По поводу преобразований Лоренца

Якубовский Е.Г.

E-mail yakubovski@rambler.ru

Оглавление

Предисловие

Преобразование Лоренца возникло как следствие волновых уравнений Максвелла. Покажем, что звуковые волны подчиняются уравнениям Максвелла. Значит для них тоже справедливо преобразование Лоренца. Но в электромагнитных волнах, считается что имеется одна постоянная скорости, скорость света в вакууме. Но при описании перехода электромагнитных волн из вакуума в диэлектрик, метрический интервал рвется, так как он справедлив для фазовой скорости света. Возникает идея, что надо писать преобразования Лоренца с фазовой скоростью. Но существует опыт Физо, который доказывает, что фазовая скорость света зависит от скорости среды. Поэтому надо писать преобразование Лоренца с фазовой скоростью света, разной в разных системах отсчета. Преобразование Лоренца для звуковых волн надо писать с фазовой скоростью. Но фазовая скорость не образует четырех вектор, имеется только три компоненты фазовой скорости. Зато волновое число образует вектор, состоящий из обратных величин фазовой скорости. Имеется и четырех вектор, волновое число и частота. Данная книга посвящена выводу преобразований Лоренца для звуковых и электромагнитных волн.

Глава 1. Преобразование Лоренца в диэлектриках

Если опыт Майкельсона-Морли производить в диэлектрике, то получим запаздывание сигнала в двух перпендикулярных направлениях. Считаем, что световая волна распространяется с фазовой скоростью света при формулах сложения скорости, со скоростью света в вакууме. Это запаздывание доказывает, что формулы Лоренца в диэлектриках надо писать не с скоростью света в вакууме, а с фазовой скоростью. Уравнения метрического интервала с фазовой скоростью непрерывно в диэлектриках, и рвется в случае использования скорости света в вакууме. Поэтому необходимо вместо скорости света в вакууме, использовать фазовую скорость света, разную в разных системах координат.

1.1 Опыт Майкельсона-Морли

Покажем, что использование известных существующих формул сложения скоростей, в воздухе, который является бесконечной однородной диэлектрической средой в масштабе атмосферы Земли, приводит к запаздыванию волн в двух направлениях в опыте Майкельсона-Морли. Формулы преобразования из движущейся штрихованной системы координат в неподвижную систему координат, следующие, при относительной скорости движения системы координат V

$$V_x = \frac{V'_x + V}{1 + V'_x V / c^2}, V_y = \frac{V'_y \sqrt{1 - V^2 / c^2}}{1 + V'_x V / c^2}, V_z = \frac{V'_z \sqrt{1 - V^2 / c^2}}{1 + V'_x V / c^2} \qquad (1.1.1)$$

Идея такая, подсчитать по существующим формулам сложения скоростей запаздывание параллельного и перпендикулярного луча в системе опыта Майкельсона типа крест во втором порядке в случае диэлектрической среды.

При распространении скорости системы координат вдоль пути l_1, при начальном перпендикулярном участке движении света вдоль пути l_2 , получим времена

$$t_{\parallel}=\frac{l_2}{c_0}+\frac{l_1}{c_+}+\frac{2l_1}{c_-},t_{\perp}=\frac{3l_2}{c_0}+\frac{l_1}{c_-}$$

где со знаком плюс обозначена скорость по направлению движения системы координат, скорость со знаком минус, это скорость луча, имеющего обратную отрицательную скорость относительно скорости системы координат, скорость со знаком 0, скорость перпендикулярная скорости системы координат.

Фазовая скорость света V'_y, перпендикулярная скорости движения системы координат, в двигающейся системе координат равна $V'_x=0;V'_y=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$.

В этой двигающейся системе координат скорость диэлектрика равна нулю. В неподвижной системе координат равна $V_y=\frac{c\sqrt{1-V^2/c^2}}{\sqrt{\varepsilon\mu}},V_x=V$ согласно (1.1.1), в этой неподвижной системе координат скорость диэлектрика равна V. Откуда имеем $c_0=\sqrt{V_x^2+V_y^2}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{1+V^2(\varepsilon\mu-1)/c^2}$, в вакууме эта величина совпадает со скоростью света. Разность времен имеет значение

$$\Delta t_1=t_{\parallel}-t_{\perp}=\frac{l_1}{c_+}+\frac{l_1}{c_-}-\frac{2l_2}{c_0}$$

Запаздывание при повороте на 90 градусов, равно

$$\Delta t_2=\frac{l_2}{c_+}+\frac{l_2}{c_-}-\frac{2l_1}{c_0}$$

Складывая эти запаздывания, получим

$$\Delta t_1 + \Delta t_2 = (l_1 + l_2)(\frac{1}{c_+} + \frac{1}{c_-} - \frac{2}{c_0}) =$$

$$= (l_1 + l_2)\{\frac{1 + V/(c\sqrt{\varepsilon\mu})}{c/\sqrt{\varepsilon\mu} + V} + \frac{1 - V/(c\sqrt{\varepsilon\mu})}{c/\sqrt{\varepsilon\mu} - V} - \frac{2\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}[1 - \frac{V^2}{2c^2}(\varepsilon\mu - 1)]\} =$$

$$= \frac{(l_1 + l_2)\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}\{[1 + V/(c\sqrt{\varepsilon\mu})](1 - V\sqrt{\varepsilon\mu}/c + V^2\varepsilon\mu/c^2 + ...) +$$

$$+ [1 - V/(c\sqrt{\varepsilon\mu})](1 + V\sqrt{\varepsilon\mu}/c + V^2\varepsilon\mu/c^2 + ...) - 2[1 - \frac{V^2}{2c^2}(\varepsilon\mu - 1)]\} =$$

$$= \frac{(l_1 + l_2)\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}\frac{3V^2}{c^2}(\varepsilon\mu - 1)$$

т.е. получаем, что в опыте Майкельсона-Морли в воздухе должно быть запаздывание, которого в вакууме нет. Это запаздывание в воздухе, являющимся диэлектриком с величиной $\varepsilon\mu = 1.00057$, является величиной третьего порядка малости и его очень сложно обнаружить. Оно соответствует относительной ошибке $1.8 \cdot 10^{-11}$ и соответствует ошибке определения скорости света 0.24cm/sec при точности метода Майкельсона-Морли 10^3cm/sec. В 2002 году был произведен эксперимент по измерению скорости света в двух перпендикулярных направления в резонаторах см. [1]. Ошибка измерения скорости света в резонаторе составила $1.7 \cdot 10^{-15}$, что позволило бы определить относительную ошибку $1.8 \cdot 10^{-11}$, связанную с движением сигнала в диэлектрике, воздухе.

Что же доказывает существование запаздывания электромагнитной волны в опыте Майкельсона-Морли в разных системах координат в бесконечных однородных диэлектрических средах? Экспериментальные данные подтверждают, что в каждой инерциальной системе координат, электромагнитная волна движется со своей фазовой скоростью, и запаздывания в разных системах координат нет. По существующим формулам сложения скоростей для диэлектрической среды такое запаздывание есть. Значит, существующие формулы надо видоизменить. Надо записывать преобразование Лоренца с фазовой скоростью вместо скорости света в вакууме

$$dx^1 = \frac{dx'^1 + c'_d dt' \frac{V}{c_d}}{\sqrt{1 - V^2 / c_d^2}}, c_d dt = \frac{c'_d\, dt' + \frac{V}{c_d} dx'^1}{\sqrt{1 - V^2 / c_d^2}},$$

$$dy' = dy; dz' = dz$$

Покажем, что волновое уравнение инвариантно относительно преобразования Лоренца с фазовой скоростью, а не со скоростью света в вакууме. Волновое уравнение для движущегося заряда со скоростью V вдоль координаты x, при остальных фиксированных координатах, запишется в виде

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 A}{c^2 \partial t^2} = 4\pi \frac{eV}{c\sqrt{1 - V^2 / c^2}} \delta(x - x_1) \ .$$

Сделаем преобразование координат и времени

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x'^2} (\frac{\partial x'}{\partial x})^2 - \frac{\partial^2 A}{c_d^2 \partial t'^2} (\frac{\partial t'}{\partial t})^2 = 4\pi \frac{eV}{c_d} \delta(x' - x'_1)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} (\frac{\partial x'}{\partial x})^2 - \frac{\partial^2 \varphi}{c_d^2 \partial t'^2} (\frac{\partial t'}{\partial t})^2 = 4\pi e \delta(x' - x'_1)$$

Умножаем второе уравнение на величину V / c_d и вычитаем из первого уравнения, получим

$$(\frac{\partial^2 A - \frac{V}{c_d} \varphi}{\partial x'^2} - \frac{\partial^2 (A - \frac{V}{c_d} \varphi)}{c_d^2 \partial t'^2})(1 - V^2 / c_d^2) = 0 .$$

Что эквивалентно

$$\frac{\partial^2 A'}{\partial x'^2} - \frac{\partial^2 A'}{c_d^2 \partial t'^2} = 0 .$$

Умножаем первое уравнение V / c_d и вычитаем из второго, получим

$$\left(\frac{\partial^2(\varphi-\frac{V}{c_d}A)}{\partial x'^2}-\frac{\partial^2(\varphi-\frac{V}{c_d}A)}{c_d^2\partial t'^2}\right)(1-V^2/c_d^2)=4\pi e(1-V^2/c_d^2)\delta(x'-x_1').$$

Что эквивалентно уравнению

$$\frac{\partial^2\varphi'}{\partial x'^2}-\frac{\partial^2\varphi'}{c_d^2\partial t'^2}=4\pi e\delta(x'-x_1'),$$

где использовали преобразование потенциалов $A'=\frac{A-\frac{V}{c_d}\varphi}{\sqrt{1-V^2/c_d^2}};\varphi'=\frac{\varphi-\frac{V}{c_d}A}{\sqrt{1-V^2/c_d^2}}$. Так как в штрихованной системе скорость электронов равна нулю, правая часть волнового уравнения равна нулю для векторного потенциала. Для инвариантности уравнений, необходимо в преобразовании Лоренца вместо скорости света в вакууме c писать фазовую скорость.

1.2 Свойство метрического интервала в случае диэлектрической среды

Метрический интервал, равный нулю для распространения электромагнитной волны, в однородном бесконечном диэлектрике записывается в виде

$$ds^2=c^2dt^2/\varepsilon\mu-dx^2-dy^2-dz^2=0\ . \qquad (1.2.1)$$

Это связано с тем, что скорость электромагнитной волны в диэлектрической среде $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$ и значит, метрический интервал инвариантен при движении электромагнитной волны в диэлектриках только в виде (1.2.1). Если сделать предположение, что в системе координат, где диэлектрик неподвижен, справедлив стандартный метрический интервал со скоростью света, равной скорости света в вакууме, этот метрический интервал в вакууме равен нулю, значит и в диэлектрике он равен нулю, то получим, используя (1.2.1), что он равен

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2dt^2(1 - 1/\varepsilon\mu) = 0\,.$$

Такой метрический интервал не может равняться нулю. Надо отметить, что описание процесса с помощью формул (1.2.1) и определение метрического интервала с помощью скорости света в вакууме, описывают один и тот же процесс распространения сигнала, и, следовательно, координаты и время у этих процессов одинаковы.

Если ввести новую переменную $y_l = x_l\sqrt{\varepsilon\mu}$, то скорости в не релятивистском приближении будут складываться по формуле

$$V_1\sqrt{\varepsilon\mu} = V_1'\sqrt{\varepsilon\mu} + V\,,$$

что неправильно, значит надо вводить другие формулы.

1.3 Свойства метрического интервала на границе с диэлектриком “Optical metric”

Для описания распространения света в движущемся диэлектрике используется метрика, называемая “optical metric” с метрическим тензором

$$\gamma_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + (1 - \varepsilon\mu)u_\mu u_\nu\,, \qquad (1.3.1)$$

где u_μ ковариантная компонента 4-мерной скорости, величина $g_{\mu\nu}$ метрический тензор гравитационного поля, см. [2]. Эта метрика также используется в [3].

Согласно этой формуле для неподвижного диэлектрика без гравитационного поля величина метрического интервала равна

$$ds^2 = (2-\varepsilon\mu)c^2 dt^2 - dx^{1^2} - dx^{2^2} - dx^{3^2}.$$

Что приводит к не имеющему физического смысла инвариантному интервалу со скоростью $c\sqrt{2-\varepsilon\mu}$, вместо скорости света в диэлектрике. При переходе сигнала из вакуума в диэлектрик, величина метрического интервала будет равна нулю, а в диэлектрической среде равен нулю метрический интервал со скоростью, равной $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$, а метрический интервал со скоростью, равной $c\sqrt{2-\varepsilon\mu}$ не равен нулю. Получается, что метрический интервал при переходе через границу диэлектрик вакуум изменится, что невозможно. Как же поправить эту формулу? Для этого ее надо записать в виде

$$\gamma_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + (\frac{1}{\varepsilon\mu} - 1)u_\mu u_\nu / (1 - V^2 \varepsilon\mu / c^2).$$

Тогда для неподвижного без гравитационного поля диэлектрика получим правильную формулу

$$ds^2 = c^2 dt^2 / \varepsilon\mu - dx^{1^2} - dx^{2^2} - dx^{3^2}.$$

Чтобы получить формулу в движущейся среде необходимо записать метрический тензор в виде

$$\gamma_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + (\frac{c_d^2}{c^2} - 1)u_\mu u_\nu / (1 - V^2 / c_d^2).$$

Величина c_d это величина фазовой скорости, которую надо определить из уравнения эйконала, как у движущегося, так и неподвижного тела, относительно неподвижной среды. Фазовая скорость среды от системы координат не зависит. А фазовая скорость движущегося тела зависит от его скорости. Тогда метрический интервал запишется в виде

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + (\frac{c_d^2}{c^2} - 1)u_\mu u_\nu u^\mu u^\nu ds^2 / (1 - V^2 / c_d^2) = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + (\frac{c_d^2}{c^2} - 1)dt^2 c^2.$$

$$dx^\mu = u^\mu ds$$

Где воспользовались равенством $ds = cdt\sqrt{1 - V^2 / c_d^2}$. В случае отсутствия гравитационного поля уравнения имеют вид

$$ds^2 = \frac{c_d^2}{c^2}c^2dt^2 - dx^{1^2} - dx^{2^2} - dx^{3^2} = c_d^2 dt - dx^{1^2} - dx^{2^2} - dx^{3^2}$$

1.4. Преобразование энергии при переходе через границу среды

Рассмотрим электромагнитную волну, падающую из вакуума на полупространство с плоской границей с фазовой скоростью $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$. Для вектора Пойнтинга в сплошных средах используются напряженности электромагнитного поля см. [4]. Поток энергии равен

$$\frac{c}{4\pi}[\mathbf{E},\mathbf{H}].$$

Но так как в диэлектрике фазовая скорость распространения электромагнитной волны равна $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$, и кроме того, поле в диэлектрике при нормальном падении уменьшается в соответствии с коэффициентом прохождения энергии электромагнитной волны $(\frac{2c/\sqrt{\varepsilon\mu}}{c/\sqrt{\varepsilon\mu}+1})^2 = (\frac{2}{\sqrt{\varepsilon\mu}+1})^2$, получается формула для плотности энергии распространения электромагнитной волны

$$\frac{c}{4\pi}\frac{4[\mathbf{E},\mathbf{H}]}{(\sqrt{\varepsilon\mu}+1)(\sqrt{\varepsilon\mu}+1)}.$$

Энергия электромагнитного поля равна

$$\frac{c}{4\pi}\frac{4[\mathbf{E},\mathbf{H}]}{(\sqrt{\varepsilon\mu}+1)(\sqrt{\varepsilon\mu}+1)} = \frac{\rho c^3\mathbf{n}}{\varepsilon\mu}; \rho = \frac{4\varepsilon\mu|[\mathbf{E},\mathbf{H}]|}{4\pi(\sqrt{\varepsilon\mu}+1)^2} = \frac{|[\mathbf{D},\mathbf{B}]|}{4\pi}$$

Где величина $\frac{\rho c^2}{\varepsilon\mu}$ энергия единицы объема электромагнитного излучения, т.е. плотность энергии электромагнитного поля, c скорость света, $\mathbf{n}$

направление распространения электромагнитной волны. Эти параметры вычислены из электродинамических соотношений. Предлагаемая плотность энергии макротел в диэлектрике определяется по формуле

$$\frac{dE}{dV} = \frac{\rho c^2}{\varepsilon\mu\sqrt{1 - V^2\varepsilon\mu / c^2}} = \frac{\rho c^2}{\varepsilon\mu} + \frac{\rho V^2}{2} + \dots .$$

Аналогичным способом решается задача для двигающихся тел, определится фазовая скорость света в зависимости от свойств и скорости всех тел.

Но имеется одна проблема. На самом деле диэлектрическая проницаемость имеет зависимость от частоты электромагнитного поля. Фазовая скорость света зависит от частоты электромагнитного поля. Поэтому преобразование надо делать сложным образом. Допустим, получено решение в не штрихованной инерциальной системе координат $f(\mathbf{r},t)$. Вычислим его в другой инерциальной системе координат на одной частоте. Получим $g[\mathbf{r}',t',c_d(\omega)]$. Вычислим интеграл

$$G(\mathbf{r}',t',\omega,\mathbf{V}) = \int_{-\infty}^{t'} g[\mathbf{r}',u,c_d(\omega),\mathbf{V}]\exp(i\omega u)du .$$

Тогда преобразованное решение в другой инерциальной системе координат определится по формуле

$$F(\mathbf{r}',t',\mathbf{V}) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\mathbf{r}',t',\omega,\mathbf{V})\exp(-i\omega t')d\omega / 2\pi .$$

Таким образом, зная решение в одной инерциальной системе координат $f(\mathbf{r},t)$ можно определить решение, в другой инерциальной системе координат $F(\mathbf{r}',t',\mathbf{V})$, двигающейся с постоянной скоростью относительно первой системы координат, равной величине $\mathbf{V}$. Отметим, что обратное преобразование не существует, вернее оно отличается от значения первого решения. Необратимость преобразований связана с их частотной, а значит и временной зависимостью.

Физические законы в разных диэлектриках отличаются скоростью распространения возмущения, и понятие одновременности в разных диэлектриках не применимо в рамках СТО.

Так двигающиеся в одной системе координат параллельно с одинаковыми скоростями тела в разных средах в другой инерциальной системе координат двигаются с разными скоростями. Это связано с тем, что замедление времени и уменьшение расстояний в двигающейся системе координат в разных диэлектриках разное, и понятия одновременности в разных системах координат нет. Но имеется инвариантная величина. Общая для разных диэлектриков величина, это величина метрического интервала, и если рассматривать в разных диэлектриках двигающееся с одинаковой скоростью тело, то время для этих тел в разных диэлектриках будет течь по-разному

$$\begin{aligned} ds^2 = d\tau^2 &= [c/\sqrt{\varepsilon_1\mu_1} + V(1-1/\varepsilon_1\mu_1)]^2 dt_1^2 - V^2 dt_1^2 = \\ &= [c/\sqrt{\varepsilon_2\mu_2} + V(1-1/\varepsilon_2\mu_2)]^2 dt_2^2 - V^2 dt_2^2 \end{aligned}.$$

Значит, понятие одновременности событий для двух разных диэлектриков не существует, так как двигающиеся с одинаковой скоростью тела имеют каждое свое время. Понятие одновременности событий имеет смысл в одном диэлектрике при одинаковом темпе времени. Собственное время в разных диэлектриках одинаково, изменяется только время t_1 , t_2

Глава 2. Свойства диэлектриков

Найдем величину фазовой скорости в анизотропном диэлектрике, для чего запишем стандартное преобразование Лоренца для анизотропного диэлектрика см. [4] (анизотропия состоит в разных проекциях волнового числа, или обратной величины компоненты фазовой скорости)

$$\omega = (\omega' + k_1'V)\gamma; \gamma = 1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$$
$$k_1 = (k_1' + \omega'V/c^2)\gamma; k_2 = k_2'; k_3 = k_3' \quad (2.1)$$

Вычислим фазовую скорость в не штрихованной системе координат

$$\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}{\omega^2} = \frac{(k_1' + \omega'V/c^2)^2}{(\omega' + k_1'V)^2} + \frac{k_2'^2}{(\omega' + k_1'V)^2\gamma^2} + \frac{k_3'^2}{(\omega' + k_1'V)^2\gamma^2}$$

Перепишем эту формулу в виде

$$\frac{1}{c_F^2} = \frac{(1/c_1' + V/c^2)^2}{(1 + V/c_1')^2} + \frac{1/c_2'^2}{(1 + V/c_1')^2\gamma^2} + \frac{1/c_3'^2}{(1 + V/c_1')^2\gamma^2} = \frac{1}{c_1^2} + \frac{1}{c_2^2} + \frac{1}{c_3^2}. \quad (2.1)$$

Получаем релятивистские формулы сложения фазовой скорости

$$c_1 = \frac{c_1' + V}{1 + Vc_1'/c^2}; c_2 = c_2'(1 + V/c_1')\gamma$$
$$c_3 = c_3'(1 + V/c_1')\gamma \quad (2.2)$$

Эти формулы не совпадают с формулами сложения релятивистских фазовых скоростей, которые выглядят следующим образом

$$c_1 = \frac{c_1' + V}{1 + Vc_1'/c^2}; c_2 = \frac{c_2'}{(1 + Vc_1'/c^2)\gamma}; c_3 = \frac{c_3'}{(1 + Vc_1'/c^2)\gamma}.$$

Значит понятие «фазовая скорость» не является скоростью с инвариантным преобразованием Лоренца. Понятие трехмерная скорость образуют обратные величины компонент «фазовой скорости». Это и понятно, ведь «фазовая скорость» в соответствии с принципом Гюйгенса распространяется во все стороны с постоянным значением, равным «фазовой скорости». Только в одномерном случае является полноценной скоростью, что и отражено в формулах, а в случае наличия всех трехмерных компонент не является вектором скорости, так как вектором скорости являются обратные компоненты.

