

Релятивистская формула сложения скоростей со скоростью звука  
вместо скорости света при движении макротел в атмосфере

Якубовский Е.Г.

e-mail [yakubovski@rambler.ru](mailto:yakubovski@rambler.ru)

При распространении звука сохраняется метрический интервал, вычисленный с использованием фазовой скорости звука. Это говорит о том, что для движения макротел справедливо преобразование Лоренца с фазовой скоростью звука, вместо скорости света в вакууме. При этом фазовая скорость разная в разных системах отсчета. Предположим скорости макротел складываются по релятивистским формулам с фазовой скоростью звука. При движении тела во вращающейся атмосфере относительно неподвижной системы отсчета происходит сложение двух скоростей, скорости вращения атмосферы и скорости тела в атмосфере. При этом возможна ситуация при сложении скоростей с помощью преобразования Галилея, что скорость тела против скорости вращения окажется меньше и значит суммируя скорость тела и атмосферы относительно Земли тело движется назад, хотя относительно Земли без суммирования со скоростью атмосферы тело движется вперед. Для тел малой массы такая ситуация возможна. Релятивистские формулы с фазовой скоростью звука уточняют скорость движения воздуха в атмосфере.

Исследуем формулу сложения скоростей и покажем, что при переменной фазовой скорости она близка к формуле сложения скоростей Галилея

$$\frac{u}{c_F} = \frac{u'/c'_F + v/c_F}{1 + u'v/(c'_F c_F)}. \quad (1)$$

Штрихованная система отсчета соответствует движению относительно ветра, или скорости штрихованной системы координат. Скорость  $v$  соответствует скорости штрихованной системы отсчета, или скорости ветра. Фазовые

скорости определяются в штрихованной и двигающейся со скоростью  $v$  системе координат. При равных фазовых скоростях, стремящихся к бесконечности, справедливо правило сложения скоростей Галилея  $u = u' + v$ ,  $v$  скорость штрихованной системы отсчета,  $u'$  скорость тела в штрихованной системе отсчета,  $u$  скорость тела в не штрихованной системе отсчета. При малой скорости системы отсчета, получим малое изменение фазовой скорости, и соотношение  $u = (u' + v)\{1 + O[u'v/(c'_F c_F)]\}$  Галилея. В этой формуле возьмем предельный случай скорости, равной фазовой скорости звука  $u' = c'_F$  тогда имеем  $u = (u' + v)[1 + O(v/c_F)]$  В промежуточном случае получим промежуточный результат, почти совпадающий с формулой сложения Галилея. Проверка формулы (1) осуществлялась при малой скорости системы отсчета, скорости ветра и почти совпала с формулой сложения скоростей Галилея при малых скоростях ветра. Оценим скорость движения тела с правилом сложения скоростей по релятивистским формулам с фазовой скоростью звука.

Имеется вращающаяся система отсчета, относительно которой движется макротело (самолет или ракета), как по направлению вращения, так и против направления вращения, а возможно под углом. Атмосфера относительно не вращающейся Земли вращается в обратную сторону, причем на поверхности Земли скорость вращения воздуха атмосферы равна нулю. С высотой скорость вращения воздуха относительно Земли растет. Чтобы на высоте 9 км скорость вращения воздуха относительно Земли  $34 \text{ км/час}$  при скорости движения самолета относительно воздуха  $716.97 \text{ км/час}$ , и оно создает малое отклонение от скорости макротела. Может создаться ситуация, когда легкое тело будет двигаться с меньшей скоростью. Тогда скорость двигающегося вперед тела относительно Земли с учетом вращения воздуха атмосферы будет двигаться относительно Земли назад.

