновым числом, или частотой и является константой. Она соответствует энергии и импульсу фотона. Она образуется при скачкообразном изменении постоянной интегрирования, и распространяется по пространству как константа, определяемая частотой или волновым числом. Или разностью энергий состояния, в случае электрона в атоме. Потенциал в формуле $-\frac{m\sqrt{\gamma} n_l u}{R}$ при радиусе, стремящемся к бесконечности, стремится к нулю.

Изменение частоты энергии и волнового числа импульса фотона соответствует закону сохранения энергии и импульса при столкновениях фотонов с частицами. При столкновениях изменение частоты и волнового числа возможно, так как каждое столкновение приводит к сингулярности, даже если о непосредственном контакте говорить не приходится.

Масса в этой формуле равна образующего поле частице - массе электрона согласно формуле (1.1). Числитель и знаменатель сокращаются на величину $1-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{cR}$. Если числитель дроби оставить константой, не зависящей от члена $1-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{cR}$, то в результате дальнейшего вычисления получится не симметричное выражение $n_k(n_l - V_l/c)$, а значение второй производной от потенциала должно быть симметрично. Действительная величина χ должна иметь размерность заряда, а вторая производная от этой величины должна иметь размерность напряженности электромагнитного поля, согласно формулы (1.2) действительная часть поля должна быть пропорциональна массе тела, в размерности заряда.

Тензор гравитационного поля равен

$$\operatorname{Re} F_{lk} = \chi_{lk} = -\frac{\partial}{\partial x^k}\frac{m\sqrt{\gamma}un_l}{R} - \frac{\partial}{\partial x^l}\frac{m\sqrt{\gamma}un_k}{R}.$$

Напряженность поля определяется по формуле (1.4)

$$\begin{aligned}\operatorname{Re} F_{lk} &= -\frac{\partial}{\partial x^k}\left(\frac{m\sqrt{\gamma}n_l u}{R}\right) - \frac{\partial}{\partial x^l}\frac{m\sqrt{\gamma}un_k}{R} = \\ &= -\frac{m\sqrt{\gamma}}{R}\frac{(n_l x_k + n_k x_l)u}{R^2} - \frac{m\sqrt{\gamma}}{R}\left(\frac{\partial un_l}{\partial x^k} + \frac{\partial un_k}{\partial x^l}\right)\end{aligned} \quad . (1.4)$$

Величина n_k - это орт в направлении соответствующей градиенту $\frac{\partial}{\partial x^k}$.

Получается, что калибровочная часть электромагнитного поля определяется массой частицы и не является произвольной. Просто в случае элементарных частиц масса на много меньше заряда, и массой пренебрегаем, считая калибровочную часть поля произвольной с точностью $m\sqrt{\gamma}/e$.

Вид уравнений Максвелла не изменяется, только напряженности электромагнитного поля и токи становятся комплексными. Действительная часть напряженности соответствует гравитационному полю, а мнимая часть напряженности электромагнитному полю. Значит и формула для плотности энергии не изменяется.

Собственные значения матрицы iF_{ik} действительны, так как матрица F_{ik} анти эрмитова. Но так как действительные уравнения Максвелла не меняются, только напряженности и токи становятся комплексными, в эту плотность энергии надо включить плотность градиентных частей электромагнитного поля, и тогда плотность энергии будет полной.

$$\sum_{i,k=0}^{3} (F_{ik})^2/16\pi = \sum_{k,\alpha=0}^{3} g^{-1}_{k\alpha}(\lambda_\alpha)^2 g_{\alpha k}/16\pi = \sum_{\alpha=0}^{3} (\lambda_\alpha)^2/16\pi$$

Если расписать эту формулу в собственных значениях, то собственные значения эрмитовой матрицы F_{ik} действительны, и, следовательно, плотность энергии положительна, в отличии от собственных чисел матрицы плотности энергии $F_{ik}F^{kn}$ у действительного тензора F_{ik}, которые отрицательны, как собственные числа произведения двух антисимметричных матриц. Антисимметричная матрица имеет мнимые собственные числа.

В случае электродинамики справедливо определение комплексной энергии системы как квадрата комплексного числа, а не как квадрат модуля. В самом деле, имеем

$$\mathrm{div}[\mathbf{E},\mathbf{H}] = \mathbf{H}\mathrm{rot}\mathbf{E} - \mathbf{E}\mathrm{rot}\mathbf{H} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon\mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mu\mathbf{H}^2}{2}\right) - \sigma\mathbf{E}^2 - \mathbf{jE}. \qquad (1.5)$$

Имеем соотношение (1.6) см. [3], стр.14, так как у комплексно сопряженной системы меняется направление времени

$$\mathrm{div}[\mathbf{E},\mathbf{H}^*] = \mathbf{H}^*\mathrm{rot}\mathbf{E} - \mathbf{E}\mathrm{rot}\mathbf{H}^* = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mu\mathbf{H}\mathbf{H}^*}{2} - \frac{\varepsilon\mathbf{E}\mathbf{E}^*}{2}\right) - \frac{\sigma\mathbf{E}\mathbf{E}^*}{2} - \frac{\mathbf{j}^*\mathbf{E}}{2}. \qquad (1.6)$$

Комбинацию $\dfrac{\varepsilon \mathbf{E}\mathbf{E}^*}{2}+\dfrac{\mu \mathbf{H}\mathbf{H}^*}{2}$ невозможно получить с произведением напряженности на комплексно сопряженную напряженность. Значит, для напряженности справедлива формула (1.5), а не сумма квадратов модулей, умноженных на диэлектрическую и магнитную проницаемость.

Уравнение сохранения энергии запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \sum_{i,k=0}^{3}(F_{ik})^2 dV/16\pi + E_{kin} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \sum_{k,\alpha=0}^{3} g_{k\alpha}^{-1}(\lambda_\alpha)^2 g_{\alpha k} dV/16\pi + E_{kin} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}\int_V \sum_{\alpha=0}^{3}(\lambda_\alpha)^2 dV/16\pi + E_{kin} = -\oint_S \frac{cg^{kl}}{4\pi} F_{l0}^{as} F_{ik}^{as} dS^i .$$

Но в этой формуле все собственные числа λ_α эрмитовой матрицы F_{ik} действительны и, следовательно, плотность энергии электромагнитного поля для макросистем положительна.