Эта формула запишется для произвольного одномерного направления с точностью первого порядка по скорости среды

$$\frac{1}{c_F^2}=[1/c_1'^2+2V/(c_1'c^2)+1/c_2'^2+1/c_3'^2](1-2V/c_1')=\frac{n^2}{c^2}+2V/(c_1'c^2)-\frac{2n^2V}{c^2c_1'}=$$
$$=\frac{n^2}{c^2}[1+2V/(n^2c_1')-\frac{2V}{c_1'}].$$

Откуда для фазовой скорости имеем выражение

$$c_F=c/n+\frac{cV}{nc_1'}(1-\frac{1}{n^2})=c/n+V\cos\theta(1-\frac{1}{n^2}),\cos\theta=\frac{1/c_1'}{\sqrt{1/c_1'^2+1/c_2'^2+1/c_3'^2}}.$$

Из этой формулы получаем приближенное выражение для фазовой скорости

$$c_F=\frac{c}{n}+V\cos\theta(1-\frac{1}{n^2})+0(\frac{V^2}{c^2}).$$

Это значение «фазовой скорости» совпадает с экспериментом, так как волна распространяется вдоль одного направления ox_1

$$c_F=\frac{c}{n}+(\mathbf{V},\mathbf{l})(1-\frac{1}{n^2})+0(\frac{V^2}{c^2}).$$

Где величина $\mathbf{l}$ единичный вектор направления распространяющейся волны, $\mathbf{V}$ скорость тела.

Предлагается формула для преобразования Лоренца писать в виде

$$dx^1=\frac{dx'^1+c_d'dt'V/c_d}{\sqrt{1-V^2/c_d^2}},cdt=\frac{c_d'dt'+\frac{Vdx'^1}{c_d}}{\sqrt{1-V^2/c_d^2}},$$
$$dy'=dy;dz'=dz$$

где величины c_d фазовая скорость в двигающейся системы со скоростью V.

Для доказательства предлагаемых формул, осуществим преобразование Лоренца, но с неизвестной скоростью C', вместо скорости света в вакууме в преобразовании Лоренца

$$\begin{gathered}\omega / C = (\omega' / C' + k_1' V / C')\gamma; \gamma = 1/\sqrt{1 - V^2 / C'^2} \\ k_1 = (k_1' + \omega' V / C'^2)\gamma; k_2 = k_2'; k_3 = k_3'\end{gathered}.$$

Вычислим фазовую скорость в не штрихованной системе координат

$$\begin{gathered}\frac{k^2}{\omega^2 / C^2} = \frac{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}{\omega^2 / C^2} = 1 = C^2 (\frac{1}{c_1^2} + \frac{1}{c_2^2} + \frac{1}{c_3^2}) = \\ = C'^2 [\frac{(k_1' + \omega' V / C'^2)^2}{(\omega' + k_1' V)^2} + \frac{k_2'^2}{(\omega' + k_1' V)^2 \gamma^2} + \frac{k_3'^2}{(\omega' + k_1' V)^2 \gamma^2}]\end{gathered}$$

Перепишем эту формулу в виде

$$\frac{1}{C'^2} = \frac{(1/c_1' + V / C'^2)^2}{(1 + V / c_1')^2} + \frac{1/c_2'^2 (1 - V^2 / C'^2)}{(1 + V / c_1')^2} + \frac{1/c_3'^2 (1 - V^2 / C'^2)}{(1 + V / c_1')^2}.$$

Откуда получаем квадратное уравнение, связывающее скорость, стоящую в преобразовании Лоренца и ее проекции в двигающейся системе координат. Квадратное уравнение имеет вид

$$\frac{V^2}{C'^4} - \frac{1}{C'^2}(1 + \frac{V^2}{c_1'^2} + \frac{V^2}{c_2'^2} + \frac{V^2}{c_3'^2}) + \frac{1}{c_1'^2} + \frac{1}{c_2'^2} + \frac{1}{c_3'^2} = 0.$$

Это уравнение имеет два корня

$$\begin{gathered}\frac{1}{C'^2} = [(1 + k)/2 \pm \sqrt{(1 + k)^2 / 4 - k}\,]/V^2 \\ k = \frac{V^2}{c_1'^2} + \frac{V^2}{c_2'^2} + \frac{V^2}{c_3'^2}\end{gathered}.$$

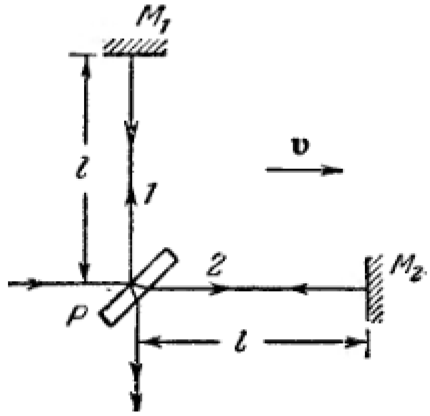
Эти корни равны

$$\frac{1}{C'^2} = \frac{1}{c_F'^2} = \frac{1}{c_1'^2} + \frac{1}{c_2'^2} + \frac{1}{c_3'^2}, C'^2 = V^2$$

Получилось, что в преобразовании Лоренца в диэлектриках нужно использовать фазовую скорость света $C' = c'_F$.

Величина скорости, которую нужно подставлять в преобразовании Лоренца в не штрихованной системе координат, равна $C = c_F$.

Вектор образует волновое число, а не «фазовая скорость», поэтому необходимо определять связь между параметрами в разных системах координат относительно волнового числа. «Фазовая скорость», это не инвариантное понятие, так как не содержит 4 компоненты. Волновое число в разных системах координат связано по формуле $k_1 = (k'_1 + \omega' V / c^2)\gamma; k_2 = k'_2; k_3 = k'_3$, где k'_l волновое число в системе координат, где среде распространения электромагнитной волны неподвижна. В двигающейся системе координат волновой вектор образует вектор. Определена «фазовая скорость» в двигающейся системе координат и в неподвижной системе координат, равные $\frac{1}{c_F'^2} = \frac{1}{c_1'^2} + \frac{1}{c_2'^2} + \frac{1}{c_3'^2}$, и такое же соотношение для не штрихованной системы координат, компоненты $\frac{1}{c'_l}, l = 1,..,3$ образуют вектор, как в штрихованной, так и не в штрихованной системе координат.



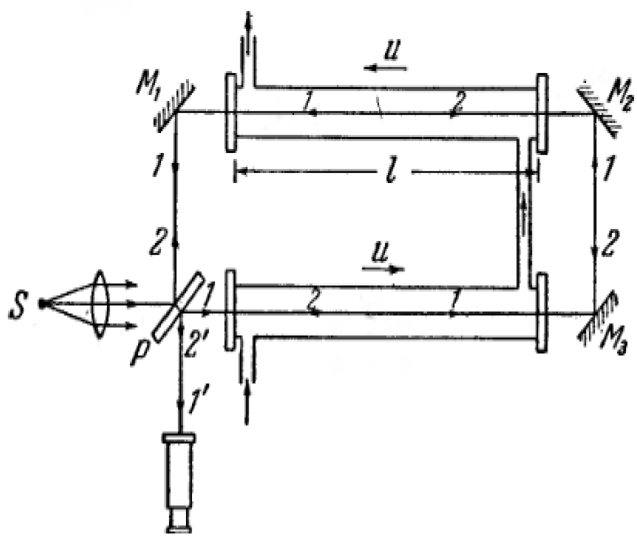


Рис.1 Рис2.

Фазовая скорость в опыте Майкельсона рис.1 считалась в двух направлениях волны с одной скоростью среды

$$\frac{1}{c_F'^2}=[(\frac{1}{c_1'}+\frac{V}{c^2})^2+(\frac{1}{c_1'}-\frac{V}{c^2})^2]/2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2}= \\ =\frac{1}{c_1'^2}+\frac{V^2}{c^4}+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2} \qquad (2.3)$$

В опыте Физо Рис.2 определяются две разные фазовые скорости, так как имеется две скорости среды у двух разнесенных тел

$$\frac{1}{c_{F1}'^2}=(\frac{1}{c_1'}+\frac{V}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2}=\frac{1}{c_1'^2}+\frac{2V}{c_1'\,c^2}+(\frac{V}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2} \\ \frac{1}{c_{F2}'^2}=(\frac{1}{c_1'}-\frac{V}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2}=\frac{1}{c_1'^2}-\frac{2V}{c_1'\,c^2}+(\frac{V}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2}. \qquad (2.4)$$

Взаимодействие волнового числа со скоростью носит нелинейный характер. Для образования интерференционной картины нужны одинаковые пути, отличающиеся свойствами среды, поэтому возможны только параллельные или антипараллельные скорости среды и волны. Если скорость среды имеет только одно значение, то складываются модули (формула (2.3)), имеется одна фазовая скорость и образовать интерференционную картину невозможно. Если имеются две разные скорости среды, то образуется две фазовые скорости (формула (2.4)), равные сумме модулей волновых чисел плюс удвоенное произведение проекций на одно направление. Между двумя фазовыми скоростями возможна интерференция, определяемая разностью скорости сред.

В общем случае, если имеется одна скорость среды, то считать надо по формуле (2.3). В случае большего количества скоростей сред или в случае непрерывного изменения скорости среды, считать надо по формуле

$$\frac{1}{c_{FV_k}'^2}=(\frac{1}{c_1'}+\frac{V_k}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2}=\frac{1}{c_1'^2}+\frac{2V_k}{c_1'\,c^2}+(\frac{V_k}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2};k=1,...,N$$

Если имеется одна скорость среды, то можно добиться изотропного пространства в одной системе координат. Оно будет изотропным в независимости от значения этой скорости, так как одну изотропную систему координат определить невозможно. При обнулении одной скорости остальные скорости будут не нулевые и имеется возможность определить относительные скорости. Так в опыте Физо можно определить относительную скорость двух сред.

В преобразовании Лоренца надо использовать модуль обратной величины «фазовой скорости». В опыте Физо используется две разные скорости потока, и, следовательно, две разные «фазовые скорости». В опыте Майкельсона используется одна «фазовая скорость», соответствующая скорости Земли.

Величина скорости, которую нужно подставлять в преобразовании Лоренца в не штрихованной системе координат, равна $C = c_F$.

Существует и другой способ вычисления «фазовой скорости». Для вычисления «фазовой скорости» в движущемся диэлектрике надо воспользоваться релятивистской связью между индукцией и напряженностью, подставить ее в уравнение Максвелла, и получить уравнение эйконала, с правой частью, обратной величиной квадрата «фазовой скорости». Отмечу, что формулы с «фазовой скоростью» преобразования Лоренца справедливы для диэлектриков, а для элементарных частиц диэлектрическая и магнитная проницаемость соответствует свойствам вакуума, так как элементарные частицы «размазаны» по пространству, и для них справедливо значение «фазовой скорости», совпадающей с «фазовой скоростью» света в вакууме.

Глава 3. Определение фазовой скорости в двигающемся диэлектрике

Аннотация

Определяется фазовая скорость в движущемся диэлектрическом теле и фазовая скорость бесконечной среды. Эти понятия отличаются во втором

порядке малости относительно отношения скорости тела к фазовой скорости. Фазовая скорость зависит от скорости среды или тела, как для диэлектрического тела, так и бесконечного пространства.

В предлагаемой статье выведена формула для определения фазовой скорости c_d для тела конечных размеров и для бесконечной среды. Для промежуточного случая предложена интерполяционная формула.

$$c_d = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\{\frac{1+V\sqrt{\varepsilon\mu}/c}{1+V/(c\sqrt{\varepsilon\mu})}\exp(-|\frac{(1/\sqrt{\varepsilon\mu}-V/c)R}{ka^2}|^2)+ \\ +\frac{1-V^2\varepsilon\mu/c^2}{1-\frac{(\varepsilon\mu-1)(\mathbf{n},\mathbf{V})}{c\sqrt{\varepsilon\mu}}}[1-\exp(-|\frac{(1/\sqrt{\varepsilon\mu}-V/c)R}{ka^2}|^2)]\} \quad (3.1)$$

Максимальная скорость движения тела в диэлектрике определится из равенства $c_d = V = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$. В случае $\varepsilon\mu = 1$ получаем максимум скорости, вычисленный по этой формуле, определяемый при условии $V = c$.

Где величина R определяет размер среды, a размер диэлектрического тела с постоянными свойствами, в случае совпадения тела и среды $R = a$, $\mathbf{n}$ направление распространения электромагнитной волны, $\mathbf{V}$ скорость тела или среды, ε,μ диэлектрическая и магнитная проницаемость тела, величина k модуль волнового вектора электромагнитной волны. Величина c фазовая скорость среды, если рассматриваем тело в среде. Если тело или среда помещены в вакуум, то c скорость света в вакууме и определяем фазовую скорость тела или среды. Все эти параметры берутся в неподвижной системе координат.

Подсчитаем диэлектрическую проницаемость элементарных частиц, образованных полярными частицами вакуума. Диэлектрическая проницаемость тела, образованного полярными частицами равна см. [11]

$$\varepsilon = 1+\frac{4\pi n p_0^2}{3kT} = 1+\frac{4\pi\rho e^2 l_\gamma^2}{3m_\gamma^2 c^2} = 1+\frac{4\pi\rho c^2 r_\gamma^4}{3e^2},$$

где n концентрация частиц вакуума, $p_0 = el_\gamma$ полярный момент частицы вакуума, m_γ масса частицы вакуума, $\frac{l_\gamma}{m_\gamma} = \frac{e^2}{c^2} r_\gamma^2$ отношение плеча диполя к его массе, см. [13] стр.67, r_γ образующая частиц вакуума. Температура частиц вакуума определяется средней четырехмерной скоростью движения частиц вакуума, скоростью света $kT = m_\gamma c^2$. Трехмерная скорость движения $V/c = u/\sqrt{1+u^2} = 1/\sqrt{2}$.

Рассмотрим данную формулу для свободного электрона. Величина $4\pi\rho r_\gamma^3/3 = m_e$, где в случае свободного электрона образующая равна и значение диэлектрической проницаемости сводится к формуле $\varepsilon = 1 + \frac{m_e c^2}{e^2} < r > = 1 + \frac{m_e c^2}{e^2} i\sigma_{x_k}^2 \frac{2p_k}{\hbar} = 1 + ikl_\gamma; kl_\gamma << 1$ см. [12] стр. 263 для вывода средней координаты, где величина $\sigma_{x_k}^2$, это дисперсия координаты частиц вакуума, и приближенно равна $\sigma_{x_k}^2 = l_\gamma r_e$, т.е. диэлектрическая проницаемость близка к единице. Значение константы l_γ см. [13] стр. 67 формула (2.1.6). Итого получаем, что диэлектрическая проницаемость свободного электрона, диполь которого (или частица вакуума) образован электроном и позитроном, равна $\varepsilon = 1 + i\alpha$. Такова же диэлектрическая проницаемость свободной частицы, образованной диполем из частицы и античастицы.

Опишем электромагнитное поле в движущемся диэлектрике. Антисимметричный четырехмерный тензор электромагнитного поля второго ранга имеет вид

$$\|F_{\lambda\mu}\| = \begin{Vmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z & -B_y & B_x & 0 \end{Vmatrix}.$$

Уравнения Максвелла запишутся в виде

$$\frac{\partial F_{\lambda\mu}}{\partial x^{\nu}}+\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x^{\lambda}}+\frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x^{\mu}}=0$$

Для построения инвариантного решения в движущейся среде введем тензор (см. [4] §76).

$$\left\| H_{\mu\nu} \right\| = \left\| \begin{matrix} 0 & D_x & D_y & D_z \\ -D_x & 0 & -H_z & H_y \\ -D_y & H_z & 0 & -H_x \\ -D_z & -H_y & H_x & 0 \end{matrix} \right\|.$$

Вторая пара уравнений Максвелла имеет вид

$$\frac{\partial H^{\lambda\mu}}{\partial x^{\nu}}=-\frac{4\pi j^{\lambda}}{c}.$$

Связь между величинами индукции и напряженности $\mathbf{D},\mathbf{E}$, в инерциальных системах координат обеспечивается

$$H^{\lambda\mu}u_{\mu}=\varepsilon F^{\lambda\mu}u_{\mu}. \qquad (3.2)$$

Величина u_{μ} четырехмерная скорость тела. Если в формуле (3.2) взять нулевую трехмерную скорость тела, то получим для тела соотношение $\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}$, т.е. формула (3.2) при нулевой скорости переходит в стандартное соотношение между индукцией и напряженностью.

Кроме того, справедливо четырехмерное равенство

$$F_{\lambda\mu}u_{\nu}+F_{\mu\nu}u_{\lambda}+F_{\nu\lambda}u_{\mu}=\mu(H_{\lambda\mu}u_{\nu}+H_{\mu\nu}u_{\lambda}+H_{\nu\lambda}u_{\mu}), \qquad (3.3)$$

являющееся обобщением связи между $\mathbf{B},\mathbf{H}$. Если хотя бы пара индексов λ,μ,ν совпадает, то эта формула обращается в ноль, в силу антисимметричности тензоров. Поэтому имеется 4 независимых равенств (3.3).

Эти два уравнения (3.2) и (3.3) можно расписать в виде

$$\mathbf{D}+\frac{1}{c}[\mathbf{V},\mathbf{H}]=\varepsilon(\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{V},\mathbf{B}])$$
$$\mathbf{B}+\frac{1}{c}[\mathbf{E},\mathbf{V}]=\mu(\mathbf{H}+\frac{1}{c}[\mathbf{D},\mathbf{V}]).$$

Запишем связь между индукцией и напряженностью, в случае если окружающей средой является диэлектрик, например воздух ограниченного объема, то получим связь в виде, где индексу, равному единице соответствует движущийся воздух, а индексу 2 соответствует движущееся тело

$$\mathbf{D}_1+\frac{1}{c}[\mathbf{V}_1,\mathbf{H}_1]=\varepsilon_1(\mathbf{E}_1+\frac{1}{c}[\mathbf{V}_1,\mathbf{B}_1]);\mathbf{D}_2+\frac{1}{c}[\mathbf{V}_2,\mathbf{H}_2]=\varepsilon_2(\mathbf{E}_2+\frac{1}{c}[\mathbf{V}_2,\mathbf{B}_2])$$
$$\mathbf{B}_1+\frac{1}{c}[\mathbf{E}_1,\mathbf{V}_1]=\mu_1(\mathbf{H}_1+\frac{1}{c}[\mathbf{D}_1,\mathbf{V}_1]);\mathbf{B}_2+\frac{1}{c}[\mathbf{E}_2,\mathbf{V}_2]=\mu_2(\mathbf{H}_2+\frac{1}{c}[\mathbf{D}_2,\mathbf{V}_2]).$$

Среда и воздух имеет границы, следовательно, параметры среды и тела определятся. Параметры вакуума имеют два значения $\mathbf{E}_1$, и $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_1$ и $\mathbf{H}_2$, которые, могут совпадать в одной системе отсчета, но в другой системе отсчета отличаются. Если же определять значение поля для тела, используя преобразование Лоренца с фазовой скоростью воздуха, а потом определять свойства воздуха со скоростью света в вакууме, то противоречия снимаются.

Перенесем векторы магнитной и электрической индукции в одну сторону, а векторы напряженности поля в другую, получим

$$\mathbf{D}-\frac{\varepsilon}{c}[\mathbf{V},\mathbf{B}]=\varepsilon\mathbf{E}-\frac{1}{c}[\mathbf{V},\mathbf{H}]$$
$$\frac{\mu}{c}[\mathbf{V},\mathbf{D}]+\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}+\frac{1}{c}[\mathbf{V},\mathbf{E}] \qquad (3.4)$$

Перейдя в систему координат, в которой имеем следующее представление скорости $\mathbf{V}=(V,0,0)$ при остальных произвольных значениях других векторных величин, используя

$$[\mathbf{V},\mathbf{B}]=\left\|\begin{matrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ V & 0 & 0\\ B_1 & B_2 & B_3\end{matrix}\right\|=-\mathbf{j}VB_3+\mathbf{k}VB_2$$

Распишем первое равенство (3.4) по координатам

$$\begin{aligned}
&D_1 = \varepsilon E_1 \\
&D_2 + \frac{\varepsilon V}{c} B_3 = \varepsilon E_2 + \frac{V}{c} H_3 \,. \\
&D_3 - \frac{\varepsilon V}{c} B_2 = \varepsilon E_3 - \frac{V}{c} H_2
\end{aligned} \qquad (3.5)$$

Распишем второе равенство (3.4)

$$\begin{aligned}
&B_1 = \mu H_1 \\
&-\frac{\mu V}{c} D_3 + B_2 = \mu H_2 - \frac{V}{c} E_3 \,. \\
&\frac{\mu V}{c} D_2 + B_3 = \mu H_3 + \frac{V}{c} E_2
\end{aligned} \qquad (3.6)$$

Группируем второе уравнение (3.5) и третье уравнение (3.6). Получим систему линейных уравнений второго порядка

$$\begin{Vmatrix} 1 & \dfrac{\varepsilon V}{c} \\ \dfrac{\mu V}{c} & 1 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} D_2 \\ B_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \varepsilon E_2 + \dfrac{V}{c} H_3 \\ \mu H_3 + \dfrac{V}{c} E_2 \end{Vmatrix}. \qquad (3.7)$$

Решая это уравнение, получим

$$\begin{aligned}
D_2 &= \frac{\varepsilon E_2 (1 - V^2/c^2) + H_3 (1 - \varepsilon\mu) V/c}{1 - \varepsilon\mu V^2/c^2} \\
B_3 &= \frac{\mu H_3 (1 - V^2/c^2) + E_2 (1 - \varepsilon\mu) V/c}{1 - \varepsilon\mu V^2/c^2}
\end{aligned}. \qquad (3.8)$$

Будем исследовать это выражение при условии $\varepsilon\mu V^2/c^2 = 1$, т.е. при модуле скорости тела, совпадающей с скоростью $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$. Поскольку внешнее поле произвольно, то в этом случае электрическая и магнитная индукция стремятся к бесконечности. Исследуем случай, когда напряженности поля таковы, что числители (3.8) равны нулю. Для этого приравняем числители этого выражения нулю, получим систему уравнений

$$\begin{aligned}&\varepsilon E_2(1-V^2/c^2)+H_3(1-\varepsilon\mu)V/c=0\\&E_2(1-\varepsilon\mu)V/c+\mu H_3(1-V^2/c^2)=0\end{aligned}.$$

Для существования отличного от нуля решения необходимо выполнение

$$\varepsilon\mu(1-V^2/c^2)^2=\frac{V^2}{c^2}(1-\varepsilon\mu)^2. \qquad (3.9)$$

извлекая корень из этого уравнения, получим квадратное уравнение

$$\frac{V^2}{c^2}\pm\frac{V}{c}\frac{1-\varepsilon\mu}{\sqrt{\varepsilon\mu}}-1=0.$$

Это уравнение имеет два действительных корня, равные

$$\frac{V}{c}=\pm\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}},\frac{V}{c}=\mp\sqrt{\varepsilon\mu}.$$

Аналогичные выкладки можно провести для третьего уравнения (3.5) и второго уравнения (3.6).