Покажем, что решение задачи о времени запаздывания самолета Москва-Владивосток, и обратно можно объяснить с помощью преобразования Галилея

и с помощью преобразований Лоренца. Расстояние Москва-Владивосток равно 6416км. Время полета туда и обратно равно 8.666час и 9.25час. Тогда скорости полета равны 740.31км/час и 693.72км/час. Тогда средняя скорость, которую примем за скорость самолета относительно движущегося воздуха равна 716.97км/час. Скорость движения воздуха или системы координат 23.35км/час относительно неподвижной Земли, где с постоянной скоростью относительно воздуха летит самолет, а воздух либо способствует полету, либо направлен в противоположную сторону. Надо сказать, что скорость вращения Земли на экваторе 1697км/час, т.е. Земля вращается быстро, и на высоте 9 км скорость вращения атмосферы почти та же, т.е. скорость вращения воздуха атмосферы относительно Земли 23.35км/час. Получив данные о скорости тел с помощью эксперимента, не будем исследовать время полета, а займемся определением скоростей тел и ветра.

Скорость вращения воздуха относительно неподвижной Земли на высоте 9 км не известна, но как показал расчет по формулам Галилея она равна 23.35км/час при скорости вращения Земли на экваторе 1697км/час. Оказалось, при скоростях 739.51км/час и 693.45км/час и средней скорости 716.96км/час скорость ветра равна 33.3км/час при использовании релятивистских формул. Фазовая скорость считалась по формуле

$$c_F \cong c'_F \sqrt{\left(1 + \frac{2}{1 + v^2/c_F'^2}\right)/3 + \frac{v^2}{u'^2} K^2} = 1290.36 \text{ км/час}; K = 10^{-6} \text{ см. [1] формула}$$

(5.4). Добавку к фазовой скорости звука выведем в дальнейшем. Фазовая скорость звука в неподвижном воздухе на этой высоте, равна  $c'_F = 1290.64 \text{ км/час}$ .

Будем рассчитывать только скорости движения самолета в разных системах координат. Формула сложения скоростей Галилея дает не правильный результат отрицательной скорости. Формула сложения скоростей

Лоренца определяет более точно скорость движения тела. Причем поправка значительна при условии  $\frac{u'}{v} = K$ .

При скорости самолета  $u' = 1 \text{ км/час}$  при скорости вращения воздуха атмосферы  $v = 34 \text{ км/час}$  и по формулам Галилея получается отрицательная скорость. Для реализации данной ситуации надо взять тело малой массы. По формулам Лоренца получается скорость тела  $35 \text{ км/час}$  и  $-33 \text{ км/час}$  с учетом скорости вращения воздуха атмосферы  $34 \text{ км/час}$ . Фазовая скорость на поверхности тела равна в двигающейся системе отсчета  $c_F = 1291 \text{ км/час}$  с учетом скорости вращения атмосферы. Формула для фазовой скорости вдали от поверхности тела  $c_F \cong c'_F$  определена для двигающейся с малой скоростью  $v$  среды. Но формула для фазовой скорости вблизи от тела в потоке получается путем суммирования двух скоростей, скорости вращения воздуха атмосферы плюс скорость движения тела. Эти скорости суммируются не аддитивно. При нулевой скорости ветра, вдали от тела, она определяет фазовую скорость  $c_F \cong c'_F$ . Ветер налетая на неподвижное тело образует бесконечную фазовую скорость вблизи тела. Это происходит из-за того, что ветер налетает на тело, и чем меньше модуль скорости тела, тем добавка к фазовой скорости больше. Объясним, почему добавка к фазовой скорости зависит от модуля скорости тела.

Опишем граничные условия для потока в задаче о фазовой скорости при наличии ветра и наличия двигающегося тела относительно ветра. Ветер имеет постоянную скорость на бесконечности. Но считать задачу надо в системе отсчета, где скорость ветра на бесконечности равна нулю, иначе получится бесконечная кинетическая энергия потока. Т.е. неподвижное относительно бесконечности тело соответствует выделенной системе отсчета, где ветер имеет нулевую скорость на бесконечности. Если тело движется, то добавка к постоянной скорости на бесконечности определится по направлению движения тела, но будет зависеть только от модуля скорости тела. При этом

добавка, пропорциональная скорости тела, будет равняться разности скорости потока минус скорость на бесконечности и добавка к фазовой скорости, как инвариантная величина, будет определяться их модулем. Можно удовлетворить преобразованию Галилея и Лоренца см. [2]. Поэтому добавка к фазовой скорости определяется модулем скорости тела.

