Волновые и корпускулярные решения уравнений Максвелла.

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

В квантовой электродинамике описаны волновые и корпускулярные свойства электромагнитной волны. Между тем при определении векторного потенциала и скалярного потенциала при решении уравнений Максвелла, имеется решение пропорциональное частоте и волновому числу. Это решение описывает калибровочную часть векторного и скалярного потенциала. Покажем, что это действительное решение описывает квантовые свойства, косвенно определяемые массой частицы и описывает корпускулярные свойства частицы. Другая часть решения уравнений Максвелла описывает волновые свойства решения, является мнимой и определяется мнимым зарядом.

1. Необходимость добавления дополнительных членов к антисимметричному тензору электромагнитного поля

Попробуем построить вектор Пойнтинга в случае равенства нулю классического электрического и магнитного напряжения для этой системы координат. Согласно квантовой механике переносимый импульс равен $\hbar\mathbf{k}$ с переносимой энергией $\hbar\omega$. Но это соотношение справедливо для спектра вектор потенциала калибровочной части электромагнитного поля. Спектр вектора потенциала равен $a_\mu(\mathbf{k}) = k_\mu c(\mathbf{k}) + e_\mu^a(\mathbf{k}) b_a(\mathbf{k})$, где первый член соответствует спектру потенциала калибровочного поля см. [1] и квантовому описанию энергии частиц и поля $p_0 = \frac{E}{c} = -\frac{e\varphi(\mathbf{k})}{c} = \hbar\omega, \mathbf{p} = \frac{e\mathbf{A}(\mathbf{k})}{c} = \hbar\mathbf{k}$, $a_\mu = k_\mu c(\mathbf{k})$ Калибровочная часть векторного потенциала определяет импульс и энергию электромагнитного поля. Имеем формулу для вектор-потенциалов и их спектра $A_\mu(\mathbf{x}) = \int a_\mu(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{kx}) d^4\mathbf{k}$.

Возможна ситуация, когда величина энергии не равна нулю из-за наличия градиентной калибровочной части электромагнитного поля $eA_l = e\frac{\partial f}{\partial x^l}, e\varphi = -\frac{\partial f}{c\partial t}$ (калибровочное поле соответствует квантовому описанию энергии частиц). Поток и плотность энергии равна нулю, так как магнитное и электрическое поле равно нулю и при нулевой напряженности поля имеем нулевое значение импульса поля, хотя оно согласно квантовой механике отлично от нуля. Эту ситуацию нужно исправить, вводя дополнительный член в связи напряженности и вектор потенциалов. Оказалось, что дополнительный член соответствует гравитационному полю, и образует градиентные компоненты гравитационного поля. Компоненты антисимметричного тензора электромагнитного поля будучи умноженными на мнимую единицу становятся эрмитовыми. Путем использования обоснованных действительных членов $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$ описывают гравитационные добавки к электромагнитному полю. Рассматривается слабое гравитационное поле. Слабое поле соответствует линейному полю.

2. Построение комплексного вектора Умова-Пойнтинга

Вектор переносимой энергии равен

$$\operatorname{Im} S_i = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E},\mathbf{H}]_i = \frac{c}{4\pi} g^{ks} E_s \left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_i}{\partial x^k}\right) = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^a .$$

Где g^{ks} контравариантная часть метрического тензора пространства Минковского. При напряженности магнитного поля равной нулю согласно классическим уравнениям Максвелла энергия не переносится. Но энергия переносится и при напряженности магнитного поля равной нулю, что следует из эффекта Аронова – Бома в микромире. Электрон отклоняется при воздействии нулевого поля H, если величина векторного потенциала не нулевая. Получается, что, если выполняется условие $\frac{\partial A_p}{\partial x^q} - \frac{\partial A_q}{\partial x^p} = 0, p, q = 0,...,3$ в некоторой области пространства, напряженность электрического и магнитного поля равняется нулю, а как показывает квантовая механика, сила продолжает действовать, отклоняя электрон, поле H и E продолжает существовать. Имеется дополнительный член, определяющий поля H и E, кроме соленоидальных действительных полей $\mathbf{H} = \mathrm{rot}\mathbf{A}$ и поля $E_l = \frac{\partial A_0}{\partial x^l} - \frac{\partial A_l}{\partial x^0}$. Используемая на сегодняшний день часть энергии связана с мнимой, антисимметричной дисперсионной частью электромагнитной энергии, связанной с соленоидальной частью энергии. Введем действительную, продольную, симметричную часть электромагнитной энергии, равную градиентной части энергии

