Новый физический смысл уравнений ОТО

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Псевдотензор энергии-импульса в ОТО не является инвариантной величиной и поэтому не может рассматриваться как точная величина, описывающая гравитационное и электромагнитное поле. Предлагается другой вид тензора гравитационного и электромагнитного поля, основанный на физическом смысле уравнений ОТО с помощью частиц вакуума. Свойства частиц вакуума см. [3]. Это частицы вакуума описывают электромагнитное и гравитационное поля и определяют тензор энергии-импульса электромагнитного и гравитационного поля. Вне тела правая часть уравнения ОТО равна нулю, но в свободном пространстве имеются частицы вакуума, тензор энергии-импульса которых вычислен в предлагаемой статье. Внутри тела тензор энергии-импульса материи, образованный из усреднения частиц вакуума, имеет большую плотность, и описывается обычным тензором энергии импульса материи. При этом левая часть уравнения ОТО описывает тензор энергии-импульса гравитационного и электромагнитного поля.

Физический смысл уравнения ОТО

Решение уравнения ОТО и уравнений движения для дискретных тел, определяет метрический тензор, описывающий гравитационное и электромагнитное поле см. [1]. Причем метрический тензор получен при усреднении комплексной скорости частиц вакуума. Значение метрического тензора связано с решением уравнения Клейна-Гордона. Из значения метрического интервала получено уравнение Клейна-Гордона, причем оно содержит метрический тензор, выраженный через волновую функцию. Причем метрический тензор ОТО получен из свойств частиц вакуума, с учетом квантового эффекта.

Допустим метрический тензор ОТО связан с волновой функцией соотношением

$$g_{lk} = g_{lkg} - \lambda\!\!\!^{-2} \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q} \qquad (1)$$

Величина постоянной комптоновской длины волны определяется по формуле $\frac{\hbar^2}{m^2 c^2} = \lambda\!\!\!^{-2}$.

Величина γ - это гравитационная постоянная, величина $\hbar$ это постоянная Планка, постоянная c это скорость света. Тогда уравнение (1) запишется в виде

$$g_{lkq} = g_{lk} - g_{lkg} = -\lambda\!\!\!^{-2} \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q} \qquad (1a)$$

Где величина g_{lk} это метрический тензор тела, состоящий из непрерывного решения g_{lkg}, решение уравнения ОТО, и независимой квантовой части метрического тензора g_{lkq}, ψ_q волновая функция, описывающая тело. При этом гравитационный член и квантовый нужно рассматривать независимым образом, так как они имеют отличную структуру. Одно описывает детерминированный процесс, а другое вероятностный процесс.

$$ds_q^2 = ds^2 - ds_g^2 = g_{lkq} dx^l dx^k = -\lambda\!\!\!^{-2} \frac{\partial_l \partial_k \psi_q}{\psi_q} dx^l dx^k = -\lambda\!\!\!^{-2} \frac{d\partial_k \psi_q}{\psi_q} dx^k = $$
$$= -\lambda\!\!\!^{-2} \frac{\partial^s \partial_k \psi_q}{\psi_q} dx_s dx^k = dx_k dx^k ; ds_g^2 = g_{lkg} dx^l dx^k .$$

Откуда имеем $-\lambda\!\!\!^{-2} \partial^s \partial_k \psi_q \delta_s^k = \psi_q$,

$$-\lambda\!\!\!^{-2} \partial^k \partial_k \psi_q = \psi_q \qquad (2)$$

Причем первоначально вспомогательную волновую функцию ψ_q определяем в пространстве Минковского.

Величина метрического интервала всей системы равна $ds^2 = ds_g^2 + ds_q^2 = (g_{lkg} + g_{lkq})dx^l dx^k$. Определитель системы g считается с участием гравитационного и квантового метрического тензора, как интегральная характеристика двух разных процессов. Причем координаты у гравитационного поля и квантовой системы общие, а скорости, за счет гравитационного и квантового взаимодействия, разные $u_g^k = \frac{dx^k}{ds_g}$, $u_q^k = \frac{dx^k}{ds_q}$, кроме того, вводится величина скорости $u^k = \frac{dx^k}{ds}$, по суммарному метрическому тензору. Метрический интервал гравитационного и квантового поля определяется по формуле $s_g = \int_0^t \sqrt{g_{lkg} \frac{dx_l}{dt} \frac{dx_k}{dt}} dt$, $s_q = \int_0^t \sqrt{g_{lkq} \frac{dx_l}{dt} \frac{dx_k}{dt}} dt$, причем имеем суммарный метрический интервал $s = \int_0^t \sqrt{(g_{lkg} + g_{lkq}) \frac{dx_l}{dt} \frac{dx_k}{dt}} dt$, где метрические тензора определяются с помощью уравнений ОТО и уравнения Клейна - Гордона.

