Стандартная модель в N мерном пространстве,

где N число генераторов пространства

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Калибровочные производные в случае алгебры Ли содержат нелинейные члены. Используя понятие спинтензора и спинтензорного дифференцирования можно получить линейную калибровочную производную в случае алгебры Ли при размерности пространства, равной количеству генераторов. Можно определить энергию и импульс частиц как во внешнем поле, так и с учетом взаимодействия. Решается и задача рассеяния, как упругого, так и не упругого.

Определим понятие спинтензорного пространства в случае алгебры Ли спинтензорную координаты по формуле. Решение рассматривается в N мерном пространстве, по числу генераторов этого пространства

$$X = x_a L_a, a = 1,\dots,N.$$

Где L_a N генераторов алгебры Ли. Так как генераторы этого пространства N мерные, значит и пространство является N мерным. Так в ядре атома размерность пространства равна 8, четыре действительные и 4 комплексные координаты. Введем оператор дифференцирования

$$\frac{\partial}{\partial X} = L_a \frac{\partial}{\partial x_a}.$$

Введем понятие спинтензора энергии-импульса, волновой функции, потенциала электромагнитного поля

$$P = \mathrm{E} = p_a L_a, \Psi = \psi_a L_a, \mathrm{A} = A_a L_a.$$

Определим понятие калибровочной производной

$$\frac{D}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X} + ig\mathrm{A}$$
$$g\mathrm{A} \to g\mathrm{A} + \frac{\partial \alpha}{\partial X}.$$

Подставим значение спинтензора волновой функции в определение калибровочной производной и умножим волновую функцию на элемент группы $\exp(-i\alpha_a L_a)$ получим

$$\frac{D\Psi \exp(-i\alpha_a L_a)}{\partial X} = \exp(-i\alpha_a L_a)[\frac{\partial}{\partial X} + i(g\mathrm{A} + \frac{\partial \alpha}{\partial X}) - i\frac{\partial \alpha}{\partial X}]\Psi =$$
$$= \exp(-i\alpha_a L_a)(\frac{\partial}{\partial X} + ig\mathrm{A}) = \exp(-i\alpha)\frac{D\Psi}{\partial X}.$$

Получается, что формула инвариантна относительно локального преобразования.

Получим релятивистское уравнение с использование спинтензоров из уравнения Клейна-Гордона, записанного в безразмерном виде. Уравнение Клейна-Гордона описывает частицы, с целым спином. Обобщим его для описания спинтензоров с произвольным спином

$$-L_a^{-1}\frac{\partial}{\partial y^a}L_a\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial y^a} = -[2(\frac{\partial}{\partial x_8} + \frac{\partial}{\partial x_1})(\frac{\partial}{\partial x_3} + 5\frac{\partial}{\partial x_8}/2) - 6\frac{\partial}{\partial x_1}(\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + 2\frac{\partial}{\partial x_8})]\mathrm{M} = -\frac{\partial^2 \mathrm{M}}{\partial \overline{X}\partial X} = \mathrm{M} =$$
$$= \overline{\Psi}(\overline{X})\Psi(X) = -\frac{\partial^2 \overline{\Psi}(\overline{X})\Psi(X)}{\partial \overline{X}\partial X} = i^2\frac{\partial \overline{\Psi}(\overline{X})}{\partial \overline{X}}\frac{\partial \Psi(X)}{\partial X},$$
$$\overline{\Psi}(\overline{X}) = i\frac{\partial \overline{\Psi}(\overline{X})}{\partial \overline{X}}; \Psi(X) = i\frac{\partial \Psi(X)}{\partial X}$$
$$E = i\frac{\partial \ln \overline{\Psi}(\overline{X})}{\partial \overline{X}} + \overline{U}; E = i\frac{\partial \ln \Psi(X)}{\partial X} + U$$
$$\frac{\partial}{\partial \overline{X}} = \begin{Vmatrix} \frac{\partial}{\partial y^0} - \frac{\partial}{\partial y^3} & -(\frac{\partial}{\partial y^1} + i\frac{\partial}{\partial y^2}) \\ -(\frac{\partial}{\partial y^1} - i\frac{\partial}{\partial y^2}) & \frac{\partial}{\partial y^0} + \frac{\partial}{\partial y^3} \end{Vmatrix} / 2 = L_a^{-1}\frac{\partial}{\partial y^a}$$
$$U = \frac{U}{mc^2} = \begin{Vmatrix} U_0 + U_3 & U_1 + iU_2 \\ U_1 - iU_2 & U_0 - U_3 \end{Vmatrix}, y^l = x^l\frac{\hbar}{2mc}$$