Значит при скорости движения, равной $\frac{V}{c}=\pm\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ получаем соотношение между магнитной и электрической напряженностью

$$E_3=\pm\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}H_2, E_2=\mp\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}H_3. \qquad (3.10)$$

т.е. образуют плоскую волну, знак которой зависит от знака частоты электромагнитного поля в выражении для решения волнового уравнения относительно времени

$$\mathbf{E}=\pm\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}[\mathbf{n},\mathbf{H}], n=(1,0,0). \qquad (3.11)$$

Такая линейная связь является единственной связью между полярным и аксиальным вектором. Величина $\mathbf{n}$ может иметь произвольные значения. Используя полученные связи (3.10) величина $\mathbf{n}$ определится однозначно.

Получим величиной $E_1 = 0, D_1 = 0$, в силу (3.11) и первого уравнения (3.5). Используя равенство

$$\mathbf{H} = \mp\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}[\mathbf{n},\mathbf{E}], n = (1,0,0)$$

вычисляя коэффициент $\mathbf{n}$, получим условие $H_1 = 0, B_1 = 0$ в силу свойств векторного произведения и первой формулы (3.6). Магнитная и электрическая индукция имеют конечное значение.

Индукции электромагнитного поля в случае равенства нулю числителя, который соответствует плоскому бесконечному пространству, занятому диэлектриком, с плоской волной, равны величинам (берем положительный знак у связи векторов E, H)

$$D_2 = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}H_3(1-V^2/c^2) + H_3(1-\varepsilon\mu)V/c}{1-\varepsilon\mu V^2/c^2} = H_3\frac{(1-\sqrt{\varepsilon\mu}V/c)(\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c)}{1-\varepsilon\mu V^2/c^2} =$$
$$= E_2\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}$$

$$B_3 = \frac{\mu H_3(1-V^2/c^2) + H_3\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}(1-\varepsilon\mu)V/c}{1-\varepsilon\mu V^2/c^2} = H_3\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{(\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c)(1-\sqrt{\varepsilon\mu}V/c)}{1-\varepsilon\mu V^2/c^2} =$$
$$= H_3\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}$$

Индукции электромагнитного поля равны величинам, т.е. конечны, (берем отрицательный знак у связи векторов E, H). Аналогичные формулы получаются и для величин D_3, B_2.

Такое конечное значение электромагнитного поля достигается при распространяющейся в бесконечной среде плоской волне.

В случае произвольного тела электромагнитное поле внутри тела имеет более сложный вид в случае двигающегося с фазовой скоростью тела, что приводит к бесконечному значению индукции электромагнитного поля, так как в формулах (3.8) числитель не равен нулю, а знаменатель равен нулю. Так как такое значение поля невозможно, значит, скорость движения тела, равная фазовой скорости электромагнитной волны в неподвижном теле приводит к бесконечности электрической и магнитной индукции.

С помощью уравнения эйконала определим фазовую скорость света двигающегося тела при постоянной скорости движения тела. Для этого запишем связь между индукцией и напряженностью при постоянной скорости тела, которая получается при разрешении (3.2) относительно индукции (нужно выбрать систему координат, в которой $\mathbf{V}=(V,0,0)$)

$$\mathbf{D}=\alpha\mathbf{E}+\gamma[\mathbf{V},\mathbf{H}],\alpha=\varepsilon\frac{1-V^2/c^2}{1-V^2\varepsilon\mu/c^2},\gamma=\frac{\varepsilon\mu-1}{c(1-V^2\varepsilon\mu/c^2)}$$

$$\mathbf{B}=\beta\mathbf{H}+\gamma[\mathbf{E},\mathbf{V}],\beta=\mu\frac{1-V^2/c^2}{1-V^2\varepsilon\mu/c^2}\qquad, \qquad (3.12)$$

$$D_1=\varepsilon E_1, B_1=\mu H_1$$

где векторы $\mathbf{D}, \mathbf{B}$ имеют индекс $2,3$, т.е. справедливы для плоской волны, распространяющейся вдоль орта e_1. Подставим значение индукции в первое и третье уравнение Максвелла для плоской волны, получим

$$\mathrm{rot}\mathbf{H}=\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\alpha\mathbf{E}+\gamma[\mathbf{V},\mathbf{H}]),\mathrm{rot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\beta\mathbf{H}+\gamma[\mathbf{E},\mathbf{V}]). \qquad (3.13)$$

Возьмем операцию ротор от второго из выписанных уравнений (3.13) и подставим значения ротора напряженности для электрического и магнитного поля из (3.13), получим

$$\begin{aligned}\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E}&=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\beta\mathrm{rot}\mathbf{H}+\gamma[\mathrm{rot}\mathbf{E},\mathbf{V}])=\\&=-\frac{\beta}{c^2}\frac{\partial^2\alpha\mathbf{E}+\gamma[\mathbf{V},\mathbf{H}]}{\partial t^2}+\gamma[\frac{\partial^2\beta\mathbf{H}+\gamma[\mathbf{V},\mathbf{E}]}{c^2\partial t^2},\mathbf{V}]\end{aligned}. \qquad (3.14)$$

Вычислим градиент дивергенции напряженности электрического поля, подставляя значение напряженности из (3.12). Имеем соотношения (3.14), где единичный вектор $\mathbf{n}$ определяет направление распространяющейся волны

$$\mathrm{graddiv}\mathbf{E} = -\mathrm{graddiv}[\frac{\gamma}{\alpha}\mathbf{V},\mathbf{H}] = \mathrm{grad}(\frac{\gamma}{\alpha}\mathbf{V},\mathrm{rot}\mathbf{H}) = \mathrm{grad}(\frac{\varepsilon\gamma}{c\alpha}\mathbf{V},\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}). \quad (3.15)$$

Имеем связь между напряженностями поля в плоской волне, где единичный вектор $\mathbf{n}$ определяет направление распространяющейся волны $\mathbf{H}=[\mathbf{n},\mathbf{E}]c/(c_d\beta)-\gamma[\mathbf{E},\mathbf{V}]/\beta$.

Подставляя соотношения (3.14) и выражение для напряженности магнитного поля в уравнение (3.13), получим уравнение

$$\begin{gathered}
-\Delta\mathbf{E} = \frac{\beta\omega^2}{c^2}(\alpha\mathbf{E}+\gamma[\mathbf{V},[\mathbf{n},\mathbf{E}]]c/(c_d\beta)-\gamma^2[\mathbf{V},[\mathbf{E},\mathbf{V}]]/\beta)- \\
-i\omega\mathrm{grad}(\frac{\varepsilon\gamma}{c\alpha}\mathbf{V},\mathbf{E})-\frac{\gamma}{c^2}\omega^2[[\mathbf{n},\mathbf{E}]c/c_d-\gamma[\mathbf{E},\mathbf{V}]+\gamma[\mathbf{V},\mathbf{E}],\mathbf{V}]
\end{gathered} . (3.16)$$

Запишем выражение для электромагнитного поля

$$\begin{gathered}
E_p(t,x,y,z) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{\beta=0}^{3}\exp\{i\omega[t-\tau(x,y,z)]\}g_{p\beta}\times \\
\times\{A_{k\beta}(x,y,z)(i\omega\tau_0)^k\lambda(\omega\tau_0)+B_{k\beta}(x,y,z)/(i\omega\tau_0)^{k+\gamma}[1-\lambda(\omega\tau_0)]\}. \quad (3.17) \\
\lambda(\omega\tau_0) = \frac{\exp(-\omega^2\tau_0^2)}{\exp(-\omega^2\tau_0^2)+\exp[-1/(\omega^2\tau_0^2)]}
\end{gathered}$$

Из этого уравнения имеем уравнение эйконала, подставляя в (3.16) формулу (3.17) и оставляя только квадратичные по частоте коэффициенты и умножая уравнение скалярно на величину $\mathbf{e}$ направление поляризации электромагнитной волны

$$(\nabla\tau)^2-\frac{\varepsilon\gamma}{c\alpha}(\mathbf{V},\mathbf{e})(\mathbf{e},\nabla\tau)=\frac{\beta}{c^2}\{\alpha+\gamma(\mathbf{e},[\mathbf{V},[\mathbf{n},\mathbf{e}]])c/(c_d\beta)-\gamma^2(\mathbf{e},[\mathbf{V}[\mathbf{E},\mathbf{V}])/\beta\}-$$

$$-\frac{\gamma}{c^2}\{(\mathbf{n},\mathbf{V})c/c_d-\gamma(\mathbf{e},[\mathbf{V}[\mathbf{E},\mathbf{V}])+\gamma(\mathbf{e},[[\mathbf{V},\mathbf{e}],\mathbf{V}])\}=\frac{\beta}{c^2}\{[\alpha-\gamma(\mathbf{V},\mathbf{n})]c/(c_d\beta)\}+$$

$$-\frac{\gamma}{c^2}\{(\mathbf{n},\mathbf{V})c/c_d+\gamma[V^2-(\mathbf{V},\mathbf{e})^2]\}=\frac{1}{c_d^2},$$

Так как направление распространения электромагнитной волны $\nabla\tau$ ортогональны величине напряженности в нулевом порядке, что следует из нулевого члена разложения уравнений Максвелла, имеем уравнение

$$(\nabla\tau)^2=\frac{\alpha\beta}{c^2}-\frac{\gamma}{c^2}\{2\sqrt{\varepsilon\mu}(\mathbf{n},\mathbf{V})/c_d+\gamma[V^2-(\mathbf{V},\mathbf{e})^2]/c\}=$$

$$=\frac{\varepsilon\mu}{c^2(1-V^2\varepsilon\mu/c^2)^2}-$$

$$-\frac{2(\varepsilon\mu-1)(\mathbf{n},\mathbf{V})(1-V^2\varepsilon\mu/c^2)/c_d+(\varepsilon\mu-1)^2[V^2-(\mathbf{V},\mathbf{e})^2/c^2]\}}{c^2(1-V^2\varepsilon\mu/c^2)^2}=\frac{1}{c_d^2}$$

Получаем квадратное уравнение по определению фазовой скорости c_d.

Откуда имеем выражение для фазовой скорости, где использовал $\mathbf{V}=V_1\mathbf{e}_1$

$$c_d=\frac{c(1-V^2\varepsilon\mu/c^2)}{\sqrt{\varepsilon\mu+(\varepsilon\mu-1)^2\frac{(\mathbf{e}_1,\mathbf{e})^2+(\mathbf{n},\mathbf{e}_1)^2-1}{c^2}V_1^2}-\frac{(\varepsilon\mu-1)(\mathbf{n},V_1\mathbf{e}_1)}{c}}=$$

$$=\frac{c(1-V^2\varepsilon\mu/c^2)}{\sqrt{\varepsilon\mu}-\frac{(\varepsilon\mu-1)(\mathbf{n},V_1\mathbf{e}_1)}{c}} \qquad (3.18)$$

Имеем равенство в плоской волне $(\mathbf{V},\mathbf{e})^2+(\mathbf{n},\mathbf{V})^2=V^2$. Формула правильно описывает опыт Физо. В дальнейшем будем предполагать совпадение направления скорости тела и электромагнитной волны. При скорости тела, равной нулю, получается фазовая скорость $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$.

Определим фазовую скорость в случае, если диэлектриком является бесконечное пространство и распространяется плоская волна.

$$\mathbf{D}=\mathbf{E}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}},\mathbf{B}=\mathbf{H}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}} \qquad (3.19)$$

Эти формулы получены из формул (3.4), используя значение скорости тела вдоль оси Ox_1. Подставим значение индукции в первое и третье уравнение Максвелла, получим

$$\mathrm{rot}\mathbf{H}=\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}},\mathrm{rot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{H}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}}. \qquad (3.20)$$

Возьмем операцию ротор от второго из выписанных уравнений (3.20) и подставим значения ротора напряженности для электрического и магнитного поля из (3.20), получим

$$\mathrm{rotrot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{rot}\mathbf{H}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}}=-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{E}[\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}]^2. \qquad (3.21)$$

Откуда следует определение фазовой скорости

$$c_d=\frac{c/\sqrt{\varepsilon\mu}+V}{1+V/(c\sqrt{\varepsilon\mu})}.$$

В плоской волне имеем, продольные компоненты электромагнитного поля равны нулю.

Но это формула, совпадающая с формулой сложения релятивистских скоростей, получена в предположении, что диэлектрик является бесконечным пространством с распространяющейся плоской волной. В случае конечного тела нужно применять формулу (3.18).

По полученному значению фазовой скорости c_d строим решение уравнения эйконала $\sum_{l=1}^{3}(\frac{\partial\tau}{\partial x^l})^2=\frac{1}{c_d^2}$

Определится направление экстремали

$$\frac{d}{ds}(s_l\frac{1}{c_d})-\frac{\partial}{\partial x^l}(\frac{1}{c_d})=0$$

$s_l=\frac{\partial x_l/\partial\sigma}{\sqrt{\sum_{k=1}^{3}(\frac{\partial x_l}{\partial\sigma})^2}};\sum_{k=1}^{3}(\frac{\partial x_l}{\partial\sigma})^2=1$ и значит можно получить уравнение экстремали $x^l=x^l(\sigma)$, которое совпадает с направлением лучей, т.е. зависимость значений координат от длины огибающей. Имеем $\frac{\partial\tau}{\partial x^l}=\frac{\partial\tau}{\partial\sigma}\frac{\partial\sigma}{\partial x^l}$.

Имеем

$$\sum_{l=1}^{3}(\frac{\partial\tau}{\partial x^l})^2=\sum_{l=1}^{3}(\frac{\partial\tau}{\partial\sigma}\frac{\partial\sigma}{\partial x^l})^2=\sum_{l=1}^{3}(\frac{\partial\tau}{\partial\sigma})^2(\frac{\partial\sigma}{\partial x^l})^2=(\frac{\partial\tau}{\partial\sigma})^2=\frac{1}{c_d^2}$$

Метрический интервал равен

$$ds^2=c_d^2d\tau^2-d\sigma^2=c_d^2d\tau^2-(dx^l)^2,\frac{1}{c_d^2}=(\frac{\partial\tau}{\partial x^1})^2+(\frac{\partial\tau}{\partial x^2})^2+(\frac{\partial\tau}{\partial x^3})^2.$$

Возникает идея записывать преобразование Лоренца с фазовой скоростью данного тела.

Можно получить преобразование Лоренца из инвариантности метрического интервала следуя выводу преобразований Лоренца у [14]. Отметим основные моменты этого вывода. Инвариантен метрический интервал

$$\begin{aligned}ds^2&=c_d^2d\tau^2-(dx^1)^2-(dx^2)^2-(dx^3)^2=\\&=c_d'^2d\tau'^2-(dx'^1)^2-(dx'^2)^2-(dx'^3)^2\end{aligned}.$$

При этом связь между штрихованными и не штрихованными координатми дается формулой

$$dx^1 = dx'^1 \cosh\psi + c'_d dt' \sinh\psi \qquad c_d dt = dx'^1 \sinh\psi + c'_d dt' \cosh\psi \,.$$

$$dx^2 = dx'^2, dx^3 = dx'^3 \qquad .$$

Рассмотри движение при условии $dx'^1 = 0$, имеем

$$dx^1 = c'_d dt' \sinh\psi \qquad c_d dt = c'_d dt' \cosh\psi \,.$$

Делим эти два уравнения, имеем

$$\frac{dx^1}{dt} = \frac{V}{c_d} = \tanh\psi \,.$$

Где V, c_d скорости не штрихованной системы координат, относительно штрихованной. Тогда преобразование координат запишется в виде

$$dx^1 = (dx'^1 + c'_d dt' \frac{V}{c_d})\gamma; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c_d^2}}} \qquad c_d dt = (dx'^1 \frac{V}{c_d} + c'_d dt')\gamma \,.$$

Где скорость c_d определяется для двигающейся среды, а скорость c'_d для неподвижной. Формула Лоренца для координат и времени отличается от формулы Лоренца относительно частоты и волнового числа.

$$\omega / C = (\omega' / C' + k'_1 V / C')\gamma; \gamma = 1/\sqrt{1 - V^2 / C'^2}$$
$$k_1 = (k'_1 + \omega' V / C'^2)\gamma; k_2 = k'_2; k_3 = k'_3$$

Если в первой формуле фазовая скорость определена для двигающейся не штрихованной системе координат, то во второй формуле фазовая скорость определена для неподвижной штрихованной системы координат. Штрихованная система координат является неподвижной в силу преобразования Галилея $\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{V}t$, а не штрихованная движется.

Это связано с тем, что метрический интервал для частоты и волнового числа равен

$$d\omega^2 / c_F^2 - (dk^1)^2 - (dk^2)^2 - (dk^3)^2 = 0\,.$$

Он существенно отличается от метрического интервала координат и времени

$$ds^2 = c_F^2 dt^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2\,.$$

Главное отличие, метрический интервал в общем случае не нулевой. Поэтому преобразование Лоренца для разных фазовых скоростей у частоты и волнового числа отличается от преобразования Лоренца у координат и времени даже в случае электромагнитного поля.

Формула для метрического интервала частоты и волнового числа определяет фазовую скорость

$$1/c_F^2 = 1/c_1^2 + 1/c_2^2 + 1/c_3^2\,.$$

Которая используется при выводе преобразований Лоренца для координаты и времени. Так как энергия и импульс имеют не нулевой метрический интервал они преобразуются по формулам координата-время. Векторный и скалярный потенциал имеют не нулевой метрический интервал и преобразуются как координата-время.

Выводы

Преобразование Лоренца в диэлектриках надо использовать с фазовой скоростью, вместо скорости света в вакууме. В каждой системе координат, будет своя фазовая скорость.

Глава 4. Преобразование Лоренца для звуковых волн

Покажем, что звуковые волны описываются уравнением Максвелла и значит для них справедливо преобразование Лоренца с фазовой скоростью звука вместо фазовой скорости света. Приведены ссылки на статью, в которой на основании релятивистской формулы для энергии квазичастиц со скоростью звука, вместо скорости света, вычислены параметры гелия при низкой температуре.

Покажем, что можно определить напряженность электрического и магнитного поля у уравнений звуковых волн гидродинамики. Для этого определим понятие скалярного и векторного потенциала электромагнитного поля. Ротор меняет знак при переходе из правой декартовой системы координат в левую. Это можно доказать, расписав определение ротора в декартовой системе координат и поменяв знак в одном столбце у оператора дифференцирования и этой же компоненте скорости.

$$\nabla_l \times \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & -\mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & -\frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & -V_2 & V_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ V_1 & V_2 & V_3 \end{vmatrix} = -\nabla_r \times \mathbf{V}$$

индекс r соответствует правой системе координат, индекс l левой. Дивергенция знак не меняет. Распишем величину комплексной скорости в виде

$$\mathbf{V} = (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

и подействуем оператором дивергенция на обе части равенства

$$\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 .$$

Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\operatorname{Re}\mathbf{V}, \operatorname{Im}\mathbf{V}$ возьмем левую дивергенцию. Направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. Имеем соотношение $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^*$. Так как в плоскости $\operatorname{Re}\mathbf{V}, \operatorname{Im}\mathbf{V}$ действительная часть не изменит знака, а мнимая часть изменит знак, получим

$$\nabla_r(\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2+\nabla_r(\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2=\nabla_r\mathbf{V}=\nabla_l\mathbf{V}^*=$$
$$=\nabla_l(\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2-\nabla_l(\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2=\nabla_r(\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2-\nabla_r(\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2.$$

Воспользовались тем, что правая и левая дивергенция равны. Откуда получаем $\nabla_r(\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2=0$, и значит, $(\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2=i\cdot\nabla_r\times\mathbf{A}$, т.е. мнимая часть комплексной скорости соленоидальная.