Используя локальное решение квантовой части уравнения ОТО $\psi_q = \exp[iu_{lq}(x_0^0,...,x_0^3)(x^l - x_0^l)/ƛ] + O(x^l - x_0^l)^3$, где u_{lq} локальная, квантовая, четырехмерная скорость, получим локальное значение метрического тензора

$$g_{lk} = g_{lkg}(x_0^0,...,x_0^3) + u_{lq}(x_0^0,...,x_0^3)u_{kq}(x_0^0,...,x_0^3) + O(x^l - x_0^l)$$

Отсюда можно сделать вывод, что квантовые эффекты проявляются при релятивистских скоростях, когда величина скорости u_{lq} велика.

Но в случае отсутствия гравитационного поля, для одного пробного тела с малой массой, локальное решение превращается в точное решение. В случае отсутствия гравитационного поля скорость постоянна и волновая функция точно равна $\psi_q = \exp(iu_{lq}\Delta x^l / ƛ)$, причем гравитационного поля нет $g_{lkg} = g_{lkg0}$, метрический тензор равен

$$g_{lk} = g_{lkg0} + u_{lq}u_{kq}. \qquad (3)$$

Члены метрического тензора $g_{uvg}, -\lambdabar^2 \dfrac{\partial_u \partial_v \psi_q}{\psi_q}$ назовем соответственно гравитационным и квантовым. При этом g_{pqg0} метрический член пространства Минковского.

При этом при записи уравнения (2) надо использовать значение метрического тензора из (1a), даже в декартовой системе координат см. [5]§86, поэтому возникла ковариантная производная.

$$D^k D_k \psi = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^l} \sqrt{-g} (g^{lk} \frac{\partial \psi}{\partial x^k}).$$

Перепишем эту формулу по-другому в виде уравнения Клейна-Гордона

$$-\lambdabar^2 D^k D_k \psi = -\lambdabar^2 \psi_{;k}^{;k} = \frac{-\lambdabar^2}{\sqrt{-\left| g_{uvg} - \lambdabar^2 \frac{\partial_u \partial_v \psi_q}{\psi_q} \right|}} \frac{\partial}{\partial x^l} [\sqrt{-\left| g_{uvg} - \lambdabar^2 \frac{\partial_u \partial_v \psi_q}{\psi_q} \right|} \times$$

$$\times (g_{lkg} - \lambdabar^2 \frac{\partial^l \partial^k \psi_q}{\psi_q}) \frac{\partial \psi}{\partial x^k}] = \psi$$

При вычислении метрического тензора используется сумма гравитационного и квантового метрический тензор g_{uvg}, g_{uvq}. При этом величина ψ_q имеет смысл потенциала, описывающего изменение метрического тензора. В формуле используются разные метрические тензоры, гравитационный и квантовый, их объединяет общая система координат.

В случае отсутствия гравитационного члена, скорость частиц постоянна и волновая функция равна $\psi_q = \exp(i u_{lq} \Delta x^l / \lambdabar)$. Где величина g_{lkg0}, это метрический тензор пространства Минковского, причем $g_{lk} \dfrac{dx^l}{ds} \dfrac{dx^k}{ds} = g_{lk} u^l u^k = (g_{lkg0} + u_{lq} u_{qk}) u^l u^k = 1$. Причем для суммарного метрического тензора используется скорость с метрическим интервалом гравитационного и квантового поля $\psi = \exp(i u_l \Delta x^l / \lambdabar)$.

$$-ƛ^2 D^k D_k\psi = \frac{-ƛ^2}{\sqrt{-\left|g_{uvg0}+u_{uq}u_{vq}\right|}}\times$$
$$\times\frac{\partial}{\partial x^l}(\sqrt{-\left|g_{uvg0}+u_{uq}u_{vq}\right|}(g^{lk}_{g0}+u^{lq}u^{kq})\frac{\partial\psi}{\partial x^k}) = (g^{lk}_{g0}+u^{lq}u^{kq})u_l u_k\psi = \psi \quad .(4)$$

Т.е. получено решение в отсутствии гравитационного поля.