Действие электромагнитного поля равно

$$S_f = \frac{1}{16\pi c}\int F_{ik}F^{ik} d\Omega, d\Omega = cdtdxdydz$$

$$S_f = \frac{1}{16\pi}\int (-2E^2 + \sum_{p,q=0}^{3} |\chi_{pq}^2| + 2H^2) dVdt .$$

Действие для поля вместе с находящимися там зарядами равно

$$S = -\sum\int mcds - \sum \frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{c}\int A_k dx^k + \frac{1}{16\pi c}\int F_{ik}F^{ik} d\Omega$$

2. Вывод основных уравнений электродинамики с учетом градиентной части напряженности

Имеем новое определение напряженностей поля

$$F_{pq} = \frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q} + i\left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q}\right) = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q} + i\left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q}\right).$$

Где индексы меняются от 0 до 3. Действительная часть равна второй производной от потенциала в силу того, что действительная часть эрмитова и имеет вид $\frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p}+\frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q}$, равный величине $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q}$. Чтобы поле было потенциально, должно выполняться $(\frac{\partial^2}{\partial x^u \partial x^v}\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q})^+ = \frac{\partial^2}{\partial x^u \partial x^v}\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q}$, где знак плюс означает сопряженную величину. Должно быть справедливо равенство

$$(\frac{\partial^2 B_{pq}}{\partial x^u \partial x^v})^+ = \frac{\partial^2 B^*_{vu}}{\partial x^p \partial x^q}.$$

Это равенство выполняется в силу того, что действительная часть напряжения удовлетворяет равенству $(\operatorname{Re} F_{pq})^+ = \operatorname{Re} F_{qp}$. Назовем величину χ гравитационным потенциалом, в отличие от четырех векторного потенциала $A_l, l = 0,...,3$.

Тензор F_{pq} напряженности электрического и магнитного поля состоят из двух компонент, градиентной $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q}$, и соленоидальной $i(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q})$, которые эрмитовые.

$$F_{pq} = \begin{Vmatrix} \chi_{00} & \chi_{01}+iE_1 & \chi_{02}+iE_2 & \chi_{03}+iE_3 \\ \chi_{10}-iE_1 & \chi_{11} & \chi_{12}-iH_3 & \chi_{13}+iH_2 \\ \chi_{20}-iE_2 & \chi_{21}+iH_3 & \chi_{22} & \chi_{23}-iH_1 \\ \chi_{30}-iE_3 & \chi_{31}-iH_2 & \chi_{32}+iH_1 & \chi_{33} \end{Vmatrix}.$$

Выполняется $F_{pq} = F^*_{qp}$. Величина $F^{pq} = h^{pl} F_{lk} h^{kq}$ равна

$$F^{pq*} = \begin{Vmatrix} \chi_{00} & \chi_{01}-iE_1 & \chi_{02}-iE_2 & \chi_{03}-iE_3 \\ \chi_{10}+iE_1 & \chi_{11} & \chi_{12}-iH_3 & \chi_{13}+iH_2 \\ \chi_{20}+iE_2 & \chi_{21}+iH_3 & \chi_{22} & \chi_{23}-iH_1 \\ \chi_{30}+iE_3 & \chi_{31}-iH_2 & \chi_{32}+iH_1 & \chi_{33} \end{Vmatrix}$$

Где величина $\chi_{pq} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^q \partial x^p} = \chi_{qp}$ симметричная. Уравнение для комплексных напряженностей выглядят таким образом

$$\Delta F_{pq}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 F_{pq}}{\partial t^2}=-4\pi[\frac{\partial j_q}{\partial x^p}+\frac{\partial j_p}{\partial x^q}+i(\frac{\partial j_q}{\partial x^p}-\frac{\partial j_p}{\partial x^q})],\rho=-j_0,\varphi=-A_0. \quad (2.1)$$

Величина тока равна $j_p=\mathbf{j}_p/c$. Следующие из уравнений Максвелла мнимые части образуют действительные уравнения

$$\Delta \operatorname{Im} F_{l0}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \operatorname{Im} F_{l0}}{\partial t^2}=-4\pi \operatorname{Im}(\frac{\partial j_0}{\partial x^l}-\frac{\partial j_l}{\partial x^0})=4\pi(\frac{\partial \rho}{\partial x^l}+\frac{\partial j_l}{c\partial t});l=1,...,3$$
$$\Delta \operatorname{Im} F_{pq}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \operatorname{Im} F_{pq}}{\partial t^2}=-4\pi \operatorname{Im}(\frac{\partial j_q}{\partial x^p}-\frac{\partial j_p}{\partial x^q})=-4\pi(\operatorname{rot}\mathbf{j})_l;\, p,q=1,...,3.$$

Действительные уравнения описывают мнимую поперечную часть решения. Мнимую часть тензора электромагнитного поля надо определять, как соленоидальную, а действительную как градиентную часть. Тензор электромагнитного поля определится однозначно.

Можно ввести вектор $\mathbf{F}=\mathbf{E}-i\mathbf{H}$, и тогда волновое уравнение запишется в виде

$$\Delta \mathbf{F}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial t^2}=4\pi[\frac{\partial \rho}{\partial x^l}+\frac{\partial j_l}{c\partial t}+i(\operatorname{rot}\mathbf{j})_l]$$

Величины продольных токов $\frac{\partial j_q}{\partial x^p}+\frac{\partial j_p}{\partial x^q}=\frac{\partial^2 k}{\partial x^p \partial x^q}$ предполагаются равными нулю. Эти члены имеют существенное значение для переменного воздействия. Если соленоидальная часть поля соответствует первой производной от внешнего воздействия, то градиентная второй производной. При линейно растущем воздействии, движении электронов с постоянным ускорением, первая производная конечна, а вторая равна нулю, следовательно, соленоидальная часть конечна, а градиентная часть равна нулю.

Докажем, что существующие формулы описывают только действительная часть окончательных формул, а мнимая часть определяется с помощью предлагаемых формул.