$$\mathrm{Re}\, S_i = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l \left(\frac{\partial\, \mathrm{Re}\, A_k}{\partial x^i} + \frac{\partial\, \mathrm{Re}\, A_i}{\partial x^k}\right) = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^i \partial x^k} = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^s$$

Тогда полный комплексный тензор энергии равен

$$S_i = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l (F_{ik}^s + i F_{ik}^a) = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^{sa}$$

Величина мнимой, соленоидальной, антисимметричной напряженности электрического поля определяется по формуле $\mathrm{Im}\, g^{kl} E_l = g^{kl} \left(\frac{\partial\, \mathrm{Im}\, A_0}{\partial x^l} - \frac{\partial\, \mathrm{Im}\, A_l}{\partial x^0}\right) = g^{kl} F_{l0}^a, A^0 = -\varphi,$ соответствующей поперечной волне. Введем градиентную, симметричную, действительную часть напряженности электрического поля

$$\mathrm{Re}\, E^k = g^{kl} E_l = g^{kl} \left(\frac{\partial\, \mathrm{Re}\, A_0}{\partial x^l} + \frac{\partial\, \mathrm{Re}\, A_l}{\partial x^0}\right) = g^{kl} F_{l0}^s = g^{kl} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^0},$$

соответствующей продольной волне. Имеем $\chi = \psi$ в силу эквивалентности пространства-времени. Тогда вектор Пойнтинга запишется в виде

$$S_i = \frac{cg^{kl}}{4\pi}(F_{l0}^s + iF_{l0}^a)F_{ik}^{sa} = \frac{cg^{kl}}{4\pi} F_{l0}^{sa} F_{ik}^{sa}.$$

В этих формулах переменные индексы изменяются от 1 до 3. Определенный таким способам вектор Пойнтинга совпадает со старым определением этого вектора при градиентной части, равной нулю. При соленоидальной части, равной нулю, поток энергии может не равняться нулю из-за градиентной части энергии.

Электромагнитному полю A_l соответствует, соленоидальная, анти эрмитова часть поля $\operatorname{Im} F_{lk} = \frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}$, которая имеет положительный и отрицательный знак и мнимое собственное число. Анти эрмитова часть умножается на мнимую единицу и становится эрмитовой, с действительным собственным числом.

Для векторного и скалярного потенциала получим волновое размерное уравнение с мнимым зарядом и массой электрона

$$\Delta \mathrm{A}_k - \frac{\partial^2 \mathrm{A}_k}{c^2 \partial t^2} = 4\pi(-ie + m\sqrt{\gamma}) n_k u \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = 4\pi \rho u_k, k = 0,...,3.$$

Где величина γ, это гравитационная постоянная. Согласно ОТО при малых поправках к тензору Галилея, поправка гравитационного поля подчиняется волновому уравнению. Это уравнение справедливо, его действительная часть описывает слабое гравитационное поле, а мнимая часть слабое электромагнитное поле. Слабость поля проявляется в его линейности, сильное поле подчиняется нелинейным уравнениям. Введение мнимого заряда позволяет единым образом описывать электромагнитное и гравитационное поле, т.к. формула для взаимодействия одинаковых зарядов и масс будет иметь одинаковый вид. Кроме того, мнимый заряд позволяет одновременно описывать электромагнитное и гравитационное поле.