При этом в результате получится метрический тензор, равный $g_{lkq} = -ƛ^2\frac{D_l D_k\psi}{\psi}$, где ковариантной производной D_l соответствует суммарный метрический тензор $g_{lk} = g_{lkg} - ƛ^2\partial_l\partial_k\psi_q/\psi_q$.

В самом деле

$$-ƛ^2\frac{D_l D_k\psi}{\psi}dx^l dx^k = -ƛ^2\frac{D^s D_k\psi}{\psi}dx_s dx^k = dx_k dx^k$$

откуда имеем $-ƛ^2\frac{D^s D_k\psi}{\psi}\delta^k_s = 1$, т.е. релятивистское уравнение Клейна-Гордона $-ƛ^2 D^k D_k\psi = \psi$. Причем метрический тензор этого уравнения равен $g_{lk} = g_{lkg} - ƛ^2\frac{\partial_l\partial_k\psi_q}{\psi_q}$. Методом итераций надо добиваться, чтобы в уравнения Клейна-Гордона входило определение метрического тензора $-ƛ^2\frac{D_l D_k\psi}{\psi}$.

Для гравитационного поля получится метрический тензор

$$g_{lk0} = g_{lkg} - ƛ^2\frac{\partial_l\partial_k\psi_q}{\psi_q} = g_{lk} + ƛ^2\frac{p_l\,p_k}{\hbar^2} = \begin{cases} g_{00} + ƛ^2\dfrac{E^2}{\hbar^2 c^2}, l = k = 0 \\ g_{l0} - ƛ^2\dfrac{Ep_l}{\hbar^2 c}, l = 1,...,3, k = 0 \\ g_{lk} + ƛ^2\dfrac{p_l p_k}{\hbar^2}, l,k = 1,...,3 \end{cases}.$$

и метрический интервал для свободного пространства равен

$$ds^2 = g_{lk}dx^l dx^k + d(\frac{E}{mc}t - \frac{p_l x^l}{mc})^2/2,$$

Т.е. собственное время изменилось на величину

$$cd\tau = cdt\sqrt{g_{00} + (\frac{E}{mc^2} - \sum_{l=1}^{3} \frac{p_l\beta_l}{m\sqrt{1-\beta^2}})^2/2} = cdt\sqrt{1 - \frac{2\gamma m}{c^2 r} + (1-\beta^2)/2}\,.$$

Для микрочастиц эта поправка к изменению темпа времени мала, для макротел значительна, причем при испарении массы черной дыры поправка мала, но до испарения существенна. У массивных тел время течет быстрее, чем у тел с малой массой. Дело в том, что время t соответствует наличию гравитации, а время τ ее отсутствию. При этом время τ соответствует времени на бесконечности радиуса, т.е. не изменяется. А время t в поле гравитации ускоряется.

Чтобы тело массы m притягивало частицу со скоростью $V = \omega r$, при постоянном значении собственного времени частицы (т.е. при остановившемся собственном времени частицы), частица должна находиться на расстоянии $r = \dfrac{r_g}{1 + (1 - k^2 r^2)/2}$. Задавая этот радиус можно определить частоты вращения частицы с постоянным значением собственного времени. Эта частота определится из уравнения $1 - 2(r_g - r)/r = k^2 r^2$.

