

Аналогия между гидродинамикой
и рассеянием на шероховатой поверхности

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Имеется аналогия между гидродинамикой и рассеянием на шероховатой поверхности. Оба процесса нелинейные. Когерентное рассеяние соответствует ламинарному решению. Диффузное рассеяние аналогично турбулентному решению. При этом поверхность может иметь дисперсию и среднее значение. значит в общем случае поверхность комплексная. Критерий ka определяет турбулентное диффузное рассеяние при малом значении ka , и ламинарное когерентное рассеяние при большом ka . Ламинарное решение действительное, а турбулентное комплексное. Между действительным решением и комплексным существует резкая граница при одном волновом числе. Но волна имеет спектр волновых чисел, поэтому в случае рассеяния резкой границы между действительным и ламинарным рассеянием нет, а есть переходная зона.

Рассеяние волны на шероховатой поверхности имеет границу между когерентным рассеянием и диффузным рассеянием. При условии $ka \sin^3 \varphi \gg 1$ см [1], где используется волновое число волны k и радиус кривизны поверхности a и угол скольжения φ наблюдается когерентное рассеяние, или ламинарное. При противоположном условии наблюдается диффузное рассеяние или турбулентное рассеяние и коэффициент отражения определяется по формуле $V_\varphi = \exp(-k\sigma \sin \varphi)$, где величина σ среднеквадратичное отклонение высоты поверхности или малый радиус кривизны поверхности. Формула получается путем замены величины высоты шероховатости на мнимое среднеквадратичное отклонение. Угол скольжения

изменяется на отрезке $[0, \pi]$. Данная формула справедлива для любого среднеквадратичного отклонения.

В случае синусоидальной поверхности коэффициент отражения равен $V_\varphi = J_0(2k\sigma_{max}\sin\varphi)$, см [1]. Это особый случай отражения, коэффициент отражения имеет разные знаки. Отличается и коэффициент отражения при постоянном тангенсе наклона шероховатости. Разные шероховатости приводят к разным отраженным сигналам.

Критерий между двумя предельными случаями рассеяния соответствует числу Рейнольдса $\frac{va}{\nu} = ka; k = \frac{v}{\nu}$. Число Рейнольдса имеет критическое значение между ламинарным режимом и турбулентным режимом. При ламинарном режиме шероховатость поверхности не влияет на свойство потока, а при турбулентном режиме шероховатость сказывается на мнимую часть скорости потока и турбулентный режим зависит от шероховатости.

Имеется ли критическое значение между когерентным и диффузным рассеянием? Поверхности, на которой рассеивается волна может иметь большой радиус кривизны и малую высоту шероховатости, т.е. оба режима могут существовать одновременно, имеется когерентная и диффузная компонента. Пограничный слой тела в потоке может быть турбулентным, а вдали от тела поток может быть ламинарным. Значит можно высказать предположение, что диффузное, турбулентное рассеяние волны существует вблизи тела, а когерентное ламинарное рассеяние волны вдали от тела. Но рассеяние волны в произвольном случае не разделяется на ламинарное и турбулентное. Такое разделение соответствует действительному и комплексному течению. Причем мнимая часть комплексного течения пересчитывается в действительную часть. В случае рассеяния волны такой пересчет произведен и сложно выделить мнимую часть рассеяния.

Мнимая часть соответствует среднеквадратичному отклонению потока, а действительная часть его среднему значению. Среднеквадратичное значение

поверхности при когерентном рассеянии и при рассеянии на синусоидальной поверхности равно нулю и значит поверхность действительная. В случае диффузного рассеяния или рассеяния при постоянном среднеквадратичном тангенсе угла шероховатости поверхность имеет дисперсию и, следовательно, ее размер имеет мнимую часть. Какова поверхность рассеяния, таковы и могут быть свойства потока. Если поверхность действительная (критерий шероховатости безразмерная кривизна поверхности $1/ka$ меньше критического, то рассеяние ламинарное, если комплексная (критерий шероховатости – безразмерная кривизна поверхности $1/ka$ велик), то рассеяние турбулентное. Если поверхность смешанного типа, то вблизи она турбулентная, а вдали ламинарная. Причем между комплексной и ламинарной волной имеется граница. Граница соответствует $ka = \frac{\sigma}{l} = \frac{1}{R_{cr}} = 1/2300$, т.е. критерий шероховатости отношение помехи к сигналу $ka = \frac{\sigma}{l}$.