Выведем формулу определяющую фазовую скорость жидкости в поверхностном слое тела. Перепад давления, обусловленный вязкими силами в поверхностном слое равен (обозначения переменных неизменно). Рассматриваем параллельные компоненты скорости ветра и тела, перпендикулярная компонента скорости тела преобразуется независимо.

$$\rho \Delta c_F u' = \rho V^2 \pm \mu \frac{\partial V}{\partial n} = \pm \mu v / \Lambda = \pm \rho c'_F v K$$

$$\Delta c_F = \pm \frac{v}{u'} c'_F K$$

Так как скорость жидкости на поверхности тела равна нулю, остается нормальная производная от скорости жидкости.

Правильная формула для силы сопротивления определяется по формуле

$$\rho \Delta c_F u' = \pm 6 \mu v / a = \pm \rho c'_F v \Lambda / a$$

Откуда следует формула

$$\Delta c_F = \pm \frac{v}{u'} c'_F K; K = \Lambda / a$$

Т.е. коэффициент в этой формуле равен отношению длины свободного пробега к размеру тела, что является малой величиной порядка  $K = 10^{-6}$ .

Возводя это равенство в квадрат, чтобы суммировать фазовую скорость, получим приближенную формулу, которая при скорости тела, равной нулю, определяет бесконечную добавку к фазовой скорости тела на поверхности

тела. Добавка к фазовой скорости тела пропорциональна  $v^2 \frac{c'^2_F}{u'^2}$ . Фазовая

скорость равна

$$c_F^2 = c_F'^2 \left(1 + \frac{2}{1 + v^2/c_F'^2}\right) / 3 + v^2 \frac{c_F'^2}{u'^2 + c_F'^2 [r/r_0(\theta, \varphi) - 1]} K^2 \frac{r_0^\alpha(\theta, \varphi)}{r^\alpha}, K \ll 1,$$

где величина  $r_0(\theta, \varphi)$  радиус поверхности тела, причем чем больше и изрезанней тело, тем больше  $K$ . Отличие формулы от формулы сложения скоростей Галилея возникает при условии  $\frac{u'}{v} = K$ . При невыполнении этих

условий появляется малое отличие от скорости сложения при преобразовании Галилея. При скорости тела стремящейся к нулю, имеется совпадение с формулами Галилея. Причем эта формула для фазовой скорости получена, при малой скорости тела и произвольной скорости ветра вблизи от поверхности тела. Вне поверхности тела и при большой скорости тела эта формула не представляет интереса, так как в этом случае поправка мала, но приведено ее приближенное значение. При нулевой скорости ветра она определяет фазовую скорость звука в неподвижной среде вдали от тела. При этом при малой скорости тела  $u'$  суммарная скорость поверхности тела может быть отрицательна  $\frac{u'/c_F' + v/c_F}{1 + u'v/(c_F'c_F)}$  так как величина коэффициента  $K = \Lambda/a \ll 1$ .

Причем оказалось, что приближенная формула для фазовой скорости на поверхности тела в потоке определяет значение, полученное в результате подбора (подбор осуществлялся при условии  $K = 10^{-6}$ )

$$c_F^2 = c_F'^2 \left[ \left(1 + \frac{2}{1 + v^2/c_F'^2}\right) / 3 + \frac{v^2}{u'^2} K^2 \right]$$

где фазовая скорость относительно неподвижного воздуха равна  $c_F' = 1291 \text{ км/час}$  на высоте 9 км.

Более подробное описание преобразования Лоренца см. [1].

Литература

1. Якубовский Е.Г. По поводу преобразований Лоренца. «Энциклопедический фонд России», 2016, 94стр. <http://russika.ru/sa.php?s=1227>
2. Якубовский Е.Г. Инвариантность нелинейных уравнений относительно преобразований Лоренца. «Энциклопедический фонд России», 2017, 3 стр. <http://russika.ru/sa.php?s=1278>