Рассмотрим тензор с индексами, изменяющимися от 0 до 3 у соленоидальной части потенциала $\operatorname{Im} F_{lk} = \frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}$ образует мнимую часть потенциала, а градиентная часть с индексами, изменяющимися от 0 до 3 $\operatorname{Re} F_{lk} = \frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$, образует действительную часть потенциала. Дифференцируя уравнение (2.1) по величине x^l и комплексно сопряженное уравнение по величине x^l и меняя индексы в комплексно сопряженном уравнении, и вычитая и складывая эти уравнения, получим

$$\Delta\left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}\right) - \frac{\partial^2 \left(\frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l}\right)}{c^2 \partial t^2} = 4\pi\left(\operatorname{Im}\frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} - \operatorname{Im}\frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}\right),$$

$$\Delta\left(\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}\right) - \frac{\partial^2 \left(\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}\right)}{c^2 \partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^l \partial x^k}\left(\Delta \chi - \frac{\partial^2 \chi}{c^2 \partial t^2}\right) = \qquad (2.1)$$

$$= 4\pi\left[\operatorname{Re}\frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} + \operatorname{Re}\frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}\right] =$$

$$= 4\pi m\sqrt{\gamma}\left(\frac{\partial u n_l \prod_{m=1}^{3} \delta(x_m - x_{m0})}{\partial x^k} + \frac{\partial u n_k \prod_{m=1}^{3} \delta(x_m - x_{m0})}{\partial x^l}\right)$$

Имеем, что матрица $\operatorname{Im}\frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} - \operatorname{Im}\frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}$ анти эрмитова, т.е. собственные числа мнимые, а матрица $\operatorname{Re}\frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} + \operatorname{Re}\frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}$ эрмитова, т.е. собственные числа действительны.

Внутри соленоида суммирование величин $\frac{\partial u_2}{\partial x^1} - \frac{\partial u_1}{\partial x^2} = \frac{\partial e_{213}(x_1\omega_3 - x_3\omega_1)}{\partial x^1} - \frac{\partial e_{123}(x_2\omega_3 - x_3\omega_1)}{\partial x^2} = -2\omega_3$ определяет угловую скорость вращения частиц в обмотках соленоида. Если начало отсчета находится вне соленоида, величина x_1 в знаменателе меняет свой знак, а в числителе остается величина x_1, так как просто произошла добавка к величине x_1 константы, поэтому получается, что ротор для точек вне соленоида равен нулю. Процесс рассматривается при неизменном значении

x_3. Величина $\frac{\partial u_2}{\partial x^1}+\frac{\partial u_1}{\partial x^2}$ для точек внутри соленоида (начало координат внутри соленоида) равна нулю, а вне соленоида (начало координат вне соленоида) равна $-2\omega_3$.

Так как гравитационное поле A_l определяется действительной правой частью и является действительным, значит, гравитационному полю $\operatorname{Re} F_{lk}=\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k}+\frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}=\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$ соответствует эрмитова, градиентная часть поля и внешнего воздействия. У гравитационного поля не имеется дипольного момента, а имеется только тензор квадрупольного момента D^{lk} определяемый из релятивистской формулы см. [2], §99. Для величины χ имеем уравнение в частных производных см. (2.1)

$$\Delta\frac{\partial^2\chi}{\partial x^l \partial x^k}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \frac{\partial^2\chi}{\partial x^l\partial x^k}}{\partial t^2}=4\pi m\sqrt{\gamma}(\frac{\partial n_l u\prod_{m=1}^{3}\delta(x_m-x_{m0})}{\partial x^k}+\frac{\partial n_k u\prod_{m=1}^{3}\delta(x_m-x_{m0})}{\partial x^l}$$

Получим с точностью до ротора вектора у пространственной части

$$\Delta\partial_l\chi-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\partial_l\chi}{\partial t^2}=4\pi m\sqrt{\gamma}n_l u\prod_{l=1}^{3}\delta(x_l-x_{l0}) \qquad (2.2)$$

Но этот ротор равен нулю из-за значения магнитного поля $\mathbf{H}=rot\mathbf{A}$, причем если величина $rot\mathbf{C}\neq 0$, то получается произвольная функция напряженности магнитного поля $\mathbf{H}=rotrot\mathbf{C}\neq 0$.