Решение волнового уравнения относительно векторного потенциала при дипольном излучении существует, и выражено через производную по времени от дипольного момента. Имеем для потенциала поля см. [2], §67

$$\mathbf{A} = \frac{1}{cR_0}\dot{\mathbf{d}}$$

Эта формула в дипольном приближении зависит только от времени. Магнитная и электрическая напряженность поля равна

$$F_{pq} = \frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q} + i(\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q}) =$$
$$= \frac{\operatorname{Re}\dot{A}_q n^p + \operatorname{Re}\dot{A}_p n^q}{c} + i\frac{\operatorname{Im}\dot{A}_q n^p - \operatorname{Im}\dot{A}_p n^q}{c} =$$
$$= \frac{\operatorname{Re}\ddot{d}_q n^p + \operatorname{Re}\ddot{d}_p n^q}{c^2 R_0} + i\frac{\operatorname{Im}\ddot{d}_q n^p - \operatorname{Im}\ddot{d}_p n^q}{c^2 R_0} = \frac{\ddot{d}_q n^p + \ddot{d}_p^* n^q}{c^2 R_0}; \mathbf{E} = [\mathbf{H}, \mathbf{n}]$$

Излученная диполем энергия равна (сумма берется по всем значениям индекса, поэтому ее надо разделить на два).

$$dI = \frac{c(F_{pq})^2}{16\pi} R_0^2 d\Omega = \frac{[\ddot{d}_q n^p + \ddot{d}_p^* n^q]^2}{16\pi c^3} d\Omega = \frac{|\ddot{d}_p|^2}{4\pi c^3}\sin^3\theta d\theta d\varphi \qquad (2.2)$$

Полная излученная энергия равна $I = \frac{2\sum_{p=1}^{3}|\ddot{d}_p|^2}{3c^3}$, эта формула совпадает с известной формулой излучения см. [2] §67. Отметим, что диполь описывается комплексной формулой $d = \exp(i\omega t)p$, где $p = el$ момент диполя и так как мнимая часть не берется по модулю, при усреднении она равна нулю. Усредненное произведение $\operatorname{Re}\ddot{d}_p^* = -p\omega^2\cos\omega t; \operatorname{Im}\ddot{d}_p^* = -p\omega^2\sin\omega t$, соответствующее мнимой части излучения равно нулю.

Уравнения Максвелла запишутся в виде

$$\begin{gathered}\frac{\partial F_{lp}}{\partial x^q} + \frac{\partial F_{pq}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{ql}}{\partial x^p} = 0 \\ \frac{\partial F^{lk}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi j^l}{c}; l = 0,...,3\end{gathered}. \qquad (2.3)$$

В комплексной форме эти уравнения выглядят аналогично.

Уравнения движения запишутся в действительной плоскости с помощью комплексного заряда в виде

$$mc\frac{d(u_l+u_l^*)}{ds}=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{2c}(F_{lk}+F_{lk}^*)(u^k+u^{*k})=$$
$$=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{2c}[F_{lk}u^k+F_{lk}u^{*k}+(F_{lk}u^k+F_{lk}u^{*k})^*].$$

Откуда имеем два варианта равенства в случае комплексных величин

$$mc\frac{du}{ds}=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{2c}(F_{lk}u^k+F_{lk}u^{*k})=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{c}F_{lk}\,\mathrm{Re}\,u^k$$
$$mc\frac{du}{ds}=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{2c}(F_{lk}u^k+F_{lk}^*u^k)=\frac{-ie+m\sqrt{\gamma}}{c}u^k\,\mathrm{Re}\,F_{lk}.$$

Первая формула содержит силу Лоренца, а вторая формула не содержит. Значит надо выбирать первую комплексную формулу.

Формула распадается на два уравнения

$$mc\frac{d\,\mathrm{Re}\,u_l}{ds}=(\frac{e}{c}\mathrm{Im}\,F_{lk}+\frac{m\sqrt{\gamma}}{c}\mathrm{Re}\,F_{lk})\mathrm{Re}\,u^k$$
$$mc\frac{d\,\mathrm{Im}\,u_l}{ds}=(\frac{m\sqrt{\gamma}}{c}\mathrm{Im}\,F_{lk}-\frac{e}{c}\mathrm{Re}\,F_{lk})\mathrm{Re}\,u^k;l,k=0,...,3 \quad (2.4)$$

Отмечу, что тензор электромагнитного поля, кроме соленоидальных компонент имеет и градиентные компоненты, равные $\frac{\partial^2\chi}{\partial x^l\partial x^k}$, которые описывают гравитационное поле, что обуславливает новые силы, действующие на частицы.

Формулы (2.3) и (2.4) описывают уравнение изменения поля и закон движения материи. При первом из двух предельных случаев $m\sqrt{\gamma}/e>>1$ они описывают гравитационное поле и движение больших масс, а во втором случае $m\sqrt{\gamma}/e<<1$, они описывают движение зарядов и электромагнитное поле. Заметим, что уравнение (2.3) эквивалентно уравнениям Максвелла, а те в свою очередь волновому уравнению относительно векторного и скалярного потенциала (1.1). В промежуточном случае возможно влияние электромагнитного поля на массы и влияние гравитационного поля на заряды.

Отметим, что действительная часть поля, которая является гравитационной частью, проникает через все границы. Барьеров для гравитационного поля, как и для течения времени нет.

В ускорителях действует сила торможения излучением, которая при скорости близкой к скорости света определяется напряженностью поля, связанной с соленоидальной частью потенциала.

$$f_x = -\frac{2e^4}{3m^2c^4}\frac{(E_y - H_z)^2 + (E_z + H_y)^2}{1 - V^2/c^2}$$

Градиентная часть напряжения равна произведению массы и заряда и поэтому гораздо меньше, чем произведение заряда на заряд, и поэтому не проявляется при расчете ускорителей элементарных частиц.

Скорость становится комплексной в силу комплексного значения тензора F_{ik}. Но в квантовой механике имеется понятие комплексной скорости. Докажем это. Дело в том, что в квантовой механике существует понятие комплексной квазистационарной энергии. Масса квазистационарной частицы комплексная. Энергия состоит из двух частей, потенциальной и кинетической энергии. Значит, комплексны координата и скорость в силу их связи. Значит, скорость и пространственная координата может быть комплексной.

Опишем физический смысл комплексной напряженности поля. Аналогично получается физический смысл четырехмерной скорости и координаты. Итак, рассмотрим действительное решение системы уравнений Максвелла в микромире E_α. Пусть начальные данные имеют среднее значение E_α^0 и дисперсию $<(\Delta E_\alpha^0)^2>$ (начальное значение дисперсия, получается, из-за не точно заданных начальных данных, в результате решения дисперсия может расти). Тогда для дисперсии решения имеем

$$<(\Delta E_\alpha)^2> = <(E_\alpha - <E_\alpha>)^2> = <(E_\alpha)^2> - 2<E_\alpha><E_\alpha> + <E_\alpha>^2 =$$
$$= <(E_\alpha)^2> - <E_\alpha>^2$$

Откуда имеем

$$< (E_\alpha)^2 > = < E_\alpha >^2 + < (\Delta E_\alpha)^2 > = | < E_\alpha > + i\sqrt{< (\Delta E_\alpha)^2 >} |^2 \qquad (2.5)$$