Аналогично расписываем скорость, подействовав оператором ротор

$$\nabla_r\times\mathbf{V}=\nabla_r\times(\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2+\nabla_r\times(\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2,$$

но величину скорости представим в виде $\mathbf{V}=\mathbf{V}_0+\dfrac{\partial\mathbf{A}}{c\partial t}$, а скорость c это скорость возмущения в среде. Условие на мнимую часть $\mathbf{V}$ выполняется. Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\operatorname{Re}\mathbf{V}, \operatorname{Im}\mathbf{V}$ возьмем левый ротор, получим соотношение $\nabla_r\times\mathbf{V}=\nabla_l\times\mathbf{V}^*$. Направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. Так как действительная часть изменит знак, а мнимая часть нет, ($\nabla_l\times=-\nabla_r\times$ и взята комплексно сопряженная часть), имеем

$$\nabla_r\times\mathbf{V}=\nabla_l\times\mathbf{V}^*=\nabla_l\times(\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2-\nabla_l\times(\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2=$$
$$=-\nabla_r\times(\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2+\nabla_r\times(\mathbf{V}-\mathbf{V}^*)/2$$

т.е. получим $\nabla_r\times(\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)=0$. Это соотношение эквивалентно $(\mathbf{V}+\mathbf{V}^*)/2=-\operatorname{grad}\varphi$. Итак, имеем

$$\mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} = -\nabla\varphi + i\cdot\nabla\times\mathbf{A}$$
$$\mathbf{V}_0^* + \frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} = -\nabla\varphi - i\cdot\nabla\times\mathbf{A}.$$

Эта формула другая формулировка факта, что вектор можно представить в виде суммы градиентной части и соленоидальной части. Из этого равенства имеем

$$\mathbf{V}_0 = -\frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} - \nabla\varphi + i\cdot\nabla\times\mathbf{A} = \mathrm{E} + i\mathrm{H}$$
$$\mathbf{V}_0^* = -\frac{\partial \mathbf{A}}{c\partial t} - \nabla\varphi - i\cdot\nabla\times\mathbf{A} = \mathrm{E} - i\mathrm{H}.$$

Так как скорость в газе подчиняется волновому уравнению, напряженность «электрического» и «магнитного» поля подчиняется волновому уравнению. Частным решением двух волновых уравнений являются уравнения Максвелла для свободного пространства. Эти частные решения являются и общими решениями для свободного пространства. В самом деле, добавка произвольной функции в уравнения Максвелла для свободного пространства, приведет к волновому уравнению с добавочными функциями относительно уравнения свободного пространства.

Отметим, комплексный характер массовой скорости ударной волны, а значит и для волны малой интенсивности. В самом деле, согласно известной формуле перепада давления до p_1 и после p_2 фронта ударной волны имеем см. [5]

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma+1}M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} = 1 + \frac{4\gamma}{\gamma+1}\frac{\Delta a_1}{c_1}, M_1 = 1 + \frac{\Delta a_1}{c_1}. \quad (1.1)$$

откуда имеем формулу для перепада давления в волне малой интенсивности в газе

$$\Delta p = \rho_1 c_1 \Delta a_1 \frac{4\gamma}{\gamma+1}; \gamma = \frac{c_p}{c_V}.$$

Эта формула множителем отличается от известной формулы между перепадом давления и массовой скоростью Δa_1 в звуковой волне. Значит формула (1.1) не переходит в известную формулу для звуковой волны и, следовательно, определение формулы для звуковой волны надо изменить, перейдя в комплексную плоскость. Замена осуществляется по формуле

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{c_1 + \Delta a_{\mathrm{Re}} + i\Delta a_{\mathrm{Im}}}{c_1} = 1 + \frac{\Delta a_{\mathrm{Re}} \exp(i\alpha)}{c_1} \sqrt{1 + (\frac{\Delta a_{\mathrm{Im}}{}^2}{\Delta a_{\mathrm{Re}}})^2}\ .$$

Откуда следует формула $\Delta p = \rho c_1 \Delta a_{\mathrm{Re}} \exp(i\alpha) \sqrt{1 + (\frac{\Delta a_{\mathrm{Im}}}{\Delta a_{\mathrm{Re}}})^2}$. Имеется рассогласование между фазой величины перепада давления и скорости. Отношение мнимой части массовой скорости к действительной части является константой $\frac{\Delta a_{\mathrm{Im}}}{\Delta a_{\mathrm{Re}}} = \sqrt{\frac{15\gamma^2 - 2\gamma - 1}{(\gamma+1)^2}}$ вдоль направления распространения, значит мнимая часть больше и энергия звуковой волны отрицательна. Откуда запаздывание перепада давления и массовой скорости равно $\alpha = \arg(\Delta a_{\mathrm{Re}} + i\Delta a_{\mathrm{Im}}) = \arctan \sqrt{\frac{15\gamma^2 - 2\gamma - 1}{(\gamma+1)^2}}$.

Используя только продольные звуковые волны, удалось сконструировать поперечные напряженности звукового поля.

Получается, что так как потенциалы и напряженности уравнения Максвелла инвариантны относительно преобразования Лоренца, введенные звуковые потенциалы и напряженности волн, инварианты относительно преобразования Лоренца. Но инвариантность параметров, описывающих звуковые волны, относительно преобразования Лоренца следует из волнового уравнения, которому подчиняются звуковые волны. В самом деле решение в виде плоской волны содержит инвариант – фазу решения $\exp[\,i(\mathbf{kr} - \omega t)]$, которая является сверткой двух четырех векторов, которые инвариантны относительно преобразования Лоренца звуковых волн.

В книге [5], звуковая волна описана как удовлетворяющая преобразованию координат Галилея. Автоматически следует не релятивистское правило сложения скоростей. Опишем ее в пространстве Минковского.

Имеем неподвижную систему координат K''. Пусть имеем звук, принимаемый наблюдателем с частотой ω' в системе координат K' двигающейся со скоростью $-U'$. Кроме того, имеем двигающийся источник со скоростью $-U$ в том же направлении, излучающий звуковой сигнал с частотой ω в системе отсчета K. Тогда имеем преобразование Лоренца с переменной фазовой скоростью системы координат K и системы координат K'

$$\frac{\omega - k_x U}{\sqrt{1-U^2/c_F^2}} = \frac{\omega' - k'_x U'}{\sqrt{1-U'^2/c_F'^2}} = \omega'',$$

где $\frac{k_x}{k} = \cos\theta$. Тогда имеем связь между частотами излучателя и наблюдателя

$$\frac{(1-\frac{U'}{c'_F}\cos\theta')\sqrt{1-U^2/c_F^2}}{(1-\frac{U}{c_F}\cos\theta)\sqrt{1-U'^2/c_F'^2}} = \frac{\omega'}{\omega}$$

Не релятивистские формулы приведены в [1] формула (68.4) и (68.5). В не релятивистских формулах квадратный корень равен единице и фазовая скорость совпадает со скоростью звука при неподвижном наблюдателе и источнике. Не релятивистские формулы имеют вид

$$\frac{1-\frac{U'}{c_s}\cos\theta'}{1-\frac{U}{c_s}\cos\theta} = \frac{\omega'}{\omega}$$

Исследуем формулу сложения скоростей и покажем, что при переменной фазовой скорости она близка к формуле сложения скоростей Галилея

$$\frac{u}{c_F}=\frac{u'/c'_F+v/c_F}{1+u'v/(c'_F c_F)}. \qquad (4.1)$$

При малой скорости системы отсчета, получим малое изменение фазовой скорости, и соотношение $u=(u'+v)\{1+O[u'v/(c'_F c_F)]\}$ Галилея. Полагая в последнем равенстве предельный случай скорости, равной фазовой скорости звука $u'=c'_F$ тогда имеем $u=(u'+v)[1+O(v/c_F)]$ В промежуточном случае получим промежуточный результат, почти совпадающий с формулой сложения Галилея. Проверка формулы (4.1) осуществлялась при малой скорости системы отсчета, скорости ветра и почти совпала с формулой сложения скоростей Галилея.

Групповая скорость вычислена в [5]

$$\frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{k}}=c\frac{\mathbf{k}}{k}+\mathbf{u}, \qquad (4.2)$$

формула (68.2). Эта формула получена из принципа относительности Галилея и естественно является не релятивистской. При постоянной скорости среды $\mathbf{U}$ фазовая скорость является константой. Фазовая скорость равна

$$\frac{\omega^2}{c_F^2}=k^2=\frac{\omega^2}{c_1^2}+\frac{\omega^2}{c_2^2}+\frac{\omega^2}{c_3^2}, \qquad (4.3)$$

где волновой вектор инвариантен относительно поворотов в данной инерциальной системе координат, т.е. его модуль является константой в ней. Если вектор является одинаковым при поворотах системы координат, то его модуль одинаков в любом направлении. Является константой и фазовая скорость, если скорость движения среды постоянна. В двигающейся системе координат, это другая скорость.

Если в случае звука, приращение скорости среды в звуковой волне в частности определяется по формуле $\Delta U=\Delta p/\rho c_s$, где величины $\rho,\Delta p$ это плотность среды и приращение давления в звуковой волне, то в световой волне приращения скорости среды нет, поэтому нет ударных световых волн. Метрический интервал звуковой волны сохраняется с фазовой скоростью звука (локально фазовая скорость звука является константой при повороте системы координат)

$$ds^2 = c_F^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 .$$

Справедливо преобразование Лоренца с разными фазовыми скоростями в разных системах координат.

$$dx^1 = \frac{dx'^1 + c'_F dt' V / c_F}{\sqrt{1 - V^2 / c_F^2}}, c_F dt = \frac{c'_F dt' + \frac{V dx'^1}{c_F}}{\sqrt{1 - V^2 / c_F^2}},$$
$$dy' = dy; dz' = dz$$

где величины c'_F фазовые скорости в двигающихся системах со скоростью V

Скорости складываются по формуле

$$\frac{U_x}{c_F} = \frac{U'_x / c'_F + V / c_F}{1 + U'_x V / (c'_F c_F)}; \frac{U_y}{c_F} = \frac{U'_y \sqrt{1 - V^2 / c_F^2} / c'_F}{1 + U'_x V / (c'_F c_F)}; \frac{U_z}{c_F} = \frac{U'_z \sqrt{1 - V^2 / c_F^2} / c'_F}{1 + U'_x V / (c'_F c_F)}. \quad (4.4)$$

Величина скорости, которую нужно подставлять в преобразование Лоренца в не штрихованной системе координат, равна $C = c_F$.

Справедливо правило сложения волновых чисел $k_l = (k'_l + \omega V_l / c'^2_F)\gamma$ с точностью до отношения скорости волны к скорости света. Модуль волнового числа является инвариантом при поворотах системы координат. Значит фазовая скорость, как величина, удовлетворяющая (4.3) является константой в данной системе координат. В преобразовании Лоренца надо использовать фазовую скорость. В опыте Физо используется две разные скорости потока, и, следовательно, две разные фазовые скорости, поэтому получилось запаздывание. В опыте Майкельсона используется одна фазовая скорость, соответствующая скорости Земли, поэтому запаздывания нет. Волновой вектор складывается по релятивистским правилам сложения скоростей с фазовой скоростью света.

Существенная часть скорости волны для интерференции образуется в двух антипараллельных направлениях. Если имеется одна скорость среды, путем перехода в другую инерциальную систему координат может быть обращена в ноль. Фазовая скорость имеет постоянный модуль, так как модуль волнового числа постоянен. В силу изотропности пространства в одной системе координат, оно сохранит свою изотропность в другой инерциальной системе координат, т.е. фазовая скорость одна, и она определяется по формуле (4.6). В случае непрерывной скорости среды, будет одна непрерывная фазовая скорость.

$$\frac{1}{c_F'^2} = [(\frac{1}{c_1'} + \frac{V}{c^2})^2 + (\frac{1}{c_1'} - \frac{V}{c^2})^2]/2 + \frac{1}{c_2'^2} + \frac{1}{c_3'^2} = \\ = \frac{1}{c_1'^2} + \frac{V^2}{c^4} + \frac{1}{c_2'^2} + \frac{1}{c_3'^2} \tag{4.6}$$

Пусть имеется две антипараллельные скорости среды у двух разнесенных тел, в каждом теле скорости электромагнитной волны противоположны. За счет сложения скоростей не удастся добиться нулевой скорости. Не существует системы координат, в которой пространство изотропно. Имеется два разных по модулю волновых вектора. Формула для двух разных волновых векторов (4.7)

$$\frac{1}{c_{F1}'^2}=(\frac{1}{c_1'}+\frac{V}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2}=\frac{1}{c_1'^2}+\frac{2V}{c_1'\,c^2}+(\frac{V}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2}$$
$$\frac{1}{c_{F2}'^2}=(\frac{1}{c_1'}-\frac{V}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2}=\frac{1}{c_1'^2}-\frac{2V}{c_1'\,c^2}+(\frac{V}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2}. \quad (4.7)$$

Взаимодействие волнового числа со скоростью носит нелинейный характер.

В случае N скоростей сред имеется N не обращающихся в ноль скоростей среды, следовательно, N не равных по модулю волновых вектора, и значит N фазовых скоростей. Или в случае непрерывного изменения скорости среды и по крайней мере при одном скачке скорости, считать надо по формуле (4.8) и имеется N непрерывных фазовых скоростей.

$$\frac{1}{c_{FV_k}'^2}=(\frac{1}{c_1'}+\frac{V_k}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2}=\frac{1}{c_1'^2}+\frac{2V_k}{c_1'\,c^2}+(\frac{V_k}{c^2})^2+\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2};k=1,...,N \quad (4.8)$$

При обнулении одной скорости остальные скорости будут не нулевые и имеется возможность определить относительные скорости. Так в опыте Физо, можно определить относительную скорость двух сред имеется произвольная система координат с малой скоростью, поэтому одна скорость в опыте Физо произвольна, и определяется относительная скорость двух сред. Проведя интерференцию относительно нулевой скорости среды всех остальных фазовых скоростей для сред с не нулевой постоянной скоростью можно определить разность $\frac{2V_k}{c_1'\,c^2}+(\frac{V_k}{c^2})^2=\frac{1}{c_{FV_k}'^2}-\frac{1}{c_{F0}'^2}$, а по ней и относительную скорость среды.

$$\frac{V_k}{c^2}=-\frac{1}{c_1'}+\sqrt{(\frac{1}{c_1'})^2+\frac{1}{c_{FV_k}'^2}-\frac{1}{c_{F0}'^2}}=-\frac{1}{c_1'}+\sqrt{\frac{1}{c_{FV_k}'^2}-\frac{1}{c_2'^2}-\frac{1}{c_3'^2}};\frac{1}{c_{FV_k}'^2}\ge\frac{1}{c_2'^2}+\frac{1}{c_3'^2}$$

В частности, используя световой сигнал в параллельных кабелях в разных направлениях, можно определить их относительную скорость, делением на два которой можно определить скорость относительно абсолютной системы отсчета. Абсолютная система отсчета в случае нелинейной среды, описываемой нелинейным уравнением Навье-Стокса, соответствует среде, которая на бесконечности неподвижна. Наше четырехмерное пространство плоское, поэтому бесконечность среды существует. Если же пространство окажется не плоским, то существуют области в этом пространстве, которыми заполнен эфир, и эти области имеют бесконечность радиуса. Как в случае земли имеется атмосфера, заполненная воздухом, так и в случае пространства, имеются области, заполненные частицами вакуума. Скорость области, в которой находится Солнечная система, можно определить.

Для подтверждения правильности релятивистских формул для энергии тела со скоростью звука вместо скорости света в [6] были определены параметры энергетического спектра жидкого гелия, приведенные в книге [7], как эмпирические см. [7] формула (22.7). Энергия системы считается с учетом релятивистских эффектов для звуковой волны $\varepsilon_n = \frac{m_p c_s^2}{\sqrt{1 - V_n^2 / c_s^2}}$. Эта формула приведена в [8], как учитывающая влияние среды на массу тела. Где величина c_s скорость звука, V_n скорость квазичастицы в звуковой волне в неподвижной среде. Рассматриваются массы тела больше массы Планка, поэтому применяются релятивистские формулы для энергии частицы со скоростью звука. Величина m_p масса протона. Эффективная масса в жидкости описывается по формуле

$$(\frac{1}{m^*})_{pq} = \frac{\partial^2}{\hbar^2 \partial k_p \partial k_q} \varepsilon(\hbar \mathbf{k}) .$$

Где величина $\varepsilon(\hbar\mathbf{k})$ энергия системы. В релятивистском приближении собственное значение эффективной массы считается по формуле

$$(\frac{1}{m^*})_{pq} = \frac{\partial^2}{m^2 \partial V_q \partial V_p} \frac{mc_s^2}{\sqrt{1-V^2/c_s^2}} = \frac{\partial}{\partial V_q} \frac{V_p}{m(1-V^2/c_s^2)^{3/2}} = \\ = \frac{1}{m}[\frac{\delta_{pq}}{(1-V^2/c_s^2)^{3/2}} + \frac{3V_p V_q}{c_s^2(1-V^2/c_s^2)^{5/2}}].$$

Параметры жидкого гелия имеют следующие значение см. [7] формула (22.7).

$$u = 2.4 \cdot 10^4 cm/s; \Delta = 8.7°K; p_0/\hbar = 1.9 \cdot 10^8 cm^{-1}; m^* = 0.16 m(He^4).$$

Это правильное вычисление параметров жидкого гелия подтверждает правильность релятивистской формулы для энергии частицы.

Но как же производить измерения расстояний и времени, если с помощью звуковых и электромагнитных волн они измеряются неправильно. Так расстояние в двигающейся системе отсчета можно мерить с помощью радара, но вводить поправку на искажение расстояний, измеренных с помощью звуковых и электромагнитных волн. Учитывать скорость объекта при замере в двигающейся системе отсчета с помощью звуковых и электромагнитных волн, определяя биологическое собственное время, которое течет неизменно. При таком определении пространства-времени понятие центра инерции обретет новый смысл. Оно не будет находиться в разных точках тела в разных системах отсчета, а будет совпадать с определенной в собственной системе отсчета координате.

Выводы

Доказано, что звуковые волны подчиняются уравнению Максвелла. На этом основании можно утверждать, что для них справедливо преобразование Лоренца со скоростью звука, вместо скорости света. Были вычислены релятивистские со скоростью звука значения изменения частоты при Доплер эффекте. Показано, что релятивистские формулы Доплер эффекта не противоречивы, а не релятивистские противоречивы. Приведен пример статьи, в которой с использованием релятивистской формулы со скоростью звука, вместо скорости света, вычислены параметры энергетического спектра гелия. В книге [7], эти параметры не удалось определить, и они приведены как эмпирические.

Глава 5 Парадокс близнецов

Кроме метрического интервала электромагнитных волн существует метрический интервал звуковых волн, с использованием фазовой скорости звуковых волн, разной в разных системах координат. В случае двигающейся среды фазовая скорость звуковых волн складывается со скоростью среды по релятивистским формулам. Для предотвращения бесконечной формулы для возмущения, надо скорости складывать скорость звука в неподвижной среде со скоростью среды по релятивистской формуле сложения скоростей.

Обратимся к автору СТО, что он пишет о сокращении времени и расстояния. «Вопрос о том, реально ли лоренцево сокращение или нет, не имеет смысла. Сокращение не является реальным, поскольку оно не существует для наблюдателя, движущегося вместе с телом; однако оно реально, так как оно может быть принципиально доказано физическими средствами для наблюдателя, не движущегося вместе с телом» см. [15]. Я это объясняю так, при измерении с помощью звуковых или электромагнитных волн можно получить запаздывание времени в двигающейся согласно терминологии Эйнштейна системе координат. В собственной системе координат время и расстояние не сокращаются.

Существует преобразование Лоренца для звуковых волн с использованием фазовой скорости звука. Время и расстояние изменяются в двигающейся системе координат, только если использовать для измерения звуковые волны. Собственное время в двигающейся и неподвижной системе координат течет одинаково. Двигающийся и неподвижный близнец по собственному времени проживет одинаковый интервал. При массе тела много меньше массы Планка надо использовать преобразование Лоренца с фазовой скоростью света, а в противном случае с фазовой скоростью звука, в промежуточном случае надо интерполировать. По времени, вычисленному с помощью световой и звуковой волны двигающийся в данной системе координат близнец проживет больший интервал, чем неподвижный. Биологический ход времени определяется по собственному времени, так как ускорение времени, это свойство измерения с помощью звуковых или электромагнитных волн, а собственное время в разных системах отсчета одинаково. Кроме того, для массивных тел не наблюдалось ускорение времени в двигающейся системе координат. А оно должно быть существенным.

Физики в начале двадцатого века отказались от понятия эфира, так как скорость света в движущейся системе координат оказалась постоянной в перпендикулярных направлениях. Фазовая скорость равна

$$\frac{\omega^2}{c_F^2} = k^2 = \frac{\omega^2}{c_1^2} + \frac{\omega^2}{c_2^2} + \frac{\omega^2}{c_3^2}, \tag{5.1}$$

где волновой вектор инвариантен относительно поворотов в данной инерциальной системе координат, т.е. его модуль является константой в ней. Является константой и фазовая скорость, если скорость движения среды постоянна.

Величина скорости, которую нужно подставлять в преобразовании Лоренца в не штрихованной системе координат, равна $C = c_F$.

5.1 Вычисление фазовой скорости в случае уравнений гидродинамики

Вычислим величину фазовой скорости. Запишем уравнения гидродинамики

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho V_l}{\partial x_l}=0$$
$$\rho(\frac{\partial V_l}{\partial t}+V_k\frac{\partial V_l}{\partial x_k})=-\frac{\partial p(\rho)}{\partial x^l}.$$

Докажем, что уравнение Эйлера не инвариантно относительно преобразований Галилея. Для чего подставим значение скорости в штрихованной и не штрихованной системе координат при неизменном давлении $p=p'$, получим два уравнения

$$\rho(\frac{\partial V_l}{\partial t}+V_k\frac{\partial V_l}{\partial x_k})=-\frac{\partial p(\rho)}{\partial x^l}$$
$$\rho(\frac{\partial(V_l'+u_l)}{\partial t}+(V_k'+u_k)\frac{\partial(V_l'+u_l)}{\partial x_k})=-\frac{\partial p(\rho)}{\partial x^l}. \qquad (5.2)$$

Должно получится уравнение для штрихованной системы координат

$$\rho(\frac{\partial V_l'}{\partial t}+V_k'\frac{\partial V_l'}{\partial x_k})=-\frac{\partial p'(\rho')}{\partial x^l} \qquad (5.3)$$

Вычтем из второго уравнения (5.2), учитывая, что $u_k=const$, уравнение (5.3), получим

$$u_k\frac{\partial V_l'}{\partial x_k}=-\frac{\partial p(\rho)}{\partial x^l}+\frac{\partial p'(\rho')}{\partial x^l}=0.$$

Штрихованные и не штрихованные давление и плотность совпадают в случае преобразования Галилея. Выбираем систему координат, где скорость системы координат имеет одну компоненту. Тогда она должна равняться нулю. Получается, что две системы отсчета совпадают, так как их относительная скорость u_k равна нулю.