Тогда спин тензор запишется в виде

$$X = L_a x_a = \left\| \begin{matrix} x_8 + x_3 & x_1 - ix_2 & x_4 - ix_5 \\ x_1 + ix_2 & x_8 - x_3 & x_6 + ix_7 \\ x_4 + ix_5 & x_6 - ix_7 & -2x_8 \end{matrix} \right\|$$

$$\overline{X} = L_b^{-1} x_b = \left\| \begin{matrix} -x_1 - x_2 - 2x_8 & 0 & 0 \\ 0 & -x_1 - x_2 - 2x_8 & 0 \\ 0 & 0 & -x_1 - x_2 - x_3 + x_8 / 2 \end{matrix} \right\| . \qquad (1)$$

Вычислим спинтензор произведения прямой и обратной матрицы

$$L_a x_a L_b^{-1} x_b =$$

$$= \left\| \begin{matrix} (x_8 + x_3)(-x_1 - x_2 - 2x_8) & (x_1 - ix_2)(-x_1 - x_2 - 2x_8) & (x_4 - ix_5)(-x_1 - x_2 - 2x_8) \\ (x_1 + ix_2)(-x_1 - x_2 - 2x_8) & (x_8 - x_3)(-x_1 - x_2 - 2x_8) & (x_6 - ix_7)(-x_1 - x_2 - 2x_8) \\ (x_4 + ix_5)(-x_1 - x_2 - x_3 + x_8 / 2) & (x_6 + ix_7)(-x_1 - x_2 - x_3 + x_8 / 2) & -2x_8(-x_1 - x_2 - x_3 + x_8 / 2) \end{matrix} \right\| =$$

Уравнение Клейна-Гордона в частных производных для этих переменных выглядит таким образом

$$[(2\frac{\partial}{\partial x_8} + \frac{\partial}{\partial x_4} + \frac{\partial}{\partial x_6} + i\frac{\partial}{\partial x_5} + i\frac{\partial}{\partial x_7})(\frac{\partial}{\partial x_3} + 5\frac{\partial}{\partial x_8}/2) - 2(\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_4} + \frac{\partial}{\partial x_6})(\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + 2\frac{\partial}{\partial x_8})]\psi = \psi$$

Переходя к четырехмерному пространству, воспользуемся $x_1 = x_4 = x_6, x_2 = x_5 = -x_7$, получим действительное уравнение

$$[2(\frac{\partial}{\partial x_8} + \frac{\partial}{\partial x_1})(\frac{\partial}{\partial x_3} + 5\frac{\partial}{\partial x_8}/2) - 6\frac{\partial}{\partial x_1}(\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + 2\frac{\partial}{\partial x_8})]\psi = \psi .$$

При использовании генераторов в виде матрицы Паули получаем уравнение Клейна-Гордона в виде

$$L_a^{-1}\frac{\partial}{\partial x_a} L_b \frac{\partial}{\partial x_b}\psi = E(\frac{\partial^2}{\partial x_0^2} - \sum_{l=1}^{3}\frac{\partial^2}{\partial x_l^2})\psi = E\psi$$

Получим эти уравнения из уравнения Клейна-Гордона с электромагнитным потенциалом. При выводе этого уравнения воспользовались перестановочностью постоянной матрицы генераторов со скаляром

$$-[L_a^{-1}(\frac{\partial}{\partial y^a}+\overline{U}_a)L_a(\frac{\partial}{\partial y^a}+U_a)]\overline{\Psi}\Psi =$$
$$=\overline{\Psi}\Psi=[\overline{\Psi},\Psi]=-(\frac{\partial}{\partial \overline{X}}+\overline{U})(\frac{\partial}{\partial X}+U)[\overline{\Psi},\Psi]=-[(\frac{\partial}{\partial \overline{X}^*}+\overline{U})\overline{\Psi},(\frac{\partial}{\partial X}+U)\Psi]$$

Тогда имеем уравнение для материи

$$\Psi = i\frac{D\Psi}{\partial X}=i\frac{\partial\Psi}{\partial X}+igA\Psi$$
$$E = i\frac{\partial \ln\Psi}{\partial X}+igA$$