Приведу формулировку обратной теоремы Пифагора. Для всякой тройки положительных чисел a, b и c, такой, что $a^2 + b^2 = c^2$, существует прямоугольный треугольник с катетами a и b и гипотенузой c. Значит, математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение образуют катеты, а гипотенузой является корень из среднего квадрата величины. Т.е величина среднего $< E_l >$ ортогональна среднеквадратическому отклонению $\sqrt{< [\Delta E_l]^2 >}$, которое образует мнимую часть координаты тела. Таким образом, полученное в результате усреднения во времени декартово пространство с колебательной скоростью высокой частоты (период колебания меньше времени измерения) становится комплексным пространством. В случае большой дисперсии величины действительного пространства, его нужно рассматривать как комплексное трехмерное пространство, где мнимая часть соответствует среднеквадратическому отклонению. Имеется следующая связь между переменными $\sqrt{< E_l^2 >} = (< E_l > + i\sqrt{< [\Delta E_l]^2 >})\alpha, |\alpha| = 1$, комплексное число α выбирается из условия, чтобы мнимая часть имела положительное и отрицательное значение. Этому удовлетворяет среднеквадратичное отклонение. Но иногда среднеквадратичное отклонение положительно, например, в случае диэлектрической проницаемости, где вмешиваются положительные и отрицательные заряды. Тогда имеем формулу $\varepsilon = \varepsilon_0 + \dfrac{4\pi i\sigma}{\omega}$, где действительная часть пропорциональна положительному среднеквадратичному отклонению диполя, а проводимость пропорциональна среднему значению. Но зато проводимость делится на частоту, которая имеет положительный и отрицательный знак.

Следовательно, алгоритм нахождения среднего решения, или среднего в фазовом пространстве решения, и его дисперсию сводится к нахождению комплексного решения, среднее решение соответствует действительной части решения, а квадрат мнимой части соответствует дисперсии решения. Таков физический смысл комплексного решения, действительная часть – это среднее решение, а мнимая часть – это его среднеквадратическое отклонение. Действительная и мнимая часть ортогональны, и образуют комплексное пространство. В самом деле, согласно обратной теореме Пифагора в силу формулы (2.5) математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение образуют катеты, а средний квадрат является гипотенузой. Отметим, что дисперсия решения в макромире проявляется в случае турбулентного режима системы, например, в случае турбулентного режима уравнений магнитной гидродинамики.

Но возникает проблема описания электромагнитного поля, спин фотона которого равен 1, а спин гравитационного поля равен 2. Но введение мнимого заряда снимает эту проблему. В случае электромагнитного взаимодействия образуется электромагнитное поле со спином 2. При повороте системы на π надо добавить комплексное сопряжение, так как такой поворот соответствует зарядовому сопряжению диполя. Значит, мнимая величина заряда умножается на минус единицу и получается эквивалентное состояние, значит, спин электромагнитного поля для двух зарядов равен двум, так как поворот на π приводит к эквивалентному состоянию. В случае если заряды действительны для получения эквивалентного состояния надо поворачивать систему на 2π, и тогда спин электромагнитного поля равен единице. Но фундаментальное свойство зарядов быть мнимыми подтверждено записью уравнения (1.1).

Вычислим фазу при интерференции электрона на двух отверстиях при действии электромагнитного поля. Для этого запишем обобщенную теорему Стокса см. [2] §6 в трехмерном случае

$$\oint A_l dx^l = \int_S \frac{\partial A_p}{\partial x^q} dS^{pq} = -\int_S \frac{\partial A_q}{\partial x^p} dS^{pq}$$

Получим для интеграла от существенной мнимой части потенциала

$$\oint (2\,\mathrm{Im}\,A_l+\mathrm{Re}\,A_l-\mathrm{Re}\,A_l)dx^l=\int_S\left(\frac{\partial\,\mathrm{Im}\,A_q}{\partial x^p}-\frac{\partial\,\mathrm{Im}\,A_p}{\partial x^q}+\frac{\partial\,\mathrm{Re}\,A_p}{\partial x^q}+\frac{\partial\,\mathrm{Re}\,A_q}{\partial x^p}\right)dS^{pq}=$$

$$=\int_S\left[\frac{\partial\,\mathrm{Re}\,A_p}{\partial x^q}+\frac{\partial\,\mathrm{Re}\,A_q}{\partial x^p}+\left(\frac{\partial\,\mathrm{Im}\,A_q}{\partial x^p}-\frac{\partial\,\mathrm{Im}\,A_p}{\partial x^q}\right)\right]dS^{pq}$$

Где интеграл берется по контуру l, соответствующему кратчайшим траекториям электрона и времени движения от цели до экрана.

$$\varphi=\frac{e}{\hbar c}\oint \mathrm{Im}\,A_l\,dx^l=\frac{e}{2\hbar c}\int_S\left[\frac{\partial\,\mathrm{Re}\,A_p}{\partial x^q}+\frac{\partial\,\mathrm{Re}\,A_q}{\partial x^p}+\left(\frac{\partial\,\mathrm{Im}\,A_q}{\partial x^p}-\frac{\partial\,\mathrm{Im}\,A_p}{\partial x^q}\right)\right]dS^{pq}=$$

$$=\frac{e}{2\hbar c}\int_S\left[\frac{\partial^2\chi}{\partial x^q\partial x^p}-\left(\frac{\partial\,\mathrm{Im}\,A_q}{\partial x^p}-\frac{\partial\,\mathrm{Im}\,A_p}{\partial x^q}\right)\right]dS^{pq}$$

Где величина смещения интерференционной полосы $x<<L$, величина L равна расстоянию от щелей до экрана. Величина d равна расстоянию между щелями. Постоянная величина отклонения интерференционных полос при включении электромагнитного поля равна

$$x=-\frac{L\psi}{kd}=-\frac{L\,\mathrm{Im}\varphi}{kd}=-\frac{L}{kd}\frac{e}{\hbar c}\oint\sum_{l=1}^{3}\mathrm{Im}\,A_l\,dx^l=$$

$$=-\frac{L}{2kd}\frac{e}{\hbar c}\int_S\left[\frac{\partial^2\chi}{\partial x^q\partial x^p}-\left(\frac{\partial\,\mathrm{Im}\,A_q}{\partial x^p}-\frac{\partial\,\mathrm{Im}\,A_p}{\partial x^q}\right)\right]dS^{pq}=-\frac{L}{2kd}\frac{e}{\hbar c}\int_S\frac{\partial^2\chi}{\partial x^q\partial x^p}dS^{pq}=$$

$$=-\frac{L}{2kd}\frac{e}{\hbar c}\int_S\frac{\partial}{\partial x^p}\left(\frac{m\sqrt{\gamma}n_q}{R}\right)dS^{pq}=-\frac{L}{2kd}\frac{e}{\hbar c}\oint\frac{m\sqrt{\gamma}n_q}{R}dx^q$$

Где воспользовались формулой $dx^q=dS^{pq}\dfrac{\partial}{\partial x^p}$. Имеем для одинакового смещения, вычисленного двумя способами $A_l=\dfrac{eV_l\sqrt{N_{av}}}{c[R-(\mathbf{R},\mathbf{V})/c]}=\dfrac{N_{av}m\sqrt{\gamma}n_l}{2R}$.