. Далее следует стандартный пассаж: пусть среда однородна $\rho(\mathbf{r},t)=\rho_0$ и движется с постоянной скоростью $\mathbf{V}(\mathbf{r},t)=\mathbf{V}_0$. (Нетрудно видеть, что такая пара $\rho, \mathbf{V}$ является решением уравнений.) Рассмотрим малые возмущения этого состояния, то есть положим

$$\rho(\mathbf{r},t) = \rho_0 + \rho_1(\mathbf{r},t)$$
$$\mathbf{V}(\mathbf{r},t) = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1(\mathbf{r},t)$$

подставим в уравнения и сохраним в них только линейные по малым добавкам $\rho_1(\mathbf{r},t), \mathbf{V}_1(\mathbf{r},t)$ члены. При малых добавках к скорости справедлива формула сложения скоростей Галилея в линейном приближении для преобразования Лоренца. Получим

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + V_{0k}\frac{\partial \rho_1}{\partial x_k} + \rho_0 \frac{\partial V_{1l}}{\partial x_l} = 0$$
$$\rho_0 \left(\frac{\partial V_{1l}}{\partial t} + V_{0k}\frac{\partial V_{1l}}{\partial x_k}\right) = -c^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial x^l}$$

где $c^2 = \dfrac{\partial p}{\partial \rho}$ - квадрат скорости звука. Например, для идеального газа, подставляя уравнение адиабаты, получаем $c^2 = \gamma \dfrac{p}{\rho}$.

До "волнового уравнения" остается один шаг: нужно продифференцировать одно из уравнений - первое или второе - с помощью оператора $\dfrac{\partial}{\partial t} + V_{0k}\dfrac{\partial}{\partial x_k}$ и воспользоваться оставшимся. Например, подействуем оператором $\dfrac{\partial}{\partial t} + V_{0k}\dfrac{\partial}{\partial x_k}$ на первое уравнение и подставляя $\dfrac{\partial V_{1l}}{\partial t} + V_{0k}\dfrac{\partial V_{1l}}{\partial x_k}$ из второго, получим

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V_{0k}\frac{\partial}{\partial x_k}\right)^2 \rho_1 = c^2 \Delta \rho_1$$

подействуем оператором $\frac{\partial}{\partial t}+V_{0k}\frac{\partial}{\partial x_k}$ на второе уравнение и подставляя $\frac{\partial \rho_{1l}}{\partial t}+V_{0k}\frac{\partial \rho_{1l}}{\partial x_k}$ из первого, получим

$$(\frac{\partial}{\partial t}+V_{0k}\frac{\partial}{\partial x_k})^2 V_{1l}=c^2\Delta V_{1l}$$

Так как коэффициенты этого уравнения являются константы, то проводя оператор, имеющий вид квадратичной форм

$$(\frac{\partial}{\partial x_0}+\frac{V_{0k}}{c}\frac{\partial}{\partial x_k})^2-\Delta$$

к диагональному виду, получим волновое уравнение относительно вектора.

Стоит задача приведения квадратичной формы

$$y_0^2+\frac{2V_l}{c}y_l y_0+\frac{V_l V_k}{c^2}y_l y_k-(y_1^2+y_2^2+y_3^2)=a_{lk}y_l y_k\,.$$

К диагональному виду. Где $y_0=\frac{\partial}{\partial x_0}, y_l=\frac{\partial}{\partial x_l}$. Полагаем $y_l=g_{l\alpha}z_\alpha$. Для этого необходимо найти собственные числа и собственные векторы линейного преобразования a_{lk}

$$\begin{gathered}|a_{lk}-\lambda_\alpha\delta_{lk}|=0\\(a_{lk}-\lambda_\alpha\delta_{lk})g_{k\alpha}=0\end{gathered}.$$

Тогда квадратичная форма приводится к виду ($z_\alpha=\frac{\partial}{\partial z_\alpha}$)

$$a_{lk}y_l y_k=\lambda_\alpha(\sum_{l=0}^{3}g_{\alpha l}^{-1}g_{l\alpha})z_\alpha^2\,.$$

Тогда волновое уравнение приводится к виду

$$\lambda_\alpha(\sum_{l=0}^{3} g_{\alpha l}^{-1} g_{l\alpha})\frac{\partial^2 \mathbf{V}_1}{\partial z_\alpha^2} = 0 .$$

Вводя новые переменные по формуле

$$\xi_m = \frac{z_m \sqrt[4]{\sum_{k=1}^{3}[\lambda_k(\sum_{l=0}^{3} g_{kl}^{-1} g_{lk})]^2/3}}{\sqrt{-\lambda_m(\sum_{l=0}^{3} g_{ml}^{-1} g_{lm})}}, m = 1,2,3.$$

Тогда волновое уравнение переходит в уравнение

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}_1}{\partial \tau^2} = c_s^2 \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{3}(\lambda_k \sum_{l=0}^{3} g_{kl}^{-1} g_{lk})^2/3}}{\lambda_0 \sum_{l=0}^{3} g_{0l}^{-1} g_{l0}} \sum_{m=1}^{3} \frac{\partial^2 \mathbf{V}_1}{\partial \xi_m^2}; d\tau = dz_0 / c_s /$$

Так как три собственных числа этого преобразования отрицательны, а одно положительно, временная координата связана с положительным собственным числом, а пространственные координаты с отрицательным, при этом все растянутые координаты действительные.

Вычислим собственные числа этого преобразования

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & V_{01}/c & V_{02}/c & V_{03}/c \\ V_{01}/c & -1-\lambda & V_{01}V_{02}/c^2 & V_{03}V_{01}/c^2 \\ V_{02}/c & V_{01}V_{02}/c^2 & -1-\lambda & V_{03}V_{02}/c^2 \\ V_{03}/c & V_{01}V_{03}/c^2 & V_{02}V_{03}/c^2 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Вычислим значение этого определителя, разложив по первой строке до второго порядка малости

$$-(1-\lambda)(1+\lambda)^3 - (V_{01}^2 + V_{02}^2 + V_{03}^2)(1+\lambda)^2/c^2 = 0 .$$

Получим два приближенных уравнения

$$\lambda^2 - 1 - (V_{01}^2 + V_{02}^2 + V_{03}^2)/c^2 = 0$$
$$(1+\lambda)^2 = 0$$
.

Откуда имеем приближенные собственные числа $\lambda_{0,1} = \pm\sqrt{1 + (V_{01}^2 + V_{02}^2 + V_{03}^2)/c^2}$; $\lambda_{3,4} = -1$. Собственные векторы этой матрицы равны $g_{k\alpha} = \delta_{k\alpha}$. Откуда имеем значение фазовой скорости

$$c_F^2 = c_s^2 \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{3}[\lambda_k(\sum_{l=0}^{3} g_{lk})^2]^2/3}}{\lambda_0(\sum_{l=0}^{3} g_{l0})^2} = c_s^2\sqrt{(1+2/\lambda_0^2)/3} \qquad (5.4)$$

Но полученное выражение для фазовой скорости справедливо для не релятивистского движения. При использовании релятивистских уравнений движения с использование скоростью звука, получаем формулу из [5], (154.14) и волновое уравнение выглядит таким образом

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial x_0^2} = \sum_{m=1}^{3} \frac{\partial^2 p_1}{\partial x_m^2} \qquad (5.5)$$

Но это уравнение в системе координат, где среда неподвижна. Волновое уравнение при произвольной скорости среды описывается преобразованием Лоренца с фазовой скоростью c_F. При условии $\rho = \varepsilon / c_s^2$ получаем волновое уравнение не релятивистское.

Рассмотрим случай двигающейся среды. Тензор энергии-импульса равен

$$T_i^k = g_{il} w u^l u^k - p\delta_i^k, w = e + p .$$

Уравнение Навье-Стокса запишется в виде $\frac{\partial T_i^k}{\partial x^k} = 0$. Подставим в это уравнение тензор энергии-импульса, получим

$$g_{il}(u^l u^k \frac{\partial w}{\partial x^k} + w\frac{\partial u^l u^k}{\partial x^k}) = \frac{\partial p}{\partial x^i}.$$

Разделим на величину тепловой функции

$$w = e + p = 4p + \rho c_F^2 (\sqrt{1 - V^2 / c_F} + \frac{1}{\sqrt{1 - V^2 / c_F^2}}) =$$
$$= 4p + \rho c_F^2 (\frac{1}{\sqrt{1 + \sum_{l=1}^{3} u_l^2}} + \sqrt{1 + \sum_{l=1}^{3} u_l^2}) .$$

для единичного объема. Справедливо также уравнение неразрывности $\frac{\partial(\rho u^l)}{\partial x^l} = 0$.

Запишем уравнения относительно малых возмущений, и продифференцируем по координате.

$$g_{li} u_0^l u_0^k \frac{\partial^2 w_1}{w_0 \partial x_i \partial x^k} + \frac{\partial^2 u^l u^k}{\partial x^l \partial x^k} = -\frac{\partial^2 p_1}{w_0 \partial x_i \partial x^i}.$$

Сделаем предположение при условии $u^k = u_0^k + u_1^k ; u_1^k / c_s << 1, u_0^k = const$, $p = p_0 - p_1, w = w_0 + w_1, w_1 = e_1 - p_1$

$$\frac{\partial u^l u^k}{\partial x^l \partial x^k} = u_0^l \frac{\partial^2 u_1^k}{\partial x^l \partial x^k} + u_0^k \frac{\partial^2 u_1^l}{\partial x^l \partial x^k} = 0. \qquad (5.6)$$

Получим уравнение

$$u_0^l u_0^k \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^l \partial x^k} = -\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^i \partial x_i}. \qquad (5.7)$$

В случае неподвижной среды $u_0^l = (1,0,0,0)$, получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 e_1}{\partial (x^0)^2} = \Delta p_1.$$

Используя $e_1 = (\frac{\partial \varepsilon}{\partial p})_s p_1$, получаем уравнение (5.5). Что оправдывает сделанное допущение (5.6). При этом уравнение (5.7) надо привести к диагональному виду, используя $w_1 = e_1 - p_1 = [(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p})_s - 1] p_1$. Чтобы величина приращения тепловой функции была бесконечно малой приращение давления должно быть отрицательным, так как величина $(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p})_s$ конечная и положительная. Величина приращения плотности при малых скоростях $\rho_1 = \varepsilon_1 / c_s^2$, значит для условия $u_0^l = (1,0,0,0)$ имеем для приращений $w_1 = 0, e_1 = p_1$. При конечной скорости среды $w_1 \neq 0$, а является малым приращением

$$g_{li} u_0^l u_0^k [(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p})_s - 1] \frac{\partial^2 p_1}{\partial x_i \partial x^k} = [(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p})_s - 1](u_0^l \frac{\partial}{\partial x^l})^2 p_1 = -\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^i \partial x_i} \qquad (5.8)$$

Стоит задача приведения квадратичной формы

$$u_0^l u_0^k [(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p})_s - 1] y_l y_k + (y_0)^2 - (y_1)^2 - (y_2)^2 - (y_3)^2 = a_{lk} y_l y_k .$$

К диагональному виду. Где $y_0 = \frac{\partial}{\partial x^0}, y_l = \frac{\partial}{\partial x^l}$. Полагаем $y_l = g_{l\alpha} z_\alpha$. Для этого необходимо найти собственные числа и собственные векторы линейного преобразования a_{lk}

$$\begin{gathered} |a_{lk} - \lambda_\alpha \delta_{lk}| = 0 \\ (a_{lk} - \lambda_\alpha \delta_{lk}) g_{k\alpha} = 0 \end{gathered}.$$

Тогда квадратичная форма приводится к виду ($z_\alpha = \frac{\partial}{\partial z^\alpha}$)

$$a_{lk} y_l y_k = \lambda_\alpha (\sum_{l=0}^{3} g_{l\alpha})^2 z_\alpha^2 .$$

Тогда волновое уравнение приводится к виду

$$\lambda_\alpha(\sum_{l=0}^{3} g_{l\alpha})^2 \frac{\partial^2 \mathbf{V}_1}{\partial(z^\alpha)^2} = 0\,.$$

Вводя новые переменные по формуле

$$\xi_m = \frac{z_m \sqrt[4]{\sum_{k=1}^{3}[\lambda_k(\sum_{l=0}^{3} g_{lk})^2]^2/3}}{\sqrt{-\lambda_m(\sum_{l=0}^{3} g_{lm})^2}}, m = 1,2,3\,. \tag{5.9}$$

Тогда волновое уравнение переходит в уравнение

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}_1}{\partial \tau^2} = c_s^2 \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{3}[\lambda_k(\sum_{l=0}^{3} g_{lk})^2]^2/3}}{\lambda_0(\sum_{l=0}^{3} g_{l0})^2} \sum_{m=1}^{3} \frac{\partial^2 \mathbf{V}_1}{\partial \xi_m^2}; d\tau = dz_0 / c_s \tag{5.10}$$

Где величина $c_F^2 = c_s^2 \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{3}[\lambda_k(\sum_{l=0}^{3} g_{lk})^2]^2/3}}{\lambda_0(\sum_{l=0}^{3} g_{l0})^2}$ фазовая скорость. При этом преобразование Лоренца запишется в виде

$$\begin{gathered} \xi_1 = \frac{\xi_1' + c_F' \tau' V / c_F}{\sqrt{1 - V^2 / c_F^2}} \\ c_F \tau = \frac{c_F \tau' + \xi_1' V / c_F'}{\sqrt{1 - V^2 / c_F^2}}\,. \\ \xi_2 = \xi_2', \xi_3 = \xi_3' \end{gathered}$$

Где скорость системы отсчета направлена вдоль координаты ξ_1.

Определим уравнение по вычислению собственных чисел этого преобразования

$$\begin{vmatrix} U_0^{00}+1-\lambda & U_0^{01} & U_0^{02} & U_0^{03} \\ U_0^{10} & U_0^{11}-1-\lambda & U_0^{12} & U_0^{13} \\ U_0^{20} & U_0^{21} & U_0^{22}-1-\lambda & U_0^{23} \\ U_0^{30} & U_0^{31} & U_0^{32} & U_0^{33}-1-\lambda \end{vmatrix} = 0, U_0^{ik} = u_0^i u_0^k[(\frac{\partial\varepsilon}{\partial p})_s - 1]$$

Вычислим значение этого определителя до второго порядка малости

$$(U_0^{00}+1-\lambda)\prod_{l=1}^{3}(U_0^{ll}-1-\lambda)-(U_0^{01})^2(U_0^{22}-1-\lambda)(U_0^{33}-1-\lambda)+$$
$$-(U_0^{02})^2(U_0^{11}-1-\lambda)(U_0^{33}-1-\lambda)-(U_0^{03})^2(U_0^{22}-1-\lambda)(U_0^{33}-1-\lambda)=0$$

В случае малых скоростях движения среды, учитывая соотношения $U_0^{ll} << 1$, получим уравнение

$$-(1-\lambda)(1+\lambda)^3-[(U_0^{01})^2+(U_0^{02})^2+(U_0^{03})^2](1+\lambda)^2=0\,.$$

Откуда имеем

$$\lambda_{0,1}=\pm\sqrt{1+(U_0^{01})^2+(U_0^{02})^2+(U_0^{03})^2}, \lambda_{3,4}=-1$$

Решая это уравнение 4 степени, получаем 4 собственных значения. Необходимо также найти собственные векторы этого преобразования. Тогда по формуле (5.10) найдем волновое уравнение с фазовой скоростью.

Построив преобразование Лоренца для звуковых волн можно получить преобразование Галилея для звуковых волн. Преобразования Галилея реализуются для массивных тел в случае скорости тела, меньшей фазовой скорости звука. При приближении к фазовой скорости звука у массивных тел начинаются проблемы с преодолением скорости звука.

Релятивистское уравнение Навье-Стокса содержит в формуле для внутренней энергии единицы объема два члена

$$w = e + p = \frac{\rho c_F^2}{\sqrt{1 - V^2 / c_F^2}} = p + \frac{E^2 + H^2}{8\pi} = \frac{\rho c_F^2}{\sqrt{1 - V^2 / c_F^2}} + p + \varepsilon = \\ = 4p + \rho c^2 (\sqrt{1 - V^2 / c_F} + \frac{1}{\sqrt{1 - V^2 / c_F^2}}) \quad , \qquad (5.11)$$

где $\varepsilon = \hbar\omega / \Delta V$ энергия единицы объема электромагнитного поля. Первый член описывает материю, а второй член электромагнитное поле.

Возможно два способа построения уравнения Навье-Стокса. Способ учитывающий энергию поля и материи. Или два отдельных уравнения Навье-Стокса, одно описывающие материю. а другое поле. При релятивистских скоростях первый член больше второго в формуле (5.11). Но формулы (35.7), (35.8) из [14]

$$\varepsilon - 3p = \sum_a m_a c^2 \sqrt{1 - V_a^2 / c^2} \delta(\mathrm{r} - \mathrm{r}_a) = \mu c^2 \sqrt{1 - V^2 / c^2}$$

требуют, чтобы при ультрарелятивистских скоростях основную роль играло поле, с давлением $p = \varepsilon / 3$. Суммирование производится по частицам в единице объема. Для этого в формуле для внутренней энергии (5.11) требуют, чтобы при ультрарелятивистских скоростях основную роль играло поле, с давлением $p = \varepsilon / 3$. Для этого формулы (5.11) для внутренней энергии искажают, разлагая по степеням скорости, и получают конечную энергию материи при релятивистских скоростях. Формула (5.11) при релятивистских скоростях используется в виде

$$e = \rho c_F^2 + \frac{\rho V^2}{2} + \frac{E^2 + H^2}{8\pi} = \rho c_F^2 + \frac{\rho V^2}{2} + \varepsilon \, .$$

При искаженной формуле (5.11) получают конечное значение энергии материи при релятивистских скоростях.

Поэтому для отсутствия искажения формулы надо использовать отдельно энергию поля и материи в уравнении Навье-Стокса, получатся отдельное уравнение для поля и для материи. Причем фазовую скорость надо интерполировать, для элементарных частиц использовать фазовую скорость электромагнитных волн, а для массивных тел фазовую скорость звуковых волн. Причем в вакууме фазовая скорость звуковых волн переходит в фазовую скорость электромагнитных волн.

Вводится единое понятие интерполируемая фазовая скорость звуковых и электромагнитных волн, которое заменяет понятие скорости звуковых и электромагнитных волн и вычисляется, используя скорость среды.

Уравнение Навье-Стокса для электромагнитных-звуковых волн определяет движение поля. Причем опять с интерполяцией фазовой скорости электромагнитных и звуковых волн. Фононы описывают поле звуковых волн см. глава 4 с фазовой скоростью звука, а фотоны описывают электромагнитное поле с фазовой скоростью света.

В случае материи фазовая скорость интерполируется по формуле

$$\frac{1}{c_F^2} = \frac{1}{c_{Fs}^2}(1-\alpha) + \frac{1}{c_{Fe.m.}^2}\alpha, \alpha = \frac{\exp(-m^2 / m_{Pl}^2)}{\exp(-m^2 / m_{Pl}^2) + \exp(-m_{Pl}^2 / m^2)}.$$

Фазовая скорость звука определяется рангом частиц вакуума, образующих звуковую волну. При ранге равном единице, это величина мнимая и распространяется со скоростью света в вакууме. При ранге частиц вакуума, равном бесконечности это величина действительная, и совпадает с стандартной скоростью звука. При промежуточном ранге фазовая скорость звука величина комплексная. Фазовая скорость электромагнитной волны зависит от диэлектрической проницаемости и скорости среды или тела.

В случае поля фотонов или фононов весовой коэффициент равен

$$\alpha = \frac{\exp(-\omega_0^2 / \omega^2)}{ex з(-\omega_0^2 / \omega^2) + \exp(-\omega^2 / \omega_0^2)}.$$

Где ω_0 граничная частота. В случае фононов, фазовая скорость при низкой частоте определяется через свойства других частиц вакуума, связанных со статистикой для фермионов и бозонов и определяется когерентным и не когерентным свойством кристаллической решетки. В кристаллах кристаллическая решетка когерентна, а в жидкости и газе не когерентна. Фазовая скорость при высоких частотах это фазовая скорость электромагнитной волны.

Релятивистское уравнение Навье-Стокса справедливо для электромагнитно-звуковых волн. Причем выведена формула для этих волн только в случае неподвижной среды. Я описал электромагнитные-звуковые волны для постоянной скорости среды. При этом получилось преобразование Лоренца, отличное от преобразования со скоростью света в вакууме. При малой скорости среды, получается не релятивистское уравнение Навье-Стокса с интерполируемой фазовой скоростью.

Совершенно аналогично получается уравнение для материи и отдельно для поля. Оба случая, для материальных тел и для поля имеют преобразование Лоренца с фазовой скоростью. Причем скорость среды в нерелятивистском случае должна быть меньше скорости возмущения, фазовой скорости света и звука. Эта фазовая скорость определяется по скорости среды.

Фазовая скорость звука и света определены на основании уравнения для малых возмущений для релятивистского уравнения Навье-Стокса и зависят от скорости среды.

В опыте Физо используется две разные скорости потока, и, следовательно, две разные фазовые скорости электромагнитных волн. В опыте Майкельсона измерялась фазовая скорость света электромагнитных волн, запаздывание светового луча при одной скорости движения Земли. Значит фазовая скорость, это константа, что соответствует формуле (5.1).