Решение этого уравнения см. [1]. Уравнение для поля в четырехмерном пространстве, полученное из уравнения в 8 мерном пространстве имеет вид

$$\frac{\partial^2 A}{\partial X\partial \overline{X}}=\sum_{a,b=1}^{N} L_a L_b^{-1}\frac{\partial^2 A}{\partial x_a \partial x_b}=[2(\frac{\partial}{\partial x_8}+\frac{\partial}{\partial x_1})(\frac{\partial}{\partial x_3}+5\frac{\partial}{\partial x_8}/2)-6\frac{\partial}{\partial x_1}(\frac{\partial}{\partial x_1}+\frac{\partial}{\partial x_2}+2\frac{\partial}{\partial x_8})]A=J$$
$$A=\int_0^X\int_0^{\overline{X}} J(X,\overline{X})d\overline{X}dX$$

Тогда решение уравнения стандартной модели выглядит следующим образом

$$\ln\Psi(X)=-iX+g\int_0^X\int_0^X\int_0^{\overline{X}} J(X,\overline{X})d\overline{X}dXdX$$
$$\Psi(X)=\exp[-iX+g\int_0^X\int_0^X\int_0^{\overline{X}} J(X,\overline{X})d\overline{X}dXdX];$$
$$X_{nk}-i\int_0^{X_{nk}}\int_0^X\int_0^{\overline{X}_{nk}} J(X,\overline{X})d\overline{X}dXdX=2\pi k,\Psi_n(X_{nk})=E$$

Собственное значение спинтензора энергии импульса определим из уравнения

$$E_n=i\frac{\partial \ln\Psi}{\partial X}=E-ig\int_0^{X_n}\int_0^{\overline{X}_n} J(X,\overline{X})d\overline{X}dX .$$

В случае нулевого тока, имеем $E_0=mc^2$ и нулевое значение импульса при координате $X_n=2\pi n$.

В случае учета влияния частиц друг на друга, имеется N волновых функций, каждая со своим потенциалом и имеется система из N уравнений. Где величина n означает номер частицы, а величина k ее положение в пространстве. Величина k определяет ветвь решения и одинакова для всех частиц. Волновая функция у каждой частицы разная

$$\ln \Psi_n(X) = -i(X - 2\pi n) + i\sum_{m=1}^{N} \int_{2\pi n}^{X} \mathrm{A}(X - X_{mk})dX$$

$$\Psi_n(X) = \exp[-i(X - 2\pi n) + i\sum_{m=1}^{N} \int_{2\pi n}^{X} \mathrm{A}(X - X_{mk})dX]; \qquad (2)$$

$$X_{nk} - 2\pi n - \sum_{m=1}^{N} \int_{2\pi n}^{X_{nk}} \mathrm{A}(X - X_{mk})dX = 2\pi k, \Psi_n(X_{nk}) = E$$

Все частицы соответствующие одной ветви собственной координаты (общее значение k) двигаются с одинаковой поступательной скоростью, определяемой действительной частью импульса. Имеется счетное количество координат, которые эти частицы могут занять хаотическим образом, каждую координату в свой момент времени, и далее частица существует с этими параметрами. При новом моменте времени меняется не предсказуемым образом расположение частиц, до следующего момента времени. Каждая частица занимает свою координату.

Решение с потенциальным электромагнитным полем описывает распределение элементарных частиц одинаковой массы во внешнем электромагнитном поле. В случае не внешнего, а взаимного электромагнитного поля интеграл частиц с постоянными комплексными координатами определяется по формуле

$$\frac{d}{dX}\int_{2\pi n}^{X_{nk}} \sum_{m=1}^{N} \mathrm{A}(X - X_{mk})dX = \sum_{m=1}^{N} \mathrm{A}(X_{nk} - X_{mk}).$$

так как комплексные скорости частиц одинаковы, аргументы сводятся к разности квантовых чисел. В случае периодичного распределения частиц по пространству получается периодичная электромагнитная энергия