Это уравнение имеет решение

$$\frac{\partial\chi}{\partial x^l}=-\frac{m\sqrt{\gamma}n_l u[1-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{Rc}]}{R-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{c}}=-\frac{m\sqrt{\gamma}n_l u}{R}+A_l=-\frac{m\sqrt{\gamma}n_l u}{R}+\frac{c}{e}\hbar k_l.$$

При этом величина A_l, равная калибровочной части потенциала, определяется волновым числом, или частотой и является константой. Она соответствует энергии и импульсу фотона. Она образуется при скачкообразном изменении постоянной интегрирования, и распространяется по пространству как константа, определяемая частотой или волновым числом. Или разностью энергий состояния, в случае электрона в атоме. Потенциал в формуле $-\frac{m\sqrt{\gamma}n_l u}{R}$ при радиусе, стремящемся к бесконечности, стремится к нулю.

Изменение частоты энергии и волнового числа импульса фотона соответствует закону сохранения энергии и импульса при столкновениях фотонов с частицами. При столкновениях изменение частоты и волнового числа возможно, так как каждое столкновение приводит к сингулярности, даже если о непосредственном контакте говорить не приходится.

Масса в этой формуле равна образующего поле частице - массе электрона согласно формуле (2.1). Числитель и знаменатель сокращаются на величину $1-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{cR}$. Если числитель дроби оставить константой, не зависящей от члена $1-\frac{(\mathbf{V},\mathbf{R})}{cR}$, то в результате дальнейшего вычисления получится не симметричное выражение $n_k(n_l - V_l / c)$, а значение второй производной от потенциала должно быть симметрично. Действительная величина χ должна иметь размерность заряда, а вторая производная от этой величины должна иметь размерность напряженности электромагнитного поля, согласно формулы (2.1) действительная часть поля должна быть пропорциональна массе тела, в размерности заряда.

Тензор гравитационного поля равен

$$\operatorname{Re} F_{lk} = \chi_{lk} = -\frac{\partial}{\partial x^k}\frac{m\sqrt{\gamma}un_l}{R} - \frac{\partial}{\partial x^l}\frac{m\sqrt{\gamma}un_k}{R}.$$

Напряженность поля определяется по формуле (2.3)

$$\begin{gathered}\operatorname{Re} F_{lk} = -\frac{\partial}{\partial x^k}(\frac{m\sqrt{\gamma}n_l u}{R}) - \frac{\partial}{\partial x^l}\frac{m\sqrt{\gamma}un_k}{R} = \\ = -\frac{m\sqrt{\gamma}}{R}\frac{(n_l x_k + n_k x_l)u}{R^2} - \frac{m\sqrt{\gamma}}{R}(\frac{\partial un_l}{\partial x^k} + \frac{\partial un_k}{\partial x^l})\end{gathered} \quad . (2.3)$$

Величина n_k - это орт в направлении соответствующей градиенту $\frac{\partial}{\partial x^k}$.

Получается статическое поле для гравитационной величины, убывающее как $1/R^2$, при этом плотность энергии убывает как величина $1/R^4$. Можно измерить только изменение массы системы $m(t)$, фиксируемое наземными приборами, что и было определенно в эксперименте LIGO.

Получается, что калибровочная часть электромагнитного поля определяется массой частицы и не является произвольной. Просто в случае элементарных частиц масса на много меньше заряда, и массой пренебрегаем, считая калибровочную часть поля произвольной с точностью $m\sqrt{\gamma}/e$.

Вид уравнений Максвелла не изменяется, только напряженности электромагнитного поля и токи становятся комплексными. Действительная часть напряженности соответствует гравитационному полю, а мнимая часть напряженности электромагнитному полю. Значит и формула для плотности энергии не изменяется.

Собственные значения матрицы iF_{ik} действительны, так как матрица F_{ik} анти эрмитова. Но так как действительные уравнения Максвелла не меняются, только напряженности и токи становятся комплексными, в эту плотность энергии надо включить плотность градиентных частей электромагнитного поля, и тогда плотность энергии будет полной.

$$\sum_{i,k=0}^{3} (F_{ik})^2/16\pi = \sum_{k,\alpha=0}^{3} g_{k\alpha}^{-1}(\lambda_\alpha)^2 g_{\alpha k}/16\pi = \sum_{\alpha=0}^{3} (\lambda_\alpha)^2/16\pi$$

Если расписать эту формулу в собственных значениях, то собственные значения эрмитовой матрицы F_{ik} действительны, и, следовательно, плотность энергии положительна, в отличии от собственных чисел матрицы плотности энергии $F_{ik}F^{kn}$ у действительного тензора F_{ik}, которые отрицательны, как собственные числа произведения двух антисимметричных матриц. Антисимметричная матрица имеет мнимые собственные числа.