При этом частота вращения частиц с постоянным значением собственного времени в черной дыре определится из уравнения

$$\omega = \frac{c}{r}\sqrt{1 - \frac{2(r_g - r)}{r}} \qquad (5)$$

При этом частота вращения и скорость вращения не нулевая. Причем угловая скорость и скорость вращения связаны соотношением $\dfrac{V}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} = \omega \cdot r$. Уравнение (5) можно записать в виде

$$(\frac{\omega}{c})^2 r^3 - 3r + 2r_g = 0. \qquad (6)$$

Откуда имеем минимальный радиус

$$r = r_g[\frac{2}{3} - (\frac{\omega}{c})^2 4r_g^2/9]. \qquad (7)$$

В случае массивной черной дыры, максимальный ее радиус немного меньше $c/\omega = r_g$. Т.е. скорость углового вращения черной дыры равна $\omega = c/r_g$ при величине $\beta = \frac{\omega r}{c} = \sqrt{1 - \frac{2(r_g - r)}{r}} = \sqrt{3 - \frac{2r_g}{r}}$. Имеем четырехмерную скорость черной дыры $\beta = \sqrt{3}$.

Трехмерная скорость черной дыры равна $\frac{V}{c} = \frac{\beta}{\sqrt{1+\beta^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.86$.

Согласно исследователям Гвидо Ризолити (Guido Risaliti) и его коллегам из Гарвард-Смитсоновского центра астрофизики (Cfa) определили, что скорость вращения поверхности черной дыры составляет $0.8c$, где c скорость света см. [2].

Скорость частиц вакуума образует тензор ОТО с учетом квантовых эффектов. О свойствах частиц вакуума и комплексного пространства можно прочесть в [3]. Общая теория относительности построена для макротел, являющихся совокупностью частиц вакуума, и они вращаются с мнимой скоростью и поступательно движутся с действительной скоростью. Определим квадрат комплексной координаты материальных частиц, из которых состоит вакуум, двигающихся с поступательной скоростью $V_{s\alpha}, s = 1,...,3, \alpha$ номер частицы. При этом частицы вакуума будут вращаться с переменной мнимой скоростью $iw_{s\alpha}(t, x_1, .., x_3)$. Считаем, что скорости частиц вакуума равномерно распределены в малом объеме, причем скорость вращения равна $w_{s\alpha} = w_{s\alpha}(t, x_1, ..., x_3)$ и имеется скорость поступательного движения $V_{s\beta} = V_{s\beta}(t)$, поступательное движение малого объема прямолинейно и зависит только от времени

$$ds^2 = \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}(id\Delta w_{s\alpha} + d\Delta V_{s\beta})^2 t_q^2/(2N) =$$

$$= \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}(i\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k}dx^k + i\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial t}dt + \frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt}dt)^2 t_q^2/(2N) =$$

$$= -\sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^l}t_q^2/(2N)dx^k dx^l +$$

$$+\sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}[2\frac{\partial i\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt} - 2\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial t}]dx^k dt\cdot t_q^2/(2N) +$$

$$+\sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}[(\frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt})^2 + 2\frac{\partial i\Delta w_{s\alpha}}{\partial t}\frac{d\Delta V_{s\beta}}{dt} - (\frac{\partial\Delta w_{s\alpha}}{\partial t})^2]dt^2 t_q^2/(2N) = \quad (8)$$

$$= -\sum_{k,l=1}^{3}h_{kl}dx^k dx^k + \sum_{k=1}^{3}h_{k0}dx^k cdt + h_{00}c^2 dt^2$$

Величина c скорость света, равная

$$2c^2\sum_{\beta=-N}^{N}(\frac{1}{\sqrt{1-V_\beta^2/c^2}} - 1)/N = 2c^2\sum_{\beta=-N}^{N}(u_{0\beta}-1)/2N = \sum_{\beta=-N}^{N}V_{rel\beta}^2/2N =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}V_{rel}^2\exp(-V_{rel}^2/2c^2)dV_{rel}/(c\sqrt{2\pi}) = c^2 \quad ,$$

$$V_{rel\beta}^2 = 2c^2(u_{0\beta}-1)\in[0,\infty]; \frac{V_\beta}{c} = \sqrt{1-\frac{1}{(1+\frac{V_{rel\beta}^2}{2c^2})^2}}$$

константа $t_q = \frac{\hbar^2}{m_e e^2 c} = \frac{\hbar^3}{137 m_e e^4}$ это постоянная квантовой механики. Т.е. получаем формулу инвариантного интервала общей теории относительности в системе координат, где средняя локальная скорость частиц вакуума равна нулю.