Откуда определяем значение скорости электронов $\dfrac{eV}{c}=\dfrac{\sqrt{N_{av}}m\sqrt{\gamma}}{2}\left[1-\dfrac{(\mathbf{R},\mathbf{V})}{Rc}\right]$.

Заряды имеют знак плюс и минус, поэтому суммарное их воздействие пропорционально корню из числа Авогадро. Это равенство выполняется в силу малой скорости электронов, образующих ток в соленоидальной катушки. Откуда определяется скорость электронов.

Отклонение фазы определяется потоком градиентной части электромагнитного поля, это поле действует на частицу. Так как величина соленоидальной части напряженности поля равна нулю $\frac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q} = 0, p, q = 1,...,3$, интеграл сводится к значению от градиентной части потенциала, соответствующей тензору электромагнитного поля F_{lk}, определяемому напряженностями электромагнитного поля.

В то же время смещение определяется интегралом по замкнутому контуру от вектора потенциала, так как градиентная часть по замкнутому контуру равна нулю. Смещение вычислено с помощью двух представлений электромагнитного поля, с помощью вектор потенциалов по замкнутому контуру, и относительно потока градиентной части потенциала, соответствующей тензору напряженностей.

Произойдет смещение дифракционной картины с не нулевой градиентной напряженностью электромагнитного поля. При наличии помимо влияния бесконечной тонкой катушки через вектор потенциалы, имеется влияние напряженностей электромагнитного поля, и действие катушки сводится к смещению интерференционной картины из-за влияния вектор потенциала, или влияния тензора напряженностей электромагнитного поля.

Уравнения электродинамики из действительных уравнений путем добавки членов превратились в комплексные уравнения. Они не противоречат уравнениям квантовой механики, описывая квантовые эффекты. Классическое действительное решение осталось неизменным, а мнимое решение является малой поправкой.

Для экспериментального подтверждения предположения влияние электромагнитного поля на массы, надо взять сферический диэлектрик большой массы и воздействовать на него слабым электрическим полем. Тогда сила, действующая на массу равна $F_{ge} = m\sqrt{\gamma}E$. Назовем эту силу электрической массовой.

Сила, действующая на заряды диполя диэлектрика- сферы равна

$$\mathbf{F} = \frac{\varepsilon}{4\pi}\oint \{\mathbf{E}(\mathbf{n},\mathbf{E}) - \frac{1}{2}E^2\mathbf{n}\}df \ .$$

Однородное поле внутри шара равно $E^i = 3\text{E}/(2+\varepsilon)$. Значит сила, действующая на диэлектрический шар со стороны однородного электромагнитного поля, равна

$$F_e = \frac{\varepsilon}{4\pi}\oint (E^2\cos^2\theta - \frac{1}{2}E^2\cos\theta)a^2\sin\theta d\theta d\varphi = \frac{\varepsilon E^2 a^2}{2}(-\cos^3\theta)/3|_0^{\pi} = \frac{3\varepsilon \text{E}^2 a^2}{(2+\varepsilon)^2} =$$

$$= \text{E}^2 a^2 \alpha, \alpha = \frac{3\varepsilon}{(2+\varepsilon)^2}$$

Назовем эту силу диэлектрической. В подынтегральном выражении первый член содержит квадрат косинуса, так как один множитель косинуса соответствует проекции на направление поля, а другой множитель косинуса соответствует углу с нормалью к площадке интегрирования. Где величина α положительная константа, меньше единицы, поле Е должно быть одинаково на интервале движения тела.

Условие малости электрического поля должно быть следующее $F_{ge} > F_e$, имеем

$$E < \frac{m\sqrt{\gamma}}{\alpha b^2} = \frac{\rho\sqrt{\gamma}4\pi b}{3\alpha}. \qquad (3.7)$$

Данный шар под действием силы притяжения должен начать катиться, при этом должно выполняться условие, что массовая сила должна быть больше силы трения качения $kmg/a = 4\pi k\rho g a^2/3 < m\sqrt{\gamma}E \sim 4\pi\rho\sqrt{\gamma}a^3 E/3 < (\frac{4\pi}{3})^2\frac{\rho^2\gamma}{\alpha}a^4$, значит, радиус диэлектрического тела должен быть больше величины $a > \sqrt{\frac{3kg\alpha}{4\pi\rho\gamma}} \sim 8.1\cdot 10^3 cm = 81m$.

Где величина $k = 0.05cm$ это коэффициент трения качения дерева по дереву, диэлектрическая проницаемость удовлетворяет условию $\varepsilon = 2$, величина плотности тела, диэлектрика равна $\rho = 1g/cm^3$, гравитационная постоянная равна $\gamma = 6.67\cdot 10^{-8} cm^3/(g\cdot \sec^2)$, $g = 980 cm/\sec^2$ ускорение силы тяжести. Напряженность поля должна быть больше величины $\frac{kg}{\sqrt{\gamma a}} = 23SGC = 6900V/cm$ и меньше величины $E < \frac{\rho\sqrt{\gamma}4\pi b}{3\alpha}$, выполняется условие равенства всех трех сил, при условии $a = b = \sqrt{\frac{3kg\alpha}{4\pi\rho\gamma}} \sim 8.1\cdot 10^3 cm = 81m$, радиус b должен быть больше значения $81m$. Тогда при большем размере системы, напряженность поля будет толкать массу за счет электрической массовой силы, а не диэлектрической. При большей напряженности поля шар должен покатиться под действием диэлектрической силы. При меньшей напряженности поля шар должен покатиться под действием массовой силы, созданной электрическим полем, а воздействие диэлектрической силы должно быть меньше силы трения. Размер тела больше $81m$ говорит о том, что для проявления электрической массовой силы нужно очень большое тело, а при меньших размерах тела эта сила меньше диэлектрической.