В случае электродинамики справедливо определение комплексной энергии системы как квадрата комплексного числа, а не как квадрат модуля. В самом деле, имеем

$$\mathrm{div}[\mathbf{E},\mathbf{H}] = \mathbf{H}\mathrm{rot}\mathbf{E} - \mathbf{E}\mathrm{rot}\mathbf{H} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mu \mathbf{H}^2}{2}\right) - \sigma \mathbf{E}^2 - \mathbf{jE}. \qquad (2.4)$$

Имеем соотношение (2.5) см. [3], стр.14, так как у комплексно сопряженной системы меняется направление времени

$$\mathrm{div}[\mathbf{E},\mathbf{H}^*] = \mathbf{H}^*\mathrm{rot}\mathbf{E} - \mathbf{E}\mathrm{rot}\mathbf{H}^* = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mu \mathbf{H}\mathbf{H}^*}{2} - \frac{\varepsilon \mathbf{E}\mathbf{E}^*}{2}\right) - \frac{\sigma \mathbf{E}\mathbf{E}^*}{2} - \frac{\mathbf{j}^*\mathbf{E}}{2}. \qquad (2.5)$$

Комбинацию $\frac{\varepsilon \mathbf{E}\mathbf{E}^*}{2} + \frac{\mu \mathbf{H}\mathbf{H}^*}{2}$ невозможно получить с произведением напряженности на комплексно сопряженную напряженность. Значит, для напряженности справедлива формула (2.4), а не сумма квадратов модулей, умноженных на диэлектрическую и магнитную проницаемость.

Уравнение сохранения энергии запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \sum_{i,k=0}^{3} (F_{ik})^2 dV/16\pi + E_{kin} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \sum_{k,\alpha=0}^{3} g_{k\alpha}^{-1}(\lambda_\alpha)^2 g_{\alpha k} dV/16\pi + E_{kin} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}\int_V \sum_{\alpha=0}^{3} (\lambda_\alpha)^2 dV/16\pi + E_{kin} = -\oint_S \frac{cg^{kl}}{4\pi} F_{l0}^{as} F_{ik}^{as} dS^i.$$

Но в этой формуле все собственные числа λ_α эрмитовой матрицы F_{ik} действительны и, следовательно, плотность энергии электромагнитного поля для макросистем положительна.

Действие электромагнитного поля равно

$$S_f = \frac{1}{16\pi c}\int F_{ik}F^{ik} d\Omega, d\Omega = cdtdxdydz$$

$$S_f = \frac{1}{16\pi}\int \left(-2E^2 + \sum_{p,q=0}^{3} |\chi_{pq}^2| + 2H^2\right) dVdt.$$

Действие для поля вместе с находящимися там зарядами равно

$$S = -\sum \int mcds - \sum \frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{c}\int A_k dx^k + \frac{1}{16\pi c}\int F_{ik}F^{ik} d\Omega$$

Тензор $F_{lk}=\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k}+\frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}+i(\frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k}-\frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l})$ можно представить, как эрмитову часть тензора электромагнитного поля. Вектор A_l можно представить, как скорость колебания по четырем осям и как скорость вращение в четырехмерном пространстве плюс как поступательную скорость движения. Докажем это. Рассмотрим решение дифференциального уравнения

$$\frac{dx_l}{dt}=A_l(x_0,...,x_3), l=0,...,3 \tag{2.6}$$

Где величина $A_l(x_0,...,x_3)$ играет роль четырехмерной скорости потока. Как доказано в трехмерном случае в действительном пространстве в случае наличия потенциала скорости в односвязной области, траектория тел в фазовом пространстве не имеет замкнутых циклов см. [4]. Доказательство в четырехмерном случае аналогично. Условие наличия потенциала - действительность тензора электромагнитного поля F_{ik}. Далее доказывается свойство решения этого дифференциального уравнения