Величина g_{kl} определена с учетом среднего локального течения, состоящего из четырехмерной скорости (скорость со знаком дельта, это скорость относительно средней, локальной четырехмерной скорости u_k)

$$g_{kl} = \sum_{\alpha=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{\partial x^l} t_q^2 /(2N) + u_k u_l$$

$$g_{k0} = -\sum_{\alpha,\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} \frac{\partial i \Delta w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial \Delta V_{s\beta}}{c \partial t} t_q^2 /(2N) + u_k u_0 \quad , \qquad (9)$$

при этом коэффициент при временной компоненте метрического тензора равен

$$g_{00} = \sum_{\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} (\frac{d \Delta V_{s\beta}}{c dt})^2 t_q^2 /(2N) + u_0^2 - \sum_{\alpha=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} (\frac{\partial \Delta w_{s\alpha}}{c \partial t})^2 t_q^2 /(2N). \quad (10)$$

Где суммируя первые члены (9) и (10), получим наряду с гравитационным членом и квантовый член. При этом члены со средней локальной скоростью опишут совокупность частиц вакуума или скорость тел в локальной системе координат. Этот член с локальной средней скоростью соответствует квантовым эффектам гравитационного поля.

При этом воспользовались соотношением $\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t} = 0$ в силу стационарности вращательного движения.

При этом имеем общую формулу для метрического тензора в случае свободного пространства, используя вместо кинетической энергии системы полную энергию,

$$g_{su} = \frac{i \Delta w_s}{\Delta x_s} \frac{i \Delta w_u}{\Delta x_u} t_q^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [\frac{i \Delta w_s + 2U / mc}{c} + u_s] \exp[-\frac{m_\gamma (\Delta w_s)^2}{m_\gamma c^2}] d\Delta w_s \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} [\frac{i \Delta w_u + 2U / mc}{c} + u_u] \exp[-\frac{m_\gamma (\Delta w_u)^2}{m_\gamma c^2}] d\Delta w_u = g_{su0} - \frac{r_g}{r}(u_s + u_u) + \frac{r_g^2}{r^2} + u_s u_u$$

$$g_{su0} = (1, -1, -1, -1)$$

Эта формула обосновывается полученным метрическим тензором с помощью частиц вакуума с добавкой гравитационного и электромагнитного поля. В вероятности данного состояния входит и энергия частицы, но она равна единице в силу соотношения $\exp(\frac{\gamma m_\gamma^2}{r m_\gamma c^2}) \approx 1$, при малом значении массы частиц вакуума. При учете электромагнитного поля формулы изменятся, так как энергия электромагнитного поля больше. По сравнению с свободным вакуумом - пустым пространством, вводится обоснованное в [3] понятие вакуума - как разреженного газа. Где M, масса частицы, создающей гравитационное поле с гравитационным радиусом $r_g = 2\gamma(M + ie/\sqrt{\gamma})/c^2$, где участвует мнимый заряд. Использование мнимого заряда позволяет описывать по одинаковым формулам гравитационное и электромагнитное поле см. [1]. При этом радиус в этих формулах равен $r = \sqrt{R^2 + r_g^2 u_R^2}, R^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$. Имеем замену в пред экспоненциальном множителе $i\Delta w_0 = \Delta V_s$.

Подстановка этих значений метрического тензора в уравнение ОТО определяет тензор энергии-импульса частиц вакуума T_{ik}^{pv} в случае свободного пространства, где имеем

$$G_{ik} = (R_{ik} - Rg_{ik}/2)\frac{c^4}{8\pi\gamma} = T_{ik}^{pv}$$

Тензор энергии-импульса гравитационного и электромагнитного поля равен $-G_{ik}$ и в сумме с тензором энергии-импульса частиц вакуума определяет сохраняющуюся нулевую величину. Тензор энергии-импульса частиц вакуума содержит третью и более высокие степени обратного радиуса, т. е. описывает произведение кулоновского потенциала, диполей и мультиполей, что соответствует физическому смыслу частиц вакуума, состоящему из диполей и мультиполей. При этом порядок потенциала отдельных идеальных частиц вакуума см. [6]

$$\frac{e^2 l_\gamma}{r^2}(\frac{m_e\sqrt{\gamma}}{e})^\alpha = \frac{m_e c^2 r_e l_\gamma}{r^2}(\frac{m_e\sqrt{\gamma}}{e})^{2\alpha} = \frac{r_g}{r^2}\frac{c^4 r_e l_\gamma}{\gamma}(\frac{m_e\sqrt{\gamma}}{e})^{2\alpha},$$