$x_{nk}=x_{0k}+2\pi n$. Формула для периодической по пространственным координатам функции имеет вид (по временной координате функция не периодическая)

$$A(x_0,...,x_3)=\sum_{n,m,k=-\infty}^{\infty}\exp(i\psi_{nmk})\begin{Vmatrix}A_{nmk0}\exp(ilx_0)+A_{nmk3} & A_{nmk1}+iA_{nmk2}\\ A_{nmk1}-iA_{nmk2} & A_{nmk0}\exp(ilx_0)-A_{nmk3}\end{Vmatrix},$$
$$\psi_{nmk}=nx_2+mx_2+kx_3, l^2=n^2+m^2+k^2$$

импульс является константой и зависит от двух индексов.

$$\mathrm{E}_{nk}=i\frac{\partial\ln\Psi(X)}{\partial X}=E-\sum_{m=1}^{N}\mathrm{A}(X_{nk}-X_{mk}). \qquad (3)$$

Энергия у разных частиц разная так как временная зависимость функции потенциала электромагнитного поля не периодическая, а пространственный импульс одинаков, так как пространственные координаты периодичные. Частица меняет свои координаты с изменением квантового числа k в определяемый момент времени.

В случае электромагнитного поля его потенциал считается по формуле Лиенара-Вихерта и равен $\mathrm{A}(X_{nk}-X_{mk})=\dfrac{e\mathrm{E}_{nk}}{(X_{nk}-X_{mk},\bar{\mathrm{E}}_{nk})}$ и величина энергии импульса считается из нелинейного уравнения, причем импульс у всех частиц одинаков, а энергия разная. Скалярное произведение двух спинтензоров определяется по формуле перемножения элементов с одинаковым индексом в одной строке или в одном столбце

$$(X,\bar{Y})=(\begin{Vmatrix}x_0+x_3 & x_1+ix_2\\ x_1-ix_2 & x_0-x_3\end{Vmatrix},\begin{Vmatrix}y_0-y_3 & -(y_1-iy_2)\\ -(y_1+iy_2) & y_0+y_3\end{Vmatrix})$$
$$=\begin{Vmatrix}x_0y_0-x_1y_1-x_2y_2-x_3y_3 & 0\\ 0 & x_0y_0-x_1y_1-x_2y_2-x_3y_3\end{Vmatrix}=(x_0y_0-x_1y_1-x_2y_2-x_3y_3)E$$
$$(X,\bar{Y})=x_0y_0-x_1y_1-x_2y_2-x_3y_3$$

В силу постоянства комплексных координат запаздывание учитывать не надо. Так как координаты спинтензора комплексные устраняется сингулярность знаменателя в формуле Лиенара-Вихерта. Собственные значения комплексных координат разные, поэтому знаменатель не сингулярный в формуле Лиенара-Вихерта.

Оценим величину энергии частицы. Она состоит из взаимодействия частиц одинакового и разного знака и для четырех частиц разного знака (пара взаимодействий одинакового и разного знака) для большого главного квантового числа равна

$$\mathrm{E}_0 - mc^2 = -\sum_{m=1,3} \left(\frac{\alpha}{n-m} - \frac{\alpha}{n-m+1}\right) = -\sum_{m=1,3} \frac{\alpha}{(n-m)(n-m+1)} = -\frac{2\alpha}{n^2}\,.$$

В случае двух частиц разного знака, близко расположенных они образуют поле диполя во всем пространстве и значит энергия равна $\mathrm{E}_0 - mc^2 \sim -\frac{\alpha}{(n-m)^2}$. Когда диполь взаимодействует с другой частицей плечо диполя параллельно направлению на частицу. При усреднении такого взаимодействия появляется постоянный множитель $<\cos^2\varphi>=1/2$. Так как диполь состоит из частиц разного знака, его энергия отрицательная.

Причем для каждой частицы безразмерные параметры используют свою массу, при переходе к размерным параметрам это надо учитывать. Размерные параметры для разного сорта частиц определяются по формуле

$$y_{nl} = x_{kl0} + 2\pi n \frac{m_k}{\sum_{k=1}^{N} m_k}\lambda, x_{kl0} = 2\pi \frac{\sum_{k=1}^{l} m_k}{\sum_{k=1}^{N} m_k}\lambda, \lambda = \frac{\hbar}{c\sum_{k=1}^{N} m_k}\,.$$

Решение задачи определяет комплексное значение импульса и координаты. Для действительных координат это невозможно. Но комплексные координаты определены с точностью до среднеквадратичного отклонения, равного мнимой части, следовательно, могут удовлетворять соотношению неопределенности.