$$y+b=x+\tau A+(1+\tau A_l')a\,, \tag{2.7}$$

где a,b бесконечно малые четырехмерные векторы, а A_l' матрица Якоби. Далее идет отличие в четырехмерном комплексном пространстве. Разбиваем матрицу Якоби на эрмитову F_{ik} и анти эрмитову часть Φ_{ik}

$$\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k}+i\frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k}=[\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k}+\frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}+i(\frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k}-\frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l})]/2+$$
$$+[\frac{\partial \operatorname{Re} A_l}{\partial x^k}-\frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^l}+i(\frac{\partial \operatorname{Im} A_l}{\partial x^k}+\frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^l})]/2=F_{ik}+\Phi_{ik}.$$

Тогда решение (2.7) можно записать с точностью до членов второго порядка малости

$$b_i=[\delta_{ik}+\tau(F_{ik}+\Phi_{ik})]a_k=(\delta_{im}+\tau F_{im})(\delta_{mk}+\tau\Phi_{mk})a_k\,.$$

Матрица $\delta_{im}+\tau F_{im}$ эрмитова и ее собственные значения действительны, т.е. происходит растяжение-сжатие по четырем взаимно перпендикулярным осям с изменением объема. Матрица Φ_{mk} анти эрмитова и ее собственные значения мнимые, реализуется бесконечно малый поворот на четыре угла с сохранением объема. Объем сохраняется, так как поправка к единичному собственному числу у малой анти эрмитовой матрицы Φ_{ik} плюс единичная матрица имеет второй порядок малости $\sqrt{1+\tau^2 K} = 1+\tau^2 K/2$, а у малой эрмитовой матрицы плюс единичная матрица первый порядок малости.

Скорость (2.6) описывает частицы вакуума, которые двигаясь с поступательной скоростью $A_l, l = 0,...,3$ непрерывно растягиваются и сжимаются, т.е. колеблются, плюс участвуют во вращении вокруг четырех мгновенных осей.

Имеем для импульса поля имеем формулу $p_\mu = \hbar k_\mu, \mu = 0,...,3$, $p_0 = \frac{E}{c} = -\frac{e\varphi}{c} = \hbar\omega$, $p_l = \frac{eA_l}{c} = \hbar k_l$, где величины потенциалов $-\varphi, A_l$ определяются как калибровочные члены потенциалов. Эти величины действительны и определяют квантовые свойства частиц. Причем при малых длинах волн, когда их значение сравнивается с основным решением уравнения Максвелла, волновым решением. Это волновое решение является мнимым, и определяется мнимым зарядом. Действительная часть комплексной напряженности поля означает среднее решение, а мнимая часть его среднеквадратичное отклонение. При этом действительная часть описывает поступательно двигающуюся частицу, а мнимая часть вращающуюся часть, или колеблющуюся часть. Действительная часть описывает материю, а мнимая часть поле.

Калибровочные потенциалы определяются массой электрона, не даром решение для атома водорода описывается формулой $E_n = -\frac{m_e m_p c^2}{2\cdot 137^2 n^2 (m_e + m_p)}$, а у многоэлектронных атомов появляется зависимость от массового числа, т.е. от числа протонов и нейтронов.

Справедлива приближенная формула для главного квантового числа $n = 1 + 10(A/Z - 2 - \alpha/Z)$, т.е. зная количество протонов и нейтронов можно определить главное квантовое число см. формулу (3).

При этом атомный вес определяется по приближенной формуле

$$A = (2 + \frac{n-1}{10})Z + \alpha, \alpha \cong \begin{cases} 0, n = 2,6 \\ 2, n = 3 \\ 3, n = 4,5,6,7 \end{cases}, \qquad (3)$$

где величина n главное квантовое число, т.е. имеем приближенно число протонов равно числу нейтронов плюс добавка, зависящая от главного квантового числа. Получается, что главное квантовое число при большом заряде ядра зависит от числа нейтронов. Масса ядра определяет энергию электронов. Точно считаемая энергия атома водорода содержит один нуклон, и считается по формуле, аналогичной электрической энергии электрона, остальные атомы содержат много нуклонов и появляется зависимость от числа нейтронов.