5.2 Преобразование Лоренца для звуковых волн в случае анизотропного тела

В случае анизотропного пространства фазовая скорость зависит от углов и является переменной в декартовом пространстве см. [18]. В результате растяжения и поворотов пространства удалось прийти к изотропному пространству с постоянной фазовой скоростью. При этом задача сводится к пространству Минковского, и значит в полученном изотропном пространстве справедливо преобразование Лоренца. Удалось построить уравнение Максвелла относительно градиентной части решения. Использована идея о расширении решения уравнения Максвелла на напряженности поля, зависящие от калибровочного потенциала. В новом пространстве построено волновое уравнение относительно четырехмерной скорости. Решая задачу в изотропном пространстве можно ее пересчитать в анизотропное декартово пространство, образованное анизотропным телом.

Метрический интервал и метрический тензор в материальных телах запишется в виде

$$ds^2 = c^2(dt^2 - dx^i dx^j / c_{ij}^2) = c^2[dt^2 - \sum_{k=1}^{3} (dy^k)^2 / c_k^2] = c^2 dt^2 - \sum_{k=1}^{3} (dz^k)^2,$$

$$1/c^2 = \sum_{k=1}^{3} 1/c_k^2, dz^k = c dy^k / c_k, U^2/c^2 = \sum_{k=1}^{3} V_k^2 / c_k^2 .$$

Где c_{ij} скорость передачи возмущения или метрический тензор $1/c_{ij}^2$, собственные числа которого равны продольной и поперечной скорости звука в среде c_k, которая может быть комплексной, учитывающей затухание звуковой волны. При условии $1/c_{ij}^2 = \delta_{ij}/c^2$ получаем метрический интервал

Минковского. При произвольном c_{ij} получаем метрический интервал Минковского с растянутыми координатами.

Предполагается, что смещение узлов решетки зависит от относительного расстояния между ними, причем коэффициент пропорциональности не зависит от постоянной скорости тела. Значение коэффициентов пропорциональности не зависит от постоянной скорости тела как единого целого, и поэтому скорости звука являются константами в разных системах координат. Внутренние свойства упругого тела не зависят от его постоянной скорости. При этом можно определить четырехмерный тензор скорости, где мнимая часть «магнитного» и «электрического» поля в инерциальной системе координат равна нулю. Выполняется равенство нулю для мнимой части «электромагнитного» поля $F_{lk} = \frac{\partial A_l}{\partial z^k} + \frac{\partial A_k}{\partial z^l} + i(\frac{\partial A_l}{\partial z^k} - \frac{\partial A_k}{\partial z^l}), l,k = 0,1,2,3$ см. [19].

Откуда следует $A_k = \frac{\partial \varphi}{2\partial z^k} = \dot{u}_k = (\frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}, -\frac{V_k}{c\sqrt{1-V^2/c^2}})$, $u_{lm} = \frac{\partial u_l}{\partial z^m} + \frac{\partial u_m}{\partial z^l}$.

и значит тензор скоростного «электромагнитного» поля равен $F_{lk} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^l \partial z^k} = c_l c_k \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^l \partial y^k}, \frac{1}{c_0} = \sqrt{\sum_{l=1}^{3} \frac{1}{c_l^2}}$.

Преобразования Лоренца для упругой деформации твердого тела запишутся в виде

$$dz^1 = \frac{dz'^1 + Udt'}{\sqrt{1-U^2/c^2}}; dt = \frac{dt' + \frac{U}{c^2} dz'^1}{\sqrt{1-U^2/c^2}}, z^2 = z'^2, z^3 = z'^3$$

Где имеем $1/c^2 = \sum_{k=1}^{3} 1/c_k^2, dz^k = cdy^k / c_k$.

Уравнения Максвелла для электромагнитного поля в случае отсутствия токов, имеют вид

$$g^{pi}\frac{\partial F_{ik}}{\partial z^p}=0.$$

С учетом тензора скорости имеем

$$[\frac{\partial^2}{\partial(z^0)^2}-\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial^2}{\partial(z^l)^2}]\dot{u}_k=0;[\frac{\partial^2}{\partial(z^0)^2}-\sum_{l=1}^{3}\frac{\partial^2}{\partial(z^l)^2}]\varphi=0$$

$$\dot{u}_k=A_k=\frac{\partial\varphi}{2\partial z^k}.$$

Представим $\dot{u}_0=\frac{dz_0}{ds}$, так как $\frac{\partial}{\partial z^k}\frac{dz_0}{ds}=g_{kl}\frac{\partial}{\partial z_l}\frac{dz_0}{ds}=g_{kl}\frac{d\delta_{l0}}{ds}=0, l=0,...,3$ и, следовательно, величина u_0 удовлетворяет волновому уравнению.

Уравнение движения для упругих волн в кристаллах имеют вид см. [18]

$$\rho\ddot{u}_i=\lambda_{ikl}^m\frac{\partial^2 u_m}{\partial x_k\partial x_l}.$$

Приведем оператор дифференцирования по координате к диагональному виду

$$\lambda_{ikl}^m p^k p^l=\Lambda_{i\alpha}^m Q_\alpha^2 c_\alpha^2, p^k=\frac{\partial}{\partial x_k}$$

$$(\lambda_{ikl}^m-\delta_{kl}\Lambda_{i\alpha}^m)g_\alpha^l=0; p^l=\sum_{\alpha=1}^{3}g_\alpha^l c_\alpha.$$

$$|\lambda_{ikl}^m-\delta_{kl}\Lambda_{i\alpha}^m|=0; c_\alpha=\sum_{k=1}^{3}(g_{\alpha k})^{-1}p^k=\frac{\partial}{\partial y_\alpha}$$

Получается, что величины координат растянута и повернута в отношении

$$\sum_{k=1}^{3}(g_{\alpha k})^{-1}\frac{\partial}{\partial x_k}=\frac{\partial}{\partial y_\alpha}.$$

Подставляет в это уравнение значение y_β, получаем

$$\sum_{k=1}^{3} (g_{\alpha k})^{-1}\frac{\partial y_\beta}{\partial x_k} = \frac{\partial y_\beta}{\partial y_\alpha} = \delta_\beta^\alpha ; y_\beta = g_\beta^k x_k + y_\beta^0 .$$

Волновое уравнение запишется в виде

$$\rho \ddot{u}_i = \sum_{\alpha=1}^{3} \Lambda_{i\alpha}^m (g_\alpha^l)^2 \frac{\partial^2 u_m}{\partial y_\alpha^2} .$$

Для каждого α приведем правую часть к диагональному виду, используя уравнение

$$\begin{gathered} (C_{m\gamma}^n - \delta_i^m K_{\beta\gamma})G_{m\beta\gamma} = 0 \\ | C_{m\gamma}^n - \delta_i^m K_{\beta\gamma} | = 0 \\ C_{m\gamma}^n = \Lambda_{i\gamma}^m (g_\gamma^l)^2 / \rho \end{gathered} .$$

Тогда получится три уравнения с 9 разными скоростями

$$\ddot{u}_{\beta\gamma} = \sum_{\alpha=1}^{3} (G_{\beta\gamma}^m)^{-1} C_{m\gamma}^n G_{n\beta\gamma} \delta_{\gamma\alpha} \frac{\partial^2 u_{\beta\gamma}}{\partial y_\alpha^2};$$

Произвольную функцию в определении собственного вектора определим $u_{\beta\gamma} = u_\beta$ общей для всех индексов γ .

$$\ddot{u}_\beta = \sum_{\alpha=1}^{3} K_{\beta\alpha} \frac{\partial^2 u_\beta}{\partial y_\alpha^2}; u_\beta = u_\beta(y_0, y_1, y_2, y_3) .$$

Это уравнение приводится к виду

$$\ddot{u}_\beta = \frac{1}{\sum\limits_{\alpha,\beta=1}^{3} \frac{(e_\alpha, f_\beta)^2}{K_{\beta\alpha}}} \sum_{\alpha=1}^{3} \frac{\partial^2 u_\beta}{\partial z_{\beta\alpha}^2}, z_{\beta\alpha} = y_{\beta\alpha} \sqrt{\frac{(e_\alpha, f_\beta)^2}{K_{\beta\alpha} \sum\limits_{\gamma,\delta=1}^{3} \frac{(e_\gamma, f_\delta)^2}{K_{\delta\gamma}}}};.$$

Получаем метрический интервал, общий для трех уравнений

$$ds^2 = c_0^2 dt^2 - \sum_{\alpha,\beta=1}^{3} (dz^{\beta\alpha})^2 = ds^2 = c_0^2 dt^2 - \sum_{\alpha=1}^{3} (dz^{\alpha})^2 =$$

$$= c_0^2 dt^2 - \sum_{\alpha=1}^{3} (dy^{\alpha})^2 \sum_{\beta=1}^{3} \frac{(e_\alpha, f_\beta)^2}{K_{\beta\alpha} \sum_{\gamma,\delta=1}^{3} \frac{(e_\gamma, f_\delta)^2}{K_{\delta\gamma}}},$$

$$\frac{1}{c_0^2} = \sum_{\alpha,\beta=1}^{3} \frac{(e_\alpha, f_\beta)^2}{K_{\beta\alpha}}; dz^{\alpha} = dy^{\alpha} \sqrt{\sum_{\beta=1}^{3} \frac{(e_\alpha, f_\beta)^2}{K_{\beta\alpha} \sum_{\gamma,\delta=1}^{3} \frac{(e_\gamma, f_\delta)^2}{K_{\delta\gamma}}}}$$

$$(e_\alpha, f_\beta) = \sum_{\beta=1}^{3} \frac{1}{\sqrt{K_{\beta\alpha}}} \sum_{\alpha=1}^{3} \frac{1}{\sqrt{K_{\beta\alpha}}} / [\sqrt{\sum_{\gamma=1}^{3} (\sum_{\beta=1}^{3} \frac{1}{\sqrt{K_{\beta\gamma}}})^2} \sqrt{\sum_{\gamma=1}^{3} (\sum_{\alpha=1}^{3} \frac{1}{\sqrt{K_{\gamma\alpha}}})^2}]$$

Имеется две ортогональные системы координат, образованные тензором $1/K_{\beta\alpha}$ с индексами α, β . Образованы два направления, описываемые этим тензором. При фиксированном одном из индексов, другой индекс, определяет вектор, направление которого определяется однозначно $e_\alpha = \sum_{\beta=1}^{3} \frac{1}{\sqrt{K_{\beta\alpha}}} / \sqrt{\sum_{\gamma=1}^{3} (\sum_{\beta=1}^{3} \frac{1}{\sqrt{K_{\beta\gamma}}})^2}; (e_\alpha, e_\alpha) = 1$. При фиксированном другом индексе, получается направление $f_\beta = \sum_{\alpha=1}^{3} \frac{1}{\sqrt{K_{\beta\alpha}}} / \sqrt{\sum_{\gamma=1}^{3} (\sum_{\alpha=1}^{3} \frac{1}{\sqrt{K_{\gamma\alpha}}})^2}; (f_\beta, f_\beta) = 1$. Для установления соответствия между двумя направлениями надо их умножить на квадрат скалярного произведения $(e_\alpha, f_\beta)^2$. При $K_{\beta\alpha}$ не зависящем от индекса α получим сумму $\sum_{\alpha,\beta=1}^{3} \frac{(e_\alpha, f_\beta)^2}{K_{\beta\alpha}} = \sum_{\beta=1}^{3} 1/K_{\beta\alpha}, \sum_{\alpha=1}^{3} (e_\alpha, f_\beta)^2 = 1$ и зависимость от направления исчезает.

Значение тензора $1/K_{\beta\alpha}$ однозначно определяет фазовую скорости. Для растянутых или сжатых координат справедлив метрический интервал

Минковского, значит и преобразование Лоренца. Можно повторить рассуждения, приведенные для изотропного тела, но в этом нет необходимости, рассуждения совершенно аналогичны.

Уравнение определяющее модуль скорости звука в изотропном пространстве в данном случае определяется однозначно. Но при поверхностном рассмотрении оно определяется из уравнения

$$
\begin{gathered}
|\lambda_{iklm} k_k k_l - \rho\omega^2 \delta_{im}| = 0 \\
|\lambda_{iklm} e_k e_l / c_0^2 - \rho\delta_{im}| = 0
\end{gathered}
$$

Получается. что модуль скорости c_0^2 зависит от направления единичных векторов e_l и определяется не однозначно. Это связано с тем, что пространство анизотропно. В предлагаемом решении происходит поворот и растяжение вдоль определенных направлений, и задача сводится к изотропному пространству и решается однозначно.

Совершенно аналогично получим уравнение

$$
\begin{gathered}
[\frac{\partial^2}{\partial(z^0)^2} - \sum_{l=1}^{3} \frac{\partial^2}{\partial(z^l)^2}]\dot{u}_k = 0; [\frac{\partial^2}{\partial(z^0)^2} - \sum_{l=1}^{3} \frac{\partial^2}{\partial(z^l)^2}]\varphi = 0 \\
\dot{u}_k = A_k = \frac{\partial\varphi}{2\partial z^k}
\end{gathered} \quad . \qquad (1)
$$

Решая эту задачу в сферической системе координат, и зная тензор λ_{iklm} и значит знаем преобразование от декартовых координат x_k к изотропным координатам z_α, получим

$$
z_\alpha - z_\alpha^0 = \sqrt{\sum_{\beta=1}^{3} \frac{(e_\alpha, f_\beta)^2}{K_{\beta\alpha} \sum_{\gamma,\delta=1}^{3} \frac{(e_\gamma, f_\delta)^2}{K_{\delta\gamma}}}} g_\alpha^k x_k; \frac{1}{c_0^2} = \sum_{\alpha,\beta=1}^{3} \frac{(e_\alpha, f_\beta)^2}{K_{\beta\alpha}} \qquad (2)
$$

Имеем решение задачи (1) $\varphi = \varphi(z^0,...,z^3)$, подставляя зависимость (2) получим $\varphi = \varphi(x_0,...,x_3)$. Зная решение для потенциала, можно определить скорость распространения волн в анизотропном теле.

Для доказательства постоянства собственного времени в разных системах координат проведем мысленный эксперимент см. [3] стр.21. Рассмотрим Адама и Еву совершающие вращение по круговым орбитам в противоположные стороны в одной плоскости. Тогда метрический интервал равен

$$ds^2 = c^2dt^2 - dr^2 - r^2d\varphi^2 - dz^2.$$

В момент встречи они синхронизируют часы. При следующей встречи Адам считает, что его часы уйдут вперед, а Ева считает, что ее часы уйдут вперед. Но как показывает подсчет, собственное время Адама и Евы неизменно. Покажем это. Траектория Адама $r_A = r_0, z = 0, \varphi_A = \omega t$. Траектория Евы $r_E = r_0, z = 0, \varphi_E = -\omega t$. Собственное время их одинаково

$$d\tau_A^2 = d\tau_E^2 = c^2dt^2 - r_0^2\omega^2dt^2 = c^2(1 - r_0^2\omega^2 / c^2)dt^2.$$

Собственное время Адама и Евы осталось одинаковым, а время в двигающейся системе отсчета увеличилось относительно неподвижных Адама и Евы. Измерение времени и расстояния с помощью звуковых и электромагнитных волн потеряло свой смысл в круговых орбитах. Но совпадение собственного времени для по-разному двигающихся объектов осталось, как свойство, описываемое формулами, которые справедливы.

В книге [10] произведен подсчет собственного времени в неинерциальной системе координат, неподвижного Адама, и оно совпало с собственным временем двигающейся Евы. И наоборот, при неподвижной Еве ее собственное время совпало с собственным временем двигающегося

Адама. Приведем выкладки из [10]. Осуществим преобразование координат, перейдя в не инерциальную систему координат

$$\begin{array}{l} \varphi \to \varphi' = \varphi - \omega t \\ t \to t' = t \\ r \to r' = r \\ z \to z' = z \end{array}.$$

Метрический интервал в штрихованной системе координат, равен (штрихи опускаем)

$$ds^2 = c^2(1 - \frac{\omega^2 r^2}{c^2})dt^2 - \frac{2\omega r^2}{c} d\varphi c dt - dr^2 - r^2 d\varphi^2 - dz^2.$$

Траектория неподвижного Адама $r_A = r_0, z = 0, \varphi_A = 0$. Двигающаяся Ева имеет траекторию $r_E = r_0, z_E = 0, \varphi_E = -2\omega t$. Собственное время Адама и Евы, равно

$$d\tau_A^2 = c^2(1 - r_0^2\omega^2 / c^2)dt^2.$$

$$d\tau_E^2 = c^2(1 - r_0^2\omega^2 / c^2)dt^2 + \frac{4\omega^2 r_0^2}{c^2} c^2 dt^2 - \frac{4\omega^2 r_0^2}{c^2} c^2 dt^2 = c^2(1 - r_0^2\omega^2 / c^2)dt^2.$$

собственное время неподвижного и ускоренно двигающегося объекта совпало, а в штрихованной двигающейся системе координат время ускорилось.

Рассмотрим случай, когда собственное время не сохраняется. Допустим Адам вращается со скоростью ω при радиусе $r = r_0$, а Ева со скоростью $\omega / 2$ при радиусе $r = 4r_0$. Причем Адам и Ева вращаются вокруг разных центров, и их окружности касаются. Тогда собственное время Адама равно $d\tau_A^2 = c^2(1 - r_0^2\omega^2 / c^2)dt^2$, а собственное время Евы равно $d\tau_A^2 = c^2(1 - 4r_0^2\omega^2 / c^2)dt^2$. Когда они встречаются, собственное время у них разное. Но реализация такого движения с помощью ОТО невозможна, так как никакое гравитационное поле не может обеспечить такое движение. Возможно обеспечение такого движения в рамках СТО. Но имеется одна сложность. Формула для собственного времени в рамках СТО

$$\tau_A = c\int_{t_1}^{t_2} \sqrt{1 - V^2 / c^2}\, dt \qquad (5.3)$$

применима не всегда. Она применима только в каком-либо поле, и считать скорость надо в этом поле, гравитационном или электромагнитном, и не по суммарному эффекту, а можно определить запаздывание для каждой частицы, в случае электромагнитного поля. Считать скорость по другой силе не приводит к локально инерциальной системе координат, так как действие других сил не замкнуто, а действие гравитационного и электромагнитного поля замкнуто. Причем моделирование такой силы с помощью множества частиц невозможно, так как можно определить ускорение только каждой частицы. Формула для ускорения сложного тела содержит множество частиц. и для каждой частицы свое время запаздывания, общего времени запаздывания не существует.

Изменение времени в разных системах координат можно толковать как замедление в одной системе координат, или как ускорение в другой. Все зависит от того, какое время рассматривать неизменным. Собственное время, время неподвижного в данной системе координат наблюдателя является неизменным, так как оно определяется в единственной системе координат, в которой тело неподвижно. В любой другой системе координат время $t_2 - t_1$ в формуле (5.3) переменно. Физический смысл имеет собственное биологическое время, а не измеренное по часам, с помощью световых и звуковых волн. По часам с помощью звуковых и световых волн время действительно сократится в зависимости от массы тела или частицы. Изменение времени в микромире определяется с помощью электромагнитной волны, откуда и его изменение. Имеем связь

$d\tau = \sqrt{1 - V^2 / c_s^2} dt$, где τ соответствует времени в системе координат, где часы неподвижны. Это собственные биологическое время. Время в движущейся системе координат будет неизменно, где скорость тела равна нулю в собственной системе координат. Но биологическое, собственное время τ соответствует времени системы координат в котором наблюдатель неподвижен, а не ускоренному времени, измеренному с помощью скорости возмущения. В движущейся системе координат биологическое собственное время неизменно для неподвижного в этой системе координат наблюдателя. Единственное отличие улетающего близнеца от близнеца в инерциальной системе координат это разная реакция опоры при ускорении. Но это никак не связано с приобретенной скоростью течения времени. Просто биологическое время жизни, например, летчиков в связи с ухудшением состояния здоровья уменьшается в связи с перегрузками. Собственное время, в любой системе координат неизменно и не зависит от реакции опоры. Действие заведенной пружины часов не зависит от реакции опоры часов, а определяется упругостью пружины. Правда если ударить по часам, т.е. создать большую реакцию опоры, то они могут сломаться, но это не изменит ход времени и в инерциальной системе координат. Удар по часам аналогичен действию перегрузки на летчиков.

Ускорится интервал времени в движущейся системе координат, измеренный с помощью звуковой волны, так как собственное время неизменно. Увеличится и размер тела, измеренный с помощью звуковой волны в движущейся системе координат, при неизменном собственном размере тела, измеренном при неподвижном теле. Происходит подмен понятий. Имеется система штрихованных координат, где объект неподвижен. Она связана с не штрихованной системой координат преобразованием Галилея и Лоренца. Запишем преобразование Галилея и Лоренца.

$$x = x' + Vt', y = y', z = z'.t = t'$$

$$x = (x' + Vt')\gamma, y = y', z = z'.t = (t' + \frac{V}{c^2}x')\gamma, \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}.$$

В этой системе координат штрихованный объект неподвижен, а не штрихованный движется. Согласно преобразованию Лоренца, имеется связь

$$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}}.$$

Далее идут противоречия с книгой [14]. В ней называется покоящимся объектом не штрихованный, хотя он движется со скоростью V согласно преобразованию Галилея и Лоренца. А дальше идет путаница понятий, какой объект считать неподвижным, тот и размер не меняется. В [14] считается, что неподвижен не штрихованный объект, и поэтому он имеет максимальную длину в разных инерциальных системах координат, а размер штрихованный сокращается, а на самом деле неподвижен штрихованный объект и имеет минимальную длину в разных инерциальных системах координат, а не штрихованный имеет большую длину. Вопрос в том, какой объект считать неподвижным и, следовательно, имеет экстремальный размер. Согласно преобразованию Галилея и Лоренца, неподвижен штрихованный объект, а не штрихованный движется со скоростью V .