,

$$l_{\gamma\gamma} = \frac{c^4 r_e l_\gamma}{\gamma}(\frac{m_e\sqrt{\gamma}}{e})^{2\alpha} = r_g = 10^{-55} cm, \alpha = 1.89$$

совпал с гравитационным радиусом элементарных частиц $l_{\gamma\gamma} = r_g = \frac{2\gamma m_e}{c^2} = 10^{-55} cm \; l_\gamma = 10^{-41} cm$ см. [3]. Эти соотношения подтверждают теорию вакуума как разреженного газа. Но получены только главные члены метрического тензора, Вакуум состоит из мультиполей, и значит, имеются и следующие члены разложения потенциальной энергии, входящей в значение метрического тензора. Идеальные частицы вакуума ответственные за гравитационное взаимодействие.

Внутри тела частицы вакуума группируются в материальные тела, и нужно использовать тензор энергии импульса элементарных частиц или материальных тел. Тензор G_{ik} с обратным знаком определит тензор энергии и импульса гравитационного и электромагнитного поля.

В формулах (9) и (10) содержится квантовый член, соответствующий средней локальной скорости частиц вакуума, описывающий также скорость пробного тела малой массы. Значит, частицы вакуума правильно описывают квантовое решение уравнений ОТО.

Отмечу, что идея недостаточности уравнения ОТО взята из дискуссии на форуме института имени Лебедева см. [4]. На форуме приводится предварительный набросок статьи по этому поводу. Но решение проблемы, которую предложил Морозов В.Б. никуда не годится. Используется система координат с постоянным трехмерным декартовым ускорением для вывода тензора энергии-импульса. Где можно наблюдать в общем случае в свободном римановом пространстве космоса равноускоренное движение. Причем все это выдается как общее решение ОТО. Далее еще хуже. Без достаточного доказательства приводится утверждение –«Метрика гравитационного поля должна в пределах малого объема совпадать с метрикой однородного поля», что противоречит решению Шварцшильда, полученному для свободного пространства. Не общий случай постоянного ускорения, переносится на общие соотношения для метрики малого объема. Получается точное решение Шварцшильда уравнения ОТО опровергается не общими соотношениями с постоянным ускорением, которые нигде не реализуются. Опровергать решение Шварцшильда можно только внося новые идеи в описание. Но в статье не вносятся новые идеи, решение с постоянным ускорением является решением для свободного пространства с не имеющим физического смысла тензором энергии-импульса.

Литература

1. Якубовский Е.Г. Общая теория гравитационного и электромагнитного поля. «Энциклопедический фонд России», 2015, 17стр. http://russika.ru/sa.php?s=434
2. G. Risaliti, F. A. Harrison, K. K. Madsen, D. J. Walton, S. E. Boggs, F.E.Christensen, W. W. Craig, B. W. Grefenstette, C. J. Hailey, E. Nardini, Daniel Stern & W. W. Zhang A rapidly spinning supermassive black hole at the centre of NGC 1365. *Nature* **494**, 449–451 (28 February 2013) doi:10.1038/nature11938
3. *Якубовский Е.Г.* ЧАСТИЦЫ ВАКУУМА, ОПИСЫВАЮЩИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ПОЛЯ Реферативный журнал «Научное обозрение» 2016, т.2, стр.58-80, http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/2/662.pdf
4. http://forum.lebedev.ru/viewtopic.php?f=26&t=6063&sid=8e24046ec2787dbbcf03d9391a74eee9
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, М.,- «Наука», 1973,564с.
6. Якубовский Е.Г. Частицы вакуума, обладающие свойствами сверхтекучей фазы явления сверхтекучести. «Энциклопедический фонд России», 2016, 4 стр. http://russika.ru/sa.php?s=1213