Вычислим наименьший размер тела, двигающегося под действием массовой силы, чтобы не произошел пробой воздуха, происходящий при напряжении $3.2\cdot 10^4 V/cm = 106$ ед.СГС

$$\frac{kg}{\sqrt{\gamma a}} < E_{pr}.$$

Откуда для величины минимального размера тела получим величину $a = \frac{kg}{E_{pr}\sqrt{\gamma}} = 17m$, чтобы тело начало катиться. Но будет действовать диэлектрическая сила. Чтобы она не оказывала влияние, размер шара должен быть равен $81m$. В случае трения скольжения коэффициент трения должен быть меньше, чем величина $k = E_{pr}\sqrt{\gamma}/g = 2.7\cdot 10^{-5}$ при наименьшем из коэффициентов трении скольжения стали о лед, равном 0.015. Возможные максимальные напряжения электромагнитного поля в воздухе не могут обеспечить движение тела под действием электрической массовой силы за счет противодействия трения скольжения.

3. Получение основных соотношений для полей Янга-Миллса

Действительная часть неизвестной части калибровочной функции f определяемой из уравнения $A'_l = A_l + \frac{\partial f}{\partial x^l}$ удовлетворяет уравнению $\frac{\partial \operatorname{Re} A'_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \operatorname{Re} A'_p}{\partial x^q} = \frac{\partial^2 \chi'}{\partial x^p \partial x^q} = \frac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q} + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x^p \partial x^q} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^p \partial x^q} + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x^p \partial x^q}$,

имеем $f = (\chi' - \chi)/2 = \frac{(m-m)\sqrt{\gamma} R_{Pl}}{R} = 0$. Неизвестная функция в классической теории Максвелла равна нулю с точностью

$$\frac{\dfrac{\partial \operatorname{Re} A_q}{\partial x^p} + \dfrac{\partial \operatorname{Re} A_p}{\partial x^q}}{\dfrac{\partial \operatorname{Im} A_q}{\partial x^p} - \dfrac{\partial \operatorname{Im} A_p}{\partial x^q}} = -\frac{m\sqrt{\gamma}}{R}\frac{(n_p x_q + n_q x_p)u}{R^2 \operatorname{Im} F_{pq}} - \frac{m\sqrt{\gamma}}{R \operatorname{Im} F_{pq}}\left(\frac{\partial u n_p}{\partial x^q} + \frac{\partial u n_q}{\partial x^p}\right) =$$

$$= \frac{m\sqrt{\gamma}}{e}\alpha(\mathbf{R},\mathbf{V}),\ p,q = 0,...,3; F_{pq} = \frac{\partial}{\partial x^p}\frac{u_q / u_0}{R - (\mathbf{R},\mathbf{V})/c} - \frac{\partial}{\partial x^q}\frac{u_p / u_0}{R - (\mathbf{R},\mathbf{V})/c}\ .$$

$$F_{0p} = \mathbf{E}_p = e\frac{1 - V^2/c^2}{[R - (\mathbf{R},\mathbf{V})/c]^3}(\mathbf{R}_p - \frac{\mathbf{V}_p}{c}R) + \frac{e}{c^2[R - (\mathbf{R},\mathbf{V})/c]^3}[\mathbf{R}[(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{V}}{c}R)\dot{\mathbf{V}}]]$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{E}\mathbf{R}]/R; \alpha(\mathbf{R},\mathbf{V}) = \frac{1}{\beta(\mathbf{R},\mathbf{V})[\mathbf{V},\mathbf{R}]/cR + \gamma(\mathbf{R},\mathbf{V})\dfrac{\dot{V}R}{c^2}}, \beta,\gamma \sim 1$$

Ошибка при использовании электромагнитного поля в ближней зоне пропорциональна $\frac{m\sqrt{\gamma}}{e}$.

В стандартной модели к напряженности электрического поля надо добавить полярный вектор, а к напряженности магнитного поля аксиальный вектор [4]

$$\mathbf{E}_a = -\nabla A_a^0 - \frac{\partial \mathbf{A}_a}{c\partial t} - gC_{abc}\mathbf{A}_b A_c^{\ 0}$$
$$\mathbf{H}_a = (\nabla \times \mathbf{A})_a + \frac{1}{2} gC_{abc}\mathbf{A}_b \times \mathbf{A}_c \qquad (3.1)$$

Лагранжиан стандартной модели имеет вид

$$L = -\frac{1}{4} F_a^{\ \mu\nu} F_{a\mu\nu} + (D^\mu \phi)^* (D_\mu \phi) - V(\phi) + \overline{\psi}(i\gamma_\mu D^\mu - m)\psi$$

Где для отсутствия перенормировок модуль комплексного числа заменен на его квадрат. Модуль комплексного числа при вычислениях может оказаться отрицательным, и тогда требуются перенормировки. Спинор $\overline{\psi} = \psi^T$ определяется как транспонированный. Для отсутствия перенормировок знак комплексного сопряжения исключаем и уравнение выглядит таким образом

$$L = -\frac{1}{4} F_a^{\ \mu\nu} F_{a\mu\nu} + (D^\mu \phi)(D_\mu \phi) - V(\phi) + \overline{\psi}(i\gamma_\mu D^\mu - m)\psi$$

В дальнейшем комментировать исключение комплексного сопряжения не будем. Этот лагранжиан не инвариантен относительно преобразования $\exp(i\alpha)$, зато не требует перенормировок. Нарушается и теорема Голдстоуна о существовании безмассовых частиц в случае глобальной инвариантности Лагранжиана и образования массовых частиц в случае локальной симметрии. Но при образовании более простого Лагранжиана отбрасываются члены более высокого порядка малости, что не способствует точности вычислений, а способствует упрощению уравнений см. [4] конец раздела 3.3 «Отметим, что концепция нарушения симметрии при помощи механизма Хиггса обязана своей популярностью не лучшему согласию с экспериментальными данными, а простоте теоретической реализации». Это упрощение особенно удобно в связи с использованием интегралов Фейнмана. Но каков же альтернативный метод решения. Это метод сведения к обыкновенным дифференциальным уравнениям и нахождение координат положения равновесия.

Антисимметричный тензор $F_{a\mu\nu}$ по аналогии с электродинамикой умножим на мнимую единицу и добавим симметричную часть

$\Phi_{a\mu\nu} = iF_{a\mu\nu} + \frac{\partial A_{a\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial A_{a\nu}}{\partial x^{\mu}}$, тогда этот тензор будет эрмитов. Тогда в лагранжиане свертка собственных значений этих эрмитовых тензоров войдет со знаком плюс.