Надо заметить, что волновой потенциал зависит от интенсивности поля, а квантовый от его частоты или волнового числа. Используя поле с малой интенсивностью, но большой частотой, можно получить корпускулярные свойства света. При малой частоте, но большой интенсивности проявляются волновые свойства.

Дискретные уровни энергии атома определяются массой электрона и квантовыми числами

$$\frac{\varepsilon}{m_e c^2} = [1 + \frac{(Z\alpha)^2}{(\sqrt{\chi^2 - (Z\alpha)^2} + n_r)^2}]^{-1/2}, \alpha = \frac{1}{137}.$$

Причем в окончательных формулах для энергии водородоподобных атомов заряд электрона сократился, а масса электрона осталась.

Для атома водорода потенциал равен $\varphi = -\frac{Ze^2}{r} = -\frac{Z\hbar c}{137 r}$, причем в случае многоэлектронных атомов, в ядре имеются протоны и нейтроны, и их потенциал сложен. Эта формула определяет потенциал ядра с одним протоном. В случае нескольких протонов и нейтронов потенциал ядра будет другой. По какому пути необходимо идти, по пути учета экранировки электронов, или по пути учета потенциала ядра, по мере увеличения числа протонов и нейтронов. Эмпирическая экранировка дает приблизительные результаты, с разными константами в формулах даже для водородоподобных атомов. Необходимо попробовать вычислять потенциал ядра с большим количеством протонов и нейтронов, может быть получится общая формула.

Формула для эффективной массы допускает аппроксимацию с точность 10% без аппроксимации инертных газов.

$$Z_{eff} = 1.26 + 0.75(n-2) - 0.2(n-2)^2 + 0.08292(A - A_{Li}), Z \in [3,9], n = 2$$

$$\begin{gathered} Z_{eff} = 1.84 + 0.08646(A - A_{Na}) = 1.26 + 0.75(n-2) - 0.2(n-2)^2 + \\ + 0.08646(A - A_{Na}), Z \in [11,17], n = 3 \\ Z_{eff} = 2.09 + 0.03333(A - A_K) = 1.26 + [0.75(n-2) - 0.2(n-2)^2 + \\ + 0.099(A - A_K)]/3, Z \in [19,35], n = 4 \end{gathered}.$$

Где A, n первая переменная определяет атомный вес элемента, а вторая величина его главное квантовое число. При условии $n > 4$ нужна другая интерполяционная формула для зависимости от главного квантового числа. Аппроксимация основана на исходных данных для эффективного заряда

системы.

Таблица 19.2. Истинные и эффективные заряды ядер атомов некоторых элементов

Элементы	$Z_{ист}$	$Z^*_{эфф}$	Элементы	$Z_{ист}$	$Z^*_{эфф}$	Элементы	$Z_{ист}$	$Z^*_{эфф}$
H	1	1	Si	14	2,32	Fe	26	2,82
Li	3	1,26	P	15	2,64	Co	27	2,81
Be	4	1,66	S	16	2,62	Ni	28	2,77
B	5	1,56	Cl	17	2,93	Cu	29	2,79
C	6	1,82	K	19	2,09	Zi	30	3,08
N	7	2,07	Ca	20	2,48	Ga	31	2,46
O	8	2,00	Sc	21	2,57	Ge	32	2,82
F	9	2,26	Ti	22	2,62	As	33	3,14
Na	11	1,84	V	23	2,61	Se	34	3,13
Mg	12	2,25	Cr	24	2,61	Br	35	3,45
Al	13	1,99	Mn	25	2,74	Rb	37	2,22

Выводы

Потенциал атома определяется калибровочными значениями потенциала и зависит от количества нуклонов в ядре. Причем определяющим понятием в вычислении энергии атома является масса электрона, а не его заряд, который в окончательных формулах сокращается. Причем эффективный заряд определяется не экранировкой электронов, а взаимодействием нуклонов в ядре, в частности их атомным весом.

Список литературы

1. *Рубаков В.А.* Классические калибровочные поля. Бозонные теории. М., КомКнига, 2005, -296с.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973,564с.
3. *Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин* Возбуждение электромагнитных волн М.: «Энергия», 1967, 376с.
4. *Федорюк М.В.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1985г., 448 стр.