Но определенный с помощью электромагнитной волны размеры не изменятся, т.е. видеть мы будем те же размеры, так как зрение наше электромагнитное, а скорость звука мала, по сравнению со скоростью света. Значит собственное истинное время течет в разных двигающихся системах координат одинаково, но измеренное с помощью возмущений, звуковых или световых, время в двигающейся системе координат увеличится. Но собственное время останется неизменным. Вернувшийся путешественник, близнец, по собственному времени проживет одинаковый интервал с неподвижным близнецом. Только по световым и звуковым часам он проживет большее время, а собственное время одинаково. По звуковым часам время тоже ускорится в движущейся системе координат, а собственное время останется неизменным.

Время в движущейся системе координат течет по часам, неподвижным в этой системе координат. Поэтому вернувшийся близнец, будет все время жить по собственному времени, и значит вернется без изменения интервала времени к своему неподвижному в начальной системе отсчета близнецу.

Физический смысл имеет собственное биологическое время, а не измеренное по часам, с помощью световых и звуковых волн. По часам с помощью звуковых и световых волн время действительно увеличится в зависимости от массы тела или частицы. При скорости тела больше скорости звука, понятия измеренных со скоростью звука длины и времени нуждается в уточнении.

Остается в силе изменение времени в разных инерциальных системах координат. Так элементарная частица по собственному времени проживет условно говоря, 1 секунду, а в лабораторной системе координат 10 секунд, если вернуться в систему центра инерции, то частица проживет 1 секунду. Но возврата в систему центра энергии нет, частица распадется в лабораторной системе отсчета, но по собственному времени, где она неподвижна, проживет 1 секунду.

При движении со сверхзвуковой скоростью время, измеренное по звуковым волнам, теряет свой смысл. И это не нарушение причинно-следственной связи, просто измерение времени с помощью звуковых волн в этом случае невозможно. Скорость ударной волны больше скорости звука. Подкоренное значение знаменателя изменит свой знак, и будет равно $\sqrt{V^2/c_s^2-1}$. Метрический интервал станет мнимым, и ударная волна распространяется со скоростью больше скорости звука. Интервал становится пространственно-подобным. Для сверхзвуковой скорости движения звуковое воздействие в разных системах отсчета может быть, как раньше, так и позже события чем в системе отсчета с бесконечной скоростью. Но так как бесконечная скорость не допустима, причинность будет сохраняться в области с непрерывной скоростью. Только события, двигающиеся со сверхзвуковой скоростью, будут опережать события со скоростью звука, т.е. звуковое воздействие будет запаздывать по сравнению со сверхзвуковым.

Аналогичная ситуация с собственным временем в ОТО. Если время в поле гравитации течет не одинаково в лабораторной системе координат, то собственно время в поле гравитации и вне его течет одинаково. Собственное время является биологическим временем жизни системы.

Выводы

Увеличение времени и расстояния наблюдается только при измерении с помощью световых или звуковых волн. Имеется одинаково текущее время в разных системах отсчета, это собственное время, которое и является биологическим, единым временем физических процессов. Двигающийся и неподвижный близнец в инерциальной системе отсчета проживут одинаковое собственное время до встречи.

5.3 Эффект Вавилова-Черенкова

В случае движения частицы в прозрачных средах со скоростью больше фазовой скорость, реализуется сверхсветовая волна. Преобразование Лоренца надо использовать с фазовой скоростью вместо скорости света в вакууме. При этом частица может быть разогнана в вакууме, со скоростью меньше скорости света в вакууме, но больше фазовой скорости в прозрачной среде. При этом при движении частицы в прозрачной среде ее скорость уменьшается. Но до уменьшения скорости частицы она движется со сверх фазовой скоростью, создавая уплотнение среде, причем уплотнение образует конус. Имеется аналогия со звуковыми волнами, образующими ударную волну.

Глава 6. Зависимость преобразования координат от энергии

Аннотация

Преобразование координат частиц вакуума соответствует преобразованию Галилея. Но совокупность частиц вакуума за счет сложения квадратов комплексных скоростей образует метрический тензор ОТО и в частности тензор СТО. Т.е. для элементарных частиц, как совокупности частиц вакуума, справедливо преобразование Лоренца. Но в ядре атома имеются частицы с большой потенциальной энергией, которые образуют единую частицу вакуума. При этом, размер протона не сокращается на величину, следующую из СТО см. [16]. Выведена формула преобразования Лоренца с учетом плотности энергии у частиц вакуума.

Физический смысл метрического тензора ОТО

Покажем, что скорость частиц вакуума образует тензор ОТО. Общая теория относительности построена для макротел, и они вращаются с мнимой скоростью и поступательно движутся с действительной скоростью. Определим квадрат комплексной координаты материальных частиц, из которых состоит вакуум, двигающихся с поступательной скоростью $V_{s\alpha}, s = 1,..., 3$, α номер частицы. При этом частицы вакуума будут вращаться с переменной мнимой скоростью $iw_{s\alpha}(t, x_1,.., x_3)$. Считаем, что скорости частиц вакуума равномерно распределены в малом объеме, причем скорость вращения равна $w_{s\alpha} = w_{s\alpha}(t, x_1,..., x_3)$ и имеется скорость поступательного движения $V_{s\beta} = V_{s\beta}(t)$, поступательное движение малого объема прямолинейно и зависит только от времени

$$ds^2 = \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} (idw_{s\alpha} + dV_{s\beta})^2 t_q^2 /(2N) =$$

$$= \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} (i\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}dx^k + i\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t}dt + \frac{dV_{s\beta}}{dt}dt)^2 t_q^2 /(2N) =$$

$$= -\sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^l} t_q^2 /(2N) dx^k dx^l +$$

$$+ \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} [2\frac{\partial i w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{dV_{s\beta}}{dt} - 2\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t}] dx^k dt \cdot t_q^2 /(2N) +$$

$$+ \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} [(\frac{dV_{s\beta}}{dt})^2 + 2\frac{\partial i w_{s\alpha}}{\partial t}\frac{dV_{s\beta}}{dt} - (\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t})^2] dt^2 t_q^2 /(2N) =$$

$$= -\sum_{k,l=1}^{3} g_{kl} dx^k dx^k + \sum_{k=1}^{3} g_{k0} dx^k cdt + g_{00} c^2 dt^2$$

Величина c скорость света, равная $\sum_{\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} V_{s\beta}^2 / 2N = c^2$, константа $t_q = \frac{\hbar^2}{m_e e^2 c} = \frac{\hbar^3}{137 m_e e^4}$ это постоянная квантовой механики. Т.е. получаем формулу инвариантного интервала общей теории относительности. Величина g_{kl} равна

$$g_{kl} = \sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^l} t_q^2 /(2N),$$

$$g_{k0} = -\sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial w_{s\alpha}}{c\partial t} t_q^2 /(2N),$$

при этом коэффициент при временной компоненте метрического тензора равен

$$g_{00} = \sum_{\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} (\frac{dV_{s\beta}}{cdt})^2 t_q^2 /(2N) - \sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3} (\frac{\partial w_{s\alpha}}{c\partial t})^2 t_q^2 /(2N).$$

При этом воспользовались соотношением $\sum_{\alpha=-N}^{N} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} = 0, \sum_{\alpha=-N}^{N} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t} = 0$.

Имеем, используя вместо кинетической энергии системы полную энергию

$$g_{rr} = \sum_{s=1}^{3} (\frac{i\Delta w_s}{\Delta r})^2 t_q^2 = \frac{(i\Delta w)^2 + 2U}{c^2} = -(1 + \frac{2\gamma M}{c^2}) = -(1 + r_g / r), r_g = 2\gamma M / c^2,$$

$$g_{00} = \sum_{s=1}^{3} (\frac{\Delta V_s}{c\Delta t})^2 t_q^2 = \int_0^{\infty} \frac{(\Delta V)^2 + 2U}{c^2} \exp[-m_\gamma (\Delta V)^2 / (2m_\gamma c^2)] d\Delta V =$$
$$= 1 - 2\gamma M / (rc^2)] = 1 - r_g / r$$

Где M , масса частицы, создающей гравитационное поле. Скорость $w_{s\alpha}$ стационарна, т.е. от времени не зависит. Общая теория относительности не допускает физической сингулярности определителя, образованного метрическим тензором, поэтому имеем $g_{00} g_{rr} = const$, откуда определяется более точная формула $g_{rr} = -\frac{1}{1 - r_g / r}, g_{00} = 1 - r_g / r$.

В случае отсутствия внешнего потенциала для частиц вакуума имеем $g_{kl} = \delta_{kl}$. При этом имеем что $\sum_{s=1}^{3} (\frac{\Delta w_s}{\Delta x_k})^2 t_q^2 = 1$, $\sum_{s=1}^{3} (\frac{\Delta V_s}{c\Delta t})^2 t_q^2 = 1$ и скорость $w_{s\alpha}$ стационарна, т.е. от времени не зависит.

Что приводит к предположению существования кванта времени, пространства и скорости

$$\Delta x_k = l_q / N = l_{Pl} / \sqrt{137}, \Delta t = t_q / N = t_{Pl} / \sqrt{137},$$

$$\Delta V = \sqrt{\sum_{s=1}^{3} (\Delta w_s)^2} = c / N = 10^{-14} cm / \sec,$$

$$l_q = \hbar^2 / m_e e^2, t_q = l_q / c, \alpha = \frac{1}{137.035989}$$

$$N = \hbar^2 \sqrt{137} / (l_{Pl} m_e e^2) = \frac{\sqrt{137} a_0}{l_{Pl}} =$$

$$= \frac{\sqrt{137.035989} \cdot 0{,}52917721092 \cdot 10^{-8}}{1.616199 \cdot 10^{-33}} = \frac{137.035989^{3/2} m_{Pl}}{m_e} =$$

$$= 3.8328658 \cdot 10^{25} = \begin{cases} 2^{85} / [(1+\alpha)(1+\alpha^{1.5})^3 (1+\alpha^2)^2 (1+\alpha^{2.5})^5 (1+\alpha^3)^2](1 \pm 10^{-6}) \\ 696^9 (1 \pm 0.9 \cdot 10^{-4}) \end{cases},$$

.

Константа N определена с точностью измерения по данным CODATA 2010,2012 $a_0 = 0{,}5291772109\ 2(17)10^{-8} cm$, величина $l_{Pl} = 1.616199\,(97)10^{-33} cm$. При этом эта константа равна степени двойки, с поправкой на множитель, зависящий от мировых констант.

Пределом квантовой теории гравитации является не классическая механика, а квантовая механика. Поэтому $N \cdot l_{Pl} / \sqrt{137}$ должна быть характерной конечной величиной квантовой механики l_q.

Добавка постоянной скорости к скорости частиц вакуума в метрическом тензоре системы координат не изменит метрического тензора. Причем у отдельной частицы вакуума скорость складывается с помощью преобразования Галилея, а образовав элементарные частицы они подчиняются релятивистскому способу сложения скоростей. Справедлив благодаря формуле Галилея сложения скоростей принцип относительности, физика процесса зависит от относительной скорости частиц вакуума, а не их абсолютного значения. Если бы была справедлива формула сложения скоростей Лоренца, то разность скоростей зависела бы от отношения скорости частицы к скорости возмущения и принцип относительности не работал бы для среды, описываемой частицами вакуума. Кроме того, выведенные формулы для метрического тензора в случае формулы сложения скоростей Лоренца изменили бы свой вид и были бы не инвариантны относительно добавки к скорости.

Описание квантовых систем на основе свойств частиц вакуума

Используем это свойство частиц вакуума для описания квантовых систем. В случае атома водорода размер системы определяется облаком слабо взаимодействующих электронов, и образуется система, подчиняющаяся СТО. Размер атома изменяется в соответствии с преобразованием Лоренца. В случае рассмотрения ядра, или отдельного протона взаимодействие сильно, и частицы вакуума сильно связаны, так как их концентрация велика, и они образуют единую частицу вакуума с преобразованием Галилея и их продольный размер не сокращается см. [16].

По мере дальнейшего роста скорости, согласно [16] они образуют в двигающейся системе координат форму двояковогнутой линзы. Дело в том, что энергия по центру поперечного сечения протона больше модуля энергии на его границе на единицу поперечного размера. По мере увеличения скорости относительная доля потенциала в центре поперечного сечения больше по модулю, чем на границе. Следовательно, в центре протон проявляет свойства единой частицы и значит частиц Галилея, и продольный размер неизменен. На границе поперечного сечения проявляются релятивистские свойства, и размер частицы увеличивается. Поэтому образуется форма двояковогнутой линзы.

Формула для преобразования координат следующая

$$dx = (dx' + c'_F dt' \frac{V}{c_F}) / \sqrt{1 - V^2 / c_F^2}$$

$$c_F dt = (c'_F dt' + \frac{V}{c_F} dx') / \sqrt{1 - V^2 / c_F^2}$$

$$dy = dy', dz = dz'$$

$$c_F = c \exp[-\frac{U(x', y', z')}{c^2 \int\limits_0^{a(y',z')} \rho(x', y', z') dx'}] > c$$

Где величина $U(x',y',z') = \frac{\partial^2 E(x',y',z')}{\partial y' \partial z'} < 0$ плотность энергией взаимодействия частиц вакуума, $\rho(x',y',z')$ плотность массы тела.

Когда отношение $-\frac{U(x', y', z')}{c^2 \int\limits_0^{a(y',z')} \rho(x', y', z') dx'} > 0$ мало, справедливо преобразование Лоренца. Когда скорости растут, сказывается фактор $-\frac{U(x', y', z')}{c^2 \int\limits_0^{a(y',z')} \rho(x', y', z') dx'} > 0$, который меньше на границе поперечного сечения так как $a(y',z')$ больше чем в центре, и граница увеличивается, а центральное сечение неизменно, и образуется форма двояко – вогнутой линзы. Напомним, что штрихованная частица неподвижна в своей системе координат, и ее размер неизменен. Не штрихованная частица движется и ее размер увеличивается.

Частицы вакуума при больших скоростях имеют форму двояковогнутой линзы, но в силу малого среднегеометрического размера и большого модуля энергии взаимодействия, проявляют свойства частиц Галилея при малом ранге мультиполя, образующего частицу вакуума. Большой ранг мультиполя, соответствует большому квантовому числу электрона в атоме, и, следовательно, малому модулю энергии взаимодействия.

Глава 7. Преобразование Лоренца в искривленном пространстве.

Этот эффект наблюдается при распространении света в разных направлениях в случае вращающейся окружности. Скорость света в искривленном пространстве – вращающейся окружности равна $c+\Omega b, c-\Omega b$ при распространении в разных направлениях. В результате появляется запаздывание световой волны. Это изменение преобразования Лоренца в искривленном трехмерном пространстве. Аналогичные наблюдения делали астрономы в космическом пространстве в случае искривленного пространства. В безразмерном виде это запаздывание определяется см. [17] формула (4.1.10)

$$\frac{c}{\lambda}\Delta t = \frac{4\pi}{\frac{c}{b\Omega}-\frac{\Omega b}{c}}\frac{b}{\lambda}$$

Где b радиус окружности, Ω частота вращения окружности, λ длина волны электромагнитного поля. При частоте, равной $\Omega = c/b$ запаздывание максимальное, т.е. реализуется преобразование координат Галилея, фазовая скорость света стремится к бесконечности, справедлив принцип дальнодействия. При условиях $\frac{c}{b\Omega}>>1, \frac{c}{b\Omega}>\frac{b}{\lambda}$ или $\frac{\Omega b}{c}>>1, \frac{\Omega b}{c}>\frac{b}{\lambda}$ реализуется преобразование Лоренца, так как запаздывания, нет скорость распространения возмущения равна скорости света. При условиях $\frac{b}{\lambda}>>\frac{c}{b\Omega}>>1$ или $\frac{b}{\lambda}>>\frac{\Omega b}{c}>>1$ реализуется преобразование Галилея, так как фазовая скорость стремится к бесконечности.

Такую формулу сложения скоростей можно объяснить, если ввести фазовую скорость по формуле $\frac{1}{c_F}=\frac{\alpha}{c}, \alpha=\exp\left[-\left(\frac{4\pi\Omega b}{c-\Omega^2 b^2/c}\frac{b}{\lambda}\right)^2\right]$, которую надо использовать в преобразовании Лоренца вместо скорости света в вакууме. Фазовая скорость в искривленном пространстве изменит свое значение и увеличится согласно закону $c_F = c\exp\left[\left(\frac{4\pi\Omega b}{c-\Omega^2 b^2/c}\frac{b}{\lambda}\right)^2\right]$.

Отметим, что на время запаздывания при малых скоростях вращения изменение скорости света не сказывается. В самом деле существует формула Физо, определяющая фазовую скорость

$$c_F = c/n + V(1-1/n^2) = c/n + \Omega b(1-1/n^2).$$

Так как в данном случае малой частоты вращения фазовая скорость больше скорости света в вакууме имеем $n << 1$, имеем формулу

$$\Delta t = \frac{4\pi b^2\Omega/n^2}{c^2/n^2} = \frac{4\pi b^2\Omega}{c^2}.$$

При формуле сложения скоростей Галилея частота не изменяет своего значения при малой добавки к фазовой скорости света. Величина фазы запаздывания не меняется, как и времени запаздывания, что и определяли в оптическом волокне. С точностью $c/c_F << 1$ результат измерения запаздывания сигнала в оптическом волокне при изменении фазовой скорости не сказывался. Фазовая скорость при этом изменилась существенно.

Когда же реализуется преобразование Галилея. При равенстве скоростей $\Omega b = c$. При этом скорость света может быть больше величины, стоящей вместо скорости света в вакууме в преобразовании Лоренца. При большом несовпадении этих скоростей $\Omega b = c$ реализуется преобразование Лоренца. При малой скорости вращения окружности наблюдается выполнение преобразований Лоренца. В случае большого радиуса кривизны определяющим является отношение частоты вращения к частоте электромагнитной волны. Для реализации формул Галилея необходимо, чтобы частота вращения окружности была больше частоты света. В случае малого радиуса кривизны, но на много большего, чем длина электромагнитной волны выполняется преобразование Галилея.

Глава 8. Сверхсветовые волны в усиливающих средах

В усиливающих средах могут распространяться стационарные волны с фазовой скоростью, большей скорости света в вакууме. Формула для фазовой скорости этих волн имеет вид

$$c_F = \frac{c}{1-(\chi-\alpha)c\tau}. \qquad (8.1)$$

Где χ, α погонные коэффициенты усиления и поглощения, τ длительность импульса. Относительное изменение концентрации фотонов за малый интервал времени $\Delta z / c_F$ равно $\Delta z / c_F \tau$. Эта же величина равна $\chi c \Delta t$ откуда для приращения скорости $\Delta u = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \chi c c_F \tau$

Имеем уравнение по определению фазовой скорости $c_F = c + \Delta u = c + \chi c c_F \tau$. Откуда следует уравнение (8.1). При условии $(\chi - \alpha) c\tau > 1$ волна изменит свое направление. При условии $(\chi - \alpha) c\tau < 0$ затухнет. При условии $(\chi - \alpha) c\tau = 1$ фазовая скорость равна бесконечности и справедлив закон сложения скоростей Галилея для среды, в которой происходит усиление электромагнитной волны. Вне этой среды фазовая скорость определяется свойствами среды, в которой распространяется.

Глава 9. Инвариантность нелинейных уравнений относительно преобразования Лоренца

Для нелинейных уравнений движения не справедлив принцип суперпозиции решения. Поэтому преобразование Галилея для нелинейных систем надо строить особым образом. Аналогично и преобразование Лоренца для нелинейных систем надо строить особым образом. При этом выделяется система координат, где среда неподвижна на бесконечности, где нет взаимодействия.

В случае преобразования Галилея решение надо строить в виде

$$\begin{gathered} dx'_l = dx_l - V_l^0 dt = dF_l(x'_1, x'_2, x'_3) \\ V'_l = V_l - V_l^0 = \frac{dF_l(x'_1, x'_2, x'_3)}{dt'} = G_l(x'_1, x'_2, x'_3) \end{gathered} \qquad (1)$$

Решаем нелинейное уравнение в системе координат, где скорость на бесконечности равна нулю, т.е. в штрихованной системе координат. Получаем вторую формулу (1). Интегрируем это уравнение, получаем изменение координаты. В системе координат. где скорость на бесконечности не нулевая имеем распространяющуюся волну

$$x_l - V_l^0 t = F_l(x_1 - V_1^0 t, x_2 - V_2^0 t, x_3 - V_3^0 t).$$

Так как на бесконечности имеем волновое решение, значит относительно координат волны скорость на бесконечности нулевая. и имеем нулевую кинетическую энергию на бесконечности подсчитанную в не штрихованной системе координат.

Где величина V_l^0 это скорость системы координат. Аналогично в случае преобразования Лоренца надо строить решение в виде

$$dx' = \frac{dx - V^0 dt}{\sqrt{1-(V^0)^2/c^2}} = dF_x(x',y',z')$$

$$dt' = \frac{dt - V_l^0 dx/c^2}{\sqrt{1-(V^0)^2/c^2}} = dF_0(x',y',z') \;.$$

$$dy' = dy = dF_y(x',y',z')$$

$$dz' = dz = dF_z(x',y',z')$$

Скорости преобразуются по закону

$$V_x' = \frac{V_x - V^0}{1-V^0 V_x/c^2} = \frac{dF_x(x',y',z')}{dt'}$$

$$V_y' = \frac{V_y\sqrt{1-(V^0)^2/c^2}}{1-V^0 V_x/c^2} = \frac{dF_y(x',y',z')}{dt'}$$

$$V_z' = \frac{V_z\sqrt{1-(V^0)^2/c^2}}{1-V^0 V_x/c^2} = \frac{dF_z(x',y',z')}{dt'}$$

В системе координат, где скорость системы координат нулевая, соответствующая нулю скорости на бесконечности, имеем преобразование координат

$$V_x' = \frac{dF_x(x',y',z')}{dt'} = G_x(x',y',z')$$

$$V_y' = \frac{dF_y(x',y',z')}{dt'} = G_y(x',y',z').$$

$$V_z' = \frac{dF_z(x',y',z')}{dt'} = G_z(x',y',z')$$

Кинетическая энергия, подсчитанная в системе координат, где скорость на бесконечности равна нулю конечна. Что не скажешь о других системах координат, где подсчитанная на прямую кинетическая энергия на бесконечности не равна нулю. Получив решение в штрихованной системе координат, пересчитаем его в не штрихованную систему координат, проинтегрировав по штрихованному времени, получим штрихованные координаты, которые пересчитаем в не штрихованные. В не штрихованных координатах получим волновое решение с преобразованием времени, причем кинетическая энергия волны в бесконечности равна нулю.