Уравнение для поля имеет вид см. [4]

$$\partial_{\mu}\Phi_a{}^{\mu\nu} - gC_{abc}A_{b\mu}\Phi_c{}^{\mu\nu} = j_a^{\nu}$$

Где токи определяются по формуле

$$j_a^{\nu} = -i(ig + m\sqrt{\gamma})\{[(D^{\nu}\phi)L_a\phi - \phi L_a(D^{\nu}\phi)] + \overline{\psi}\gamma^{\nu}L_a\psi\} =$$
$$= -i(ig + m\sqrt{\gamma})\{[\phi\partial^{\nu}L_a\phi - (\partial^{\nu}L_a\phi)\phi] - gA_b{}^{\nu}\phi\{L_aL_b\}\phi + \overline{\psi}\gamma^{\nu}L_a\psi\} \quad (3.2)$$
$$j^{\nu} = j_a^{\nu}L_a$$

Значение напряженности электрического и магнитного поля $E = E_aL_a, B = B_aL_a$, в пространстве, базис которого составляют генераторы L_a, подчиняющиеся коммутационному соотношению $[L_aL_b] = C_{ab}^cL_c$.

Тогда в связи с учетом гравитационного поля уравнение для поля запишется в виде (32 уравнения для мнимой части, и 8 уравнений для действительной части, причем действительное уравнение надо представить в симметричной форме в случае действительного потенциала $A_{b\mu}$)

$$\begin{aligned} &\mathrm{Im}[\partial_{\mu}\Phi_a{}^{\mu\nu} - gC_{abc}A_{b\mu}\Phi_c{}^{\mu\nu}] = \mathrm{Im}\, j_a^{\nu} \\ &\mathrm{Re}\partial_{\nu}[\partial_{\mu}\Phi_a{}^{\mu\nu} - gC_{abc}A_{b\mu}\Phi_c{}^{\mu\nu}] = \mathrm{Re}\partial_{\nu}\, j_a^{\nu} \end{aligned} \quad (3.3)$$

В случае действительного значения потенциала $A_{b\mu}$ в действительном пространстве, эта формула преобразуется к виду

$$\partial_{\mu}F_a{}^{\mu\nu} - gC_{abc}A_{b\mu}F_c{}^{\mu\nu} = \mathrm{Im}\, j_a^{\nu}$$
$$\partial_{\nu}[\partial_{\mu}(\frac{\partial A_a^{\mu}}{\partial x_{\nu}} + \frac{\partial A_a^{\nu}}{\partial x_{\mu}}) - gC_{abc}A_{b\mu}(\frac{\partial A_a^{\mu}}{\partial x_{\nu}} + \frac{\partial A_a^{\nu}}{\partial x_{\mu}})] = \mathrm{Re}\partial_{\nu}\, j_a^{\nu}$$

Уравнение (1.2) относительно напряженности поля также содержит третью производную по координате. Уравнения стандартной модели отличаются от уравнений квантовой электродинамики наличием калибровочной производной. Но идеология у этих уравнений общая. Имеется действительный и мнимый ток.

Часть второго уравнения (3.3), пропорциональная массе мала, но добавляется 8 новых уравнений относительно потенциала полей Янга-Миллса. Потенциал $A_{a\mu}$ может оказаться комплексным.

Предположим, что имеется бозонный триплет и дублет

$$V = a(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2) + b(k_1^2 + k_2^2) \qquad (3.4)$$

Уравнения движения имеют вид

$$D_\mu D^\mu \phi = -\frac{\partial V}{\partial \phi}; (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi = 0; \qquad (3.5)$$

Величина калибровочной производной равна $D^\mu = \partial^\mu + gA_a^\mu(x)L_a$.

Итого имеем 82 неизвестных $\mathbf{A}_a, A_a{}^0$, $\mathbf{E}_a, \mathbf{B}_a$, $\psi, \phi; a = 1,...,8$ при 48 уравнений (3.2), 2 уравнениях (3.5), и 40 уравнениях (3.3). Итого 90 нелинейных уравнения. Но ток полей материи зависимая величина и имеется 8 связей между токами полей материи. Итого получается 82 нелинейных независимых уравнений. Все независимые переменные будут определены.

Где интеграл энергии определяется по формулам

$$\begin{gathered} H = \int dx^3 [\frac{1}{2}(B_a B_a + E_a E_a) + (D\varphi)D\varphi + V(\varphi) + \overline{\psi}(\frac{1}{i}\alpha D + \beta m)\psi] \\ E_a = -\nabla A_a^0 - \frac{\partial A_a}{\partial t} - gC_{abc}A_b A_c^0, B_a = \nabla \times A_c + \frac{g}{2}C_{abc}A_b \times A_c, \qquad (3.6) \\ \alpha = \gamma^0\gamma, \beta = \gamma^0 \end{gathered}$$

При этом интеграл плотности энергии считается с помощью функционального интеграла

$$\begin{gathered} H = P_N^{-1}\int [dA][d\psi][d\overline{\psi}][d\varphi] H(A,\psi,\overline{\psi},\varphi) \exp[i\int L_{inv}(A,\psi,\overline{\psi},\varphi)dx^4] = \\ = H(A,\psi,\overline{\psi},\varphi) \end{gathered} \qquad (3.7)$$

Где величина

$$P_N = \int [dA][d\psi][d\overline{\psi}][d\varphi] \exp[i\int L_{inv}(A,\psi,\overline{\psi},\varphi)dx^4]$$

Нужно свести систему уравнений (3.3).(3.5) к обыкновенным дифференциальным уравнениям, найти их координаты положения равновесия и воспользоваться методом перевала по пространственным переменным. Координаты положения равновесия от времени не зависят, так что появляется большой параметр, определяющий применение метода перевала. Координаты положения равновесия нужно считать таким образом, чтобы они соответствовали критическим точкам интеграла.

Поле задается формулами

$$A_a^{\mu}(x) = \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1,n_2=1}^{N} \alpha_{\mathbf{n}a}^{\mu} g_{\mathbf{n}}(x_1, x_2, x_3)\,. \qquad (3.8а)$$

Где величина

$$g_{\mathbf{n}}(x_1, x_2, x_3) = [P(\frac{a}{r})]^n \exp[i(m\psi_1 + k\psi_2)], \psi_l = \arg[\operatorname{Re} x_3 - \operatorname{Im} x_l + i(\operatorname{Im} x_3 + \operatorname{Re} x_l)]$$

$$P(\frac{a}{r}) = \begin{cases} |r|/a, |r| < |a| \\ 1, |r| = a \\ a/|r|, |r| > |a| \end{cases}.$$

Где комплексные координаты задаются по формуле

$$x = r\exp(i\psi_1)/\sqrt{\exp(2i\psi_1) + \exp(2i\psi_2) + 1}$$
$$y = r\exp(i\psi_2)/\sqrt{\exp(2i\psi_1) + \exp(2i\psi_2) + 1}$$
$$z = r/\sqrt{\exp(2i\psi_1) + \exp(2i\psi_2) + 1}$$

Решение образует ряд Фурье по углам, который для непрерывной функции образует коэффициенты, стремящиеся при возрастании индекса к обратным квадратам.