Решение задачи не зависит от спина частицы, а зависит от других квантовых чисел, в которые спин не входит. Для получения зависимости от спина надо использовать уравнение второго порядка. Что и сделано в статье [2]. Причем данный алгоритм описывает как бозоны, так и фермионы и частицы с произвольным спином. Разделение на бозоны и фермионы получилось из уравнения второго порядка при использовании антисимметричной части произведения матриц Дирака. Иметь одинаковые координаты запрещено как бозонам, так и фермионам, иначе знаменатель в формуле Лиенара-Вихерта будет сингулярный.

Что произойдет если учитывать внешнее электромагнитное поле и собственное поле элементарных частиц. Тогда переменное значение энергии импульса состоит из переменной скорости частиц вакуума $-U(X)$ и движение с постоянной комплексной скоростью элементарных частиц $-\sum_{m=1}^{N} \mathrm{A}(X_{nk} - X_{mk})$

$$P(X) = i\frac{\partial \ln \Psi(X)}{\partial X} = E - \mathrm{A}_{ext}(X) - \sum_{m=1}^{N} \mathrm{A}(X - X_{mk}).$$

Причем при усреднении энергии импульса элементарных частиц, имеющих одинаковую массу, возникнет постоянное значение энергии элементарных частиц и постоянная скорость элементарных частиц.

$$< P(X) >= E - \mathrm{A}_{ext}(X_{nk}) - \sum_{m=1}^{N} \mathrm{A}(X_{nk} - X_{mk}).$$

Можно решить задачу рассеяния. Для этого нужно определить по квантовым числам частиц вступивших в реакцию их энергию и импульс согласно (2), (3), определив координаты каждой частицы X_{nk}^{0}. Тогда рассеянные частицы будет описывать уравнение (4)

$$\ln\Psi_n(X) = -i(X - X_{nk}^0) + i\sum_{m=1}^{N}\int_{X_{nk}^0}^{X} \mathrm{A}(X - X_{mk})dX$$

$$\Psi_n(X) = \exp[-i(X - X_{nk}^0) + i\sum_{m=1}^{N}\int_{X_{nk}^0}^{X} \mathrm{A}(X - X_{mk})dX]; \qquad (4)$$

$$X_{nk} - X_{nk}^0 - \sum_{m=1}^{N}\int_{X_{nk}^0}^{X_{nk}} \mathrm{A}(X - X_{mk})dX = 2\pi k, \Psi_n(X_{nk}) = E$$

Решаем третье уравнение (4), определяя координаты рассеянных частиц в штрихованной системе координат. Определяем энергию импульс по координатам. Эти координаты определят волну с известной скоростью, по вычисленным собственным значениям импульса. При этом безразмерная энергия-импульс тела и электромагнитного поля будет сохраняться, согласно уравнению (3). Если квантовые числа системы останутся не измененными, то получим упругое рассеяние, если они изменятся, то неупругое.

Отмечу высказывание Хуанга в [3] конец раздела 3.3 «Концепция нарушение симметрии с помощью механизма Хиггса обязана своей популярностью не лучшему согласию с экспериментальными данными, чем при других используемых механизмов, а простоте теоретической реализации». Поэтому в данной статье механизм Хиггса исключен.

Но какова же разница между сильными и слабыми взаимодействиями. Она описана в [4]. Потенциал сильного взаимодействия, это взаимодействие между частицами вакуума, т.е. между диполями, описывающими частицу вакуума. А потенциал слабого взаимодействия, это потенциал взаимодействия между частицами вакуума и электроном. В данной статье вычислена константа сильного и слабого взаимодействия.

Отмечу, что статьи [1], [4] опубликованы также в scholar.google.

Литература

1. Якубовский Е.Г. Получение уравнения Дирака в спинорном представлении. «Энциклопедический фонд России», 2017, 12 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1511329079.pdf
2. Якубовский Е.Г. Решение уравнения Клейна-Гордона в спинтензорном представлении для широкого класса потенциалов. «Энциклопедический фонд России», 2017, 11 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1479397178.pdf
3. Хуанг К. Кварки, лептоны и калибровочные поля. М.: «Мир», 1985, 363 стр.
4. Якубовский Е.Г. Происхождение потенциала сильного и слабого взаимодействия. «Энциклопедический фонд России», 2017, 6 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1474897923.pdf