Значит переход в другую систему координат, связан с волновым решением со скоростью системы координат. Наблюдатель в не штрихованной системе координат участвует в волновом движении со скоростью системы координат. Поэтому естественно, что для него размеры при измерении с постоянной скоростью света, изменяются.

Глава 10. Преодоление телом скорости звука и света

Для преодоления звукового барьера необходим реактивный двигатель, имеющий комплексную тягу. Процессы в реактивном двигателе турбулентные и значит скорость потока комплексная см. [21]. Это означает, что возможно преодоление звукового барьера. В эффекте Вавилова-Черенкова наблюдается скорость частицы сверхсветовая, больше фазовой скорости света. Причем преобразование Лоренца надо использовать с фазовой скоростью, а не скоростью света в вакууме. В статье предложен алгоритм преодоления светового барьера. Рассматривается только кинематическая часть течения, проблемы с нагревом при сверхзвуке не рассматриваются.

Согласно релятивистским представлениям о скорости звука развитым в [20], скорость больше скорости звука преодолевается с большим трудом как на самолете, так и на автомобиле. Эта скорость в проекции на касательную к траектории, определяется по формуле

$$\frac{V}{c}=\frac{\int\limits_{t_0}^{t}\frac{Fdt}{mc}+\frac{V_0/c}{\sqrt{1-V_0^2/c^2}}}{\sqrt{1+(\int\limits_{t_0}^{t}\frac{Fdt}{mc}+\frac{V_0/c}{\sqrt{1-V_0^2/c^2}})^2}}.$$

Но скорость звука в этой формуле комплексная, поэтому справедливо

$$\frac{|V|}{|c|}\exp(-i\arg c+i\arg V)=\frac{\alpha+i\beta}{\sqrt{1+\alpha^2-\beta^2+2i\alpha\beta}}=$$

$$=\frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\exp[i\arg(\alpha+i\beta)]}{\sqrt[4]{1+(\alpha^2+\beta^2)^2+2\alpha^2-2\beta^2}\exp[i\arg(1+\alpha^2-\beta^2+2i\alpha\beta)]}.$$

$$\int\limits_{t_0}^{t}\frac{Fdt}{mc}+\frac{V_0/c}{\sqrt{1-V_0^2/c^2}}=\alpha+i\beta;$$

Для устойчивости движения должно выполняться $-\arg c+\arg V=\arg(\alpha+i\beta)-\arg(1+\alpha^2-\beta^2+2i\alpha\beta)/2; \arg V=0$. Но начальная скорость тела равна нулю, поэтому начальную скорость можно не учитывать, и отсчет вести от начала движения. При постоянной мнимой части скорости, получается не стыковка, мнимая экспонента справа и слева сокращается, справа имеется мнимая величина, а слева действительная величина. Тогда либо скорость тела становится комплексной, либо действительная часть импульса равна нулю, и скорость звука становится чисто мнимой. Комплексная скорость тела означает его вращение или колебание. И то, и другое приводит к аварии, так как авария при преодолении сверхзвука не происходит, скорость тела действительна. Чисто мнимая часть скорости звука начиная с определенного момента времени не приведет к результату, так как в начале движения скорость звука имеет действительную часть и значит $\alpha\neq 0$. Получается мнимая часть звука меняется и величина $\beta^2>>\alpha^2$, т.е. действительная часть импульса не растет, а мнимая растет, причем реализуется

$$\frac{|V|}{|c|}=\frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}{\sqrt[4]{(\beta^2-1)^2+\alpha^4+2\alpha^2\beta^2+2\alpha^2}}>1.$$

Мнимая часть скорости тела растет по формуле $R = R_{cr} + i\sqrt[4]{T^2\alpha - R_{cr}T}$ см. [21], где T перепад давления, или безразмерная сила тяги, R_{cr} критическое число Рейнольдса. При условии $T\alpha = R_{cr}$ наступает турбулентный комплексный режим, при числе Рейнольдса тела, равному критическому. Действительная часть числа Рейнольса не растет, а мнимая часть растет. При этом импульс двигателя уравновешивается с импульсом сопротивления среды, причем $\beta^2 = 1 >> \alpha^2$ и тогда скорость тела будет больше скорости звука. Получается, что для преодоления скорости звука импульс тела должен равняться $\mathrm{Im}\int\limits_0^t \frac{Fdt}{mc} = 1 >> \mathrm{Re}\int\limits_0^t \frac{Fdt}{mc}$ и тогда скорость тела будет равняться

$$\frac{V}{|c|}=\frac{\sqrt{\alpha^2+1}}{\sqrt[4]{\alpha^4+4\alpha^2}}=\frac{1}{\sqrt{2\alpha}}=\frac{1}{\sqrt{2\,\mathrm{Re}\int\limits_0^t \frac{Fdt}{mc}}}>>1.$$

При постоянной скорости движения тела, суммарный импульс равен константе, так как в этом случае суммарная сила равна нулю. Растущим импульс соответствует ускоренному движению или уменьшение импульса при торможении тела при отрицательной суммарной силе. Возникает вопрос является ли реактивный импульс комплексным. При использовании реактивного двигателя наблюдается турбулентный режим течения и значит комплексная скорость потока см. [21] и комплексная сила.

Оценим, когда скорость звука является комплексной. Скорость звука определяется по формуле

$$\frac{1}{c}+i\alpha\omega, \alpha\omega = \frac{\omega}{2\rho c^3}[(4\eta/3+\varsigma)+\chi(\frac{1}{c_V}-\frac{1}{c_p})] \sim \frac{\Lambda\omega}{c^2}=\frac{\Lambda k}{c}=\frac{\Lambda\omega\mu}{\gamma RT}.$$

Где Λ длина свободного пробега. В разреженном воздухе длина свободного пробега больше длины волны излучения $k\Lambda >> 1$, и значит мнимый импульс больше, и проще достигнуть сверхзвуковых скоростей.

Возникает вопрос, а возможно ли преодоление скорости света, аналогичное скорости звука. Для этого необходима комплексная сила. Вводится в теории поля [14] комплексный вектор $\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{H}$ имеющий большой физический смысл, как образующий инварианты $\mathbf{F}^2 = \mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2 + 2i(\mathbf{E},\mathbf{H})$, равные действительной и мнимой части квадрата этого вектора. В теории поля существует формула $A_l = \dfrac{eu_l}{R_k u^k}$, которая при комплексной скорости u_l определяет комплексный потенциал, а значит и комплексное электрическое и магнитное поле. Формула для силы Лоренца следующая $\mathbf{F}_L = e\mathbf{E} + e[\mathbf{V},\mathbf{H}]/c$. Но формула действительная, причем при комплексных потенциалах превращается в комплексную. Но сила за счет магнитного поля направлена перпендикулярно скорости и определяет вращение частицы.

В ускорителях магнитное и электрическое поле постоянное и не зависит от времени, т.е. ускоряющая сила равна $\mathbf{E}_l = -\dfrac{\partial\varphi}{\partial x^l} - \dfrac{\partial A_l}{c\partial t}, l = 1,...,3$. В случае независимости векторного потенциала от времени, который линейно связан со скоростью, напряженность электрического поля почти действительна, его мнимая часть мала и определяется знаменателем в формуле для потенциала $R_k u^k = R_0 - (\mathbf{V},\mathbf{R})/c$, где скорость равна скорости создающих поле частиц и меньше скорости света. Для получения комплексной напряженности электрического поля необходима зависимость от времени векторного потенциала. Но в ускорителях напряженность магнитного поля постоянна, и значит векторный потенциал постоянен, т.е. напряженность электрического поля действительна. Т.е. в ускорителях сверхсветовое движение не получишь.

Имеется сверхсветовое течение в случае эффекта Вавилова-Черенкова, причем скорость тела больше фазовой скорость света. В преобразовании Лоренца надо использовать фазовую скорость, а не скорость света в вакууме. Это следует из того, что только для фазовой скорости света или звука сохраняется метрический интервал в случае звукового и электромагнитного поля при переходе между разными средами. В случае этого эффекта для световой волны образуется скачок уплотнения, как и в случае сверхзвукового течения. Скорость частицы будет изменяться в соответствии с силой торможения частицы

$$\frac{V_p / c_F}{\sqrt{1 - V_p^2 / c_F^2}} = \int_{t_0}^{t} \frac{F dt}{mc} + \frac{V_0 / c}{\sqrt{1 - V_0^2 / c^2}}.$$

Где c_F фазовая скорость света в прозрачном материале, V_0/c скорость электрона в вакууме, делится на скорость света в вакууме, скорость частицы при проникновении в прозрачное тело будет уменьшаться $V_p < V_0$, так как сила сопротивления отрицательна.

В книге [4]§115 получено выражение для силы, действующей на элементарную частицу

$$dF = \frac{e^2}{c^2}\left(1 - \frac{c^2}{V^2 n^2}\right)\omega d\omega.$$

Откуда имеем приближенное решение

$$F(\omega) = \frac{e^2}{c^2}\left(1 - \frac{c^2}{V^2 n^2}\right)\omega^2 / 2.$$

Следовательно, сила, действующая на частицу равна

$$\tilde{F}(t) = -\frac{e^2}{c^2}\delta''(t) + \frac{d^2}{dt^2}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^2}{2V^2 n^2(\omega)} \exp(i\omega t) d\omega.$$

При условии показателя преломления, близкого к константе, получается сила, действующая на ограниченном отрезке времени, т.е. эффект излучения затухнет, так как скорость элементарной частицы будет конечной и малой, или нулевой.

Гидродинамика, и в частности акустические колебания, описывает поведение макротела, состоящее из элементарных частиц. акустические колебания, это колебания элементарных частиц. Электродинамика описывает поведение частиц вакуума, в частности электромагнитные волны определяются скоростью частиц вакуума. Кинематическая вязкость частиц вакуума действительна и равна $i\hbar / m_\gamma$, где у диполя, образующего частицу вакуума, масса мнимая, и значит кинематическая вязкость среды, в которой двигаются частицы вакуума действительна. Так как масса диполя мала, кинематическая вязкость вакуума велика и число Рейнольдса мало, как и критическое число Рейнольдса. Условия возникновения комплексного решения у частиц вакуума совпадает с элементарными частицами. Частицы вакуума также описываются уравнением Навье-Стокса. Также наблюдается рост мнимой части числа Рейнольдса, при фиксированной действительной части. Также возможно преодоление светового барьера с комплексной тягой.

Получим из релятивистского уравнения Навье – Стокса уравнение Клейна-Гордона. Рассмотрим уравнение Навье - Стокса с кинематической вязкостью $\nu = \frac{i\hbar}{2m}$ записанное в релятивистской форме, причем без учета теплового потока. Если релятивистское уравнение Навье – Стокса записано относительно тепловой функции единицы объема $w = e + p$ в локальной системе покоя см. [5]§133, то в предлагаемой формуле используется плотность в локальной системе покоя

$$\frac{i\hbar}{2m}\left(\frac{\partial^2 u_k c}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{\partial^2 u_k c}{\partial x^l \partial x_l}\right) - u^0 c^2 \frac{\partial u_k}{\partial x^0} - u^l c^2 \frac{\partial u_k}{\partial x^l} = \frac{\partial p}{\rho \partial x^k}.$$

Получили релятивистское инвариантное уравнение Навье – Стокса. Это уравнение отличается от релятивистского уравнения Навье-Стокса, приведенного в [5]. Уравнение в [5] строится как отличающееся скорости теплового движения от материального движения. В данном уравнении тепловая часть отсутствует.

Воспользуемся равенством для четырехмерной скорости $u_k c = -\frac{i\hbar}{m}\nabla_k \ln\psi, k = 0,...,3$. При этом это равенство можно представить в виде $p_l\psi = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial x^l}, l = 0,...,3$, откуда имеем определение оператора импульса $\hat{p}_l = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x^l}, l = 0,...,3$. Т.е. четырехмерный импульс частиц вакуума является собственным числом оператора импульса.

$$\frac{i\hbar}{2m}\frac{\partial^2 - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^0 \partial x_0} + \frac{i\hbar}{2m}\frac{\partial^2 - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^l \partial x_l} +$$

$$+\frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_0}\frac{\partial - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^0} + \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial - \frac{i\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^k}}{\partial x^l} = \frac{\partial p}{\rho\partial x^k}$$

Разделим это уравнение на величину $\frac{\hbar^2}{m^2}$, получим

$$\frac{\partial}{\partial x^k}[\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x^0\partial x_0} + \frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x^l\partial x_l} + \frac{\partial\ln\psi}{\partial x_0}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^0} + \frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^l} - \frac{2m^2}{\hbar^2}\int\limits_{s_0}^{s}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}u^k ds] = 0 .$$

Где величина $dx^k = u^k ds, k = 0,...,3$, при этом интеграл вдоль траектории равен

$$c^2(s) - c^2(s_0) = c^2(x^0, x^1, x^2, x^3) - c^2(x_0^0, x_0^1, x_0^2, x_0^3) = \int\limits_{s_0}^{s}\frac{dc^2}{ds}ds =$$

$$= -\int\limits_{s_0}^{s}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}u^k ds = -\int\limits_{(x_0^0,x_0^1,x_0^2,x_0^3)}^{(x^0,x^1,x^2,x^3)}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}dx^k .$$

Причем как функция метрического интервала, эта величина инвариантна относительно преобразования Лоренца. Где величина s соответствует значению метрического интервала, и интеграл берется вдоль траектории движения частиц. Причем частная производная от этого интеграла вдоль траектории, равна

$$\frac{\partial}{\partial x^l}\int_{(x_0^0,x_1^0,x_2^0,x_3^0)}^{(x_0,x_1,x_2,x_3)}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}dx^k=\frac{d}{u^l ds}\int_{s_0}^{s}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}u^k ds=\frac{\partial p}{u^l\rho\partial x^k}u^k=\frac{dp}{u^l\rho ds}=\frac{\partial p}{\rho\partial x^l}$$

Проинтегрируем это уравнение, получим

$$[\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x^0\partial x_0}+\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x^l\partial x_l}+\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_0}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^0}+\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^l}]-\frac{2m^2}{\hbar^2}\int_{s_0}^{s}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}u^k ds=$$
$$=-m^2c^2/\hbar^2$$

Где константу интегрирования обозначили $m^2c^2/\hbar^2$. Умножим это уравнение на величину ψ и воспользуемся равенством $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^0\partial x_0}=\psi[\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x^0\partial x_0}+\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^0}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_0}]$, $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^l\partial x_l}=\psi[\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x^l\partial x_l}+\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^l}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l}]$ получим уравнение Клейна-Гордона с потенциалом.

$$-\frac{\partial^2\psi}{\partial x^0\partial x_0}-\frac{\partial^2\psi}{\partial x^l\partial x_l}-\frac{2m^2C^2}{\hbar^2}\psi=m^2c^2\psi/\hbar^2;$$

$$C^2=-\int_{s_0}^{s}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}u^k ds=c^2(x^0,x^1,x^2,x^3)-c^2(x_0^0,x_0^1,x_0^2,x_0^3)<0$$

При этом время жизни стационарного состояния зависит от координаты частицы $\psi=\frac{1}{\sqrt{V}}\exp[-i(E\Delta t-i\mathbf{p}_0\Delta\mathbf{r})/\hbar][1+0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^3]$.

При этом локальное решение сводится к равенству

$$E^2=p_0^2c^2+2m^2C^2c^2+m^2c^4.$$

Это уравнение приводится к виду

$$E - mc^2 = \frac{p_0^2}{2m} + mC^2 = \frac{p_0^2}{2m} + mc^2(x^0, x^1, x^2, x^3) - mc^2(x_0^0, x_0^1, x_0^2, x_0^3)$$

Получается, что связанное состояние квантовой механики соответствует турбулентному режиму, а свободное состояние ламинарному, так как связанному состоянию соответствует отрицательная энергия, а действительная часть кинетической энергии турбулентного режима имеет отрицательную часть за счет квадрата мнимой части комплексной скорости. Квантовое связанное состояние элементарной частицы описывается комплексной скоростью частиц вакуума с отрицательной частью кинетической энергии путем решения релятивистского уравнения Навье-Стокса. Вязкость частиц вакуума действительна, так как их масса мнимая. Для описания реализации комплексной силы, надо использовать релятивистское уравнение Навье-Стокса, определить комплексную скорость и по ней вычислить комплексную силу. Эта комплексная сила и позволит преодолеть световой барьер.

Сила, действующая на тело со стороны реактивного двигателя, определяется по формуле

$$F_i = \oint (p\delta_{ik} + \rho V_i V_k) df_k .$$

Где интеграл берется только по замкнутой поверхности. Так как действительная часть скорости в турбулентном режиме равна константе, то мнимая часть силы пропорциональна мнимой скорости выходящего потока в двигателе. Кроме нее имеется произведение мнимой части скорости, которое приводит к отрицательной силе, обуславливающую действительную тягу двигателя. Чтобы мнимая часть тяги была больше действительной тяги критическое число Рейнольдса двигателя должно быть большим. Это означает, что поверхности внутри двигателя должна состоять из материала с малой молекулярной шероховатостью, тогда критическое число Рейнольса будет большим $\operatorname{Re} R_i = R_{cr} >> \operatorname{Im} R_i$, тогда $\operatorname{Im} F_i >> \operatorname{Re} F_i$.

Данные свойства двигателя для звуковых и электромагнитных волн одинаковые. Только в случае электромагнитных волн скорость частиц пропорциональны пространственной части четырех вектора скорости. Существует критическое значение четырех вектора, когда он становится комплексным, но для этого необходим большой потенциал. Причем окажется, что в силу мнимости частиц вакуума потенциал окажется мнимым $\frac{\partial p}{\rho \partial x^k} = \frac{\partial U}{m_\gamma \partial x^k}$. В случае взаимодействия двух частиц вакуума гравитационный радиус мнимый, и равен $r_g = 2Gm_\gamma / c^2 - 2q^2 /(m_\gamma c^2) + 4iq\sqrt{G} / c^2$ см. [22] и значит потенциал мнимый.

Список литературы

1. *Schewe P., Riordon J., Stein B.* The Most Precise Test Yet of Special Relativity, Physics News Update, №590, #1,2002
2. *W. Gordon*, Ann der Phys. 72,421,(1923)
3. *Leonhardt U. and Piwnicki P.*, Optics of no uniformly moving media Phys. Rev., **A 60**,4301-4312 (1999)
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: «Наука», т.VIII, 1992, 664с.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика, т.VI, М.-, «Наука», 1988г.,
6. Якубовский Е.Г. Формула для энергии звуковых квазичастиц «Энциклопедический фонд России», 2016,7 стр., http://russika.ru/sa.php?s=1070

7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теоретическая физика т. IX, Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статическая физика, часть II, Теория конденсированного состояния М.: Наука, 1978, 448 стр.
8. Alexandre A. Martins Fluidic Electrodynamics: On parallels between electromagnetic and fluidic inertia arxiv.org/pdf/1202.4611; 2012
9. Якубовский Е.Г. Существование предела скорости при движении в газе и жидкости. «Энциклопедический фонд России», 2016, 17 стр. http://russika.ru/sa.php?s=1047
10. *Гладун А.Д.* Элементы релятивистской механики. М.: МФТИ, 2012г., 37стр.
11. Сивухин Д.В. Общий курс физики Т.3 Электричество. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004, 656 стр.
12. Якубовский Е.Г. Квантовая механика в комплексном пространстве. «Международный журнал экспериментального образования», №9, часть 2, 2016, стр.255-268 http://www.expeducation.ru/pdf/2016/9-2/10491.pdf
13. *Якубовский Е.Г.* ЧАСТИЦЫ ВАКУУМА, ОПИСЫВАЮЩИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ПОЛЯ Реферативный журнал «Научное обозрение» 2016, т.2, стр.58-80, http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/2/662.pdf
14. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973,564с.
15. Альберт Эйнштейн, Собрание научных трудов, том 1, Изд-во "Наука", Москва, 1965 г, "К парадоксу Эренфеста", с.187
16. V.N. Gribov Space-time description of the hadron interaction at high energies. arXiv:hep-ph/0006158
17. Скалли М.О, Зубайри М.С. Квантовая оптика. М.: Физматлит, 2003г. 510с.
18. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теория упругости, М.: Наука, 1987г., 248стр.
19. Якубовский Е.Г. Добавление новых членов в уравнение Максвелла, позволяющих описывать квантовые эффекты и определяющих

комплексное решение. «Энциклопедический фонд России», 2016, 22стр. http://russika.ru/sa.php?s=989

20. Якубовский Е.Г. По поводу преобразований Лоренца. «Энциклопедический фонд России», 2017, 82 стр. http://russika.ru/sa.php?s=1227

21. *Якубовский Е.Г.* Исследование решений уравнения Навье – Стокса, "Энциклопедический фонд России", 2016, 60с., http://russika.ru/sa.php?s=868

22. Якубовский Е.Г. Общая теория гравитационного и электромагнитного поля. «Энциклопедический фонд России», 2015, 19 стр. http://russika.ru/sa.php?s=434