Волновая функция бозонов задается формулами

$$\varphi(x) = \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1,n_2=1}^{N} \beta_{\mathbf{n}} g_{\mathbf{n}}(x_1, x_2, x_3)\,. \qquad (3.8б)$$

Спиноры фермионов со спином ½ задаются формулами

$$\psi_i(x) = \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1,n_2=1}^{N} \gamma_{\mathbf{n}i} g_{\mathbf{n}}(x_1, x_2, x_3). \qquad (3.8в)$$

Функциональная критическая точка определяется из уравнений

$$\frac{\partial L_{inv}}{\partial A_a^\mu} = 0; \frac{\partial L_{inv}}{\partial \varphi} = 0; \frac{\partial L_{inv}}{\partial \overline{\psi_i}} = 0. \qquad (3.9)$$

Количество уравнений (3.9) равно количество неизвестных A_a^μ, ψ_i, φ. При этом в силу определения энергии в комплексном пространстве комплексно сопряженная переменная φ^* определяется равной φ. Производная по времени равна нулю, в силу отсутствия зависимости от этой переменной. Подставляем формулы (3.8) в уравнения (3.3),(3.5),(3.9), умножаем на величину $g_{\mathbf{p}}(\mathbf{x})$, интегрируем по пространству. Получаем уравнения

$$F_l(\alpha_{\mathbf{n}a}^\mu . \beta_{\mathbf{m}}, \gamma_{\mathbf{k}i}) = 0.$$

Где учтены как координаты положения равновесия уравнений (3.3),(3.5) и уравнения критических точек. Неизвестных коэффициентов $\alpha_{\mathbf{n}a}^\mu . \beta_{\mathbf{m}}, \gamma_{\mathbf{k}i}$ достаточно для решения этой системы уравнений. Решая эту систему нелинейных уравнений определим комплексные координаты положения равновесия, учитывающие как уравнение движения, так и критические точки. Причем в данном случае количество неизвестных и уравнений совпадает. Решение системы нелинейных уравнений (3.3),(3.5), сводится к решению системы, подобной (3.10) (в системе (3.10) два массива неизвестных, в системе уравнений Янга-Миллса неизвестных массивов 82)

$$\sum_{k=1}^{N_1+N_2} A_{lk}(y_1, ..., y_{N_1+N_2}) y_k = 0, l = 1, ..., N_1 + N_2 \qquad (3.10)$$

Чтобы эта система уравнений имела не нулевое решение, необходимо, чтобы определитель $|A_{lk}(y_1, ..., y_{N_1+N_2})| = 0$ равнялся нулю, откуда определим первое приближение $y_k = \frac{\alpha}{k^2+1}, k = 1, ..., N_1, y_{k+N_1} = \frac{\alpha}{k^2+1}, k = 1, ..., N_2$. Далее считаем линейное уравнение (3.10) и определяем неизвестное

$y_k = \dfrac{\alpha_k}{k^2+1}, k=1,...,N_1, y_{k+N_1} = \dfrac{\alpha_{k+N_1}}{k^2+1}, k=1,...,N_2$. с точностью до множителя. Этот множитель определяем из равенства нулю определителя. Проделываем эту операцию до сходимости решений. Таких множителей имеется $N_1 + N_2$ штук. Итого имеем $N_1 + N_2$ ветвь решения.

Подставляем (3.8) в фазу интеграла (3.7), причем действительную часть фазы приравняем нулю, т.е. мнимую часть Лагранжиана приравняем нулю, получим формулы $\operatorname{Im} x_l = F_l(\operatorname{Re} x_1, \operatorname{Re} x_2, \operatorname{Re} x_3), l=1,...,3$. Так как в фазе стоит множителем мнимая единица, применяем метод стационарной фазы к функциональному интегралу, и критической точке соответствуют определенные координаты положения равновесия, вычисляем фазу интеграла. При этом энергия равна $E = \int H(A, \psi, \overline{\psi}, \varphi) dx^3$ где интеграл берется в зависимости от формул (3.8).

Выводы

Для описания квантовых эффектов уравнения Максвелла надо модифицировать. Исчезнет произвол в определении вектор потенциала. При описании потенциалов электромагнитного поля микромира появится определяемое значение дополнительного, калибровочного параметра, который произволен в классической теории Максвелла. Относительное значение этой величины равно $\dfrac{m\sqrt{\gamma}}{e} = 10^{-21}$ для электрона.

При больших массах значения заряда мало, и классическое электромагнитное поле мало, поэтому используется отдельное гравитационное поле. Для элементарных частиц заряд во много больше массы в одинаковых единицах, поэтому используется отдельное электромагнитное поле. Значение параметра $\frac{m\sqrt{\gamma}}{e}$ на практике либо мало, либо велико, поэтому промежуточный случай электромагнитно-гравитационного поля не описан.

В стандартной модели рассматривается комплексные волновые функции, добавочные члены в калибровочной производной пропорциональны мнимой единице. Чтобы стандартная модель была замкнутой теорией, нужно добавить учет гравитационного поля, 8 дополнительных уравнений.

Для подтверждения правильности предлагаемой теории надо произвести эксперимент взаимодействия электрического поля с телом большой массы. Надо учитывать эффекты поляризации тела, при действии электрического поля, выбрать систему, когда поляризация мала. Сила, действующая на заряды диполя диэлектрика - сферы пропорциональна квадрату электрического поля. Сила, действующая на массу пропорциональна напряженности электрического поля. Выбирая тело большой массы и малую напряженность поля можно отличить действие электрического поля на массу и действующую силу за счет поляризации диэлектрика.

Список литературы

1. *Рубаков В.А.* Классические калибровочные поля. Бозонные теории. М., КомКнига, 2005, -296с.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973,564с.
3. *Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин* Возбуждение электромагнитных волн М.: «Энергия», 1967, 376с.
4. К. Хуанг Кварки, лептоны и калибровочные поля М.: Мир, 1985, 382стр.