Если микро-шероховатости $\langle |\tan \varphi| \rangle$ распределены по всей поверхности трубопровода, они находятся и на макро-шероховатостях и определяют критическое число Рейнольдса и коэффициент сопротивления при числе Рейнольдса, равном 2300. Микро-шероховатости имеют молекулярную природу и определяются средним размером атома, равным среднему геометрическому между размером ядра r_A , и размером орбиты Бора $\sigma = \sqrt{r_A a_0}$, при расстоянии между атомами $a = 3.043A$, равному некоторой величине, определяемой свойствами границы трубопровода, железом, титаном и углеродом. Расстояние между атомами железа $a_{Fe} = 2.87A$, между атомами титана $a_{Ti} = 3.46A$, между атомами углерода $a_C = 3.567A$ см. [7]. При этом абсолютная величина тангенса наклона высоты микро-шероховатости поверхности металла в трубопроводе определяется по формуле

$$h(z) = \langle |\tan \varphi| \rangle = \sum_{n=-N}^N \exp[-(z - na)^2 / 2\sigma^2] / (2N\sqrt{2\pi}).$$
 Средний тангенс наклона

равен

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{cr}} &= \int_{-\infty}^{\infty} h(z) \frac{dz}{2Na} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(z-na)^2 / 2\sigma^2] dz}{2\sqrt{2\pi}a} = \frac{\sigma}{2a} = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 6.086} \sqrt{\frac{r_A}{a_0}} = \frac{1}{2 \cdot 6.086} \sqrt{\frac{1.4 \cdot 10^{-13}}{0.5 \cdot 10^{-8}}} = \frac{1}{2300} \end{aligned}$$

Величина критического числа Рейнольдса относительно диаметра равна $R_{cr} = 2300$. Но почему критическое число Рейнольдса для сферы равно $3 \cdot 10^5$. Это связано с разным определением критического числа Рейнольдса. Оно

равно $\frac{1}{R_{cr}} = \frac{da}{ds} = \frac{dl_{eff}}{ds} \cdot \frac{a}{l_{eff}} = \frac{1}{2300} \cdot \frac{a}{l_{eff}}$, где величина l_{eff} эффективный,

гидродинамический размер тела, включая среду, a истинный геометрический

размер тела, причем $\frac{dl_{eff}}{ds} = |\tan \varphi| = \frac{1}{2300}$ молекулярный тангенс наклона

шероховатости. Причем отношение $\frac{a}{l_{eff}}$ может иметь значение $\frac{a}{l_{eff}} = 0.01$.

Необходимо отметить, что к микро-шероховатостям относятся и ступенчатое изменение высоты поверхности. Его тангенс наклона образует дельта функцию и при усреднении дает вклад в критическое число Рейнольдса в

данном сечении $\frac{2}{R_{cr}} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^P \frac{|\Delta a_k|}{Pa} \delta(z - z_k) dz = \sum_{k=1}^P \frac{|\Delta a_k|}{Pa}$, где скачок высоты

произошел на разных углах данного сечения.

Но эти соотношения справедливы для одного волнового числа, или одной скорости потока. Для распределения волнового числа граница между ламинарным и турбулентным потоком размыта. Скорость тела величина однозначная, и поэтому граница между турбулентным и ламинарным потоком резкая. Волновое число волны не постоянно поэтому резкой границы нет.

Возникает вопрос, можно ли коэффициент отражения, вычисленный для волны применить к гидродинамическому потоку? Для трубопровода это проблематично, так как для его расчета используется только продольная

скорость волн, одинаковая по всей длине потока в случае несжимаемой жидкости. Но мнимая часть скорости, это среднеквадратичное отклонение и на него сказывается шероховатость поверхности. Поэтому мнимую часть для внутренней задачи нужно умножить на величину $\beta = \frac{R_{cr}^{0.05}-1}{R_{cr}^{0.05}+1} \exp(-\frac{R}{20R_{cr}^{1.05}}) + [1 - \exp(-\frac{R}{20R_{cr}^{1.05}})] \times (\frac{2}{\frac{2hR_{cr}}{d}+1})^{3/8}$. Где d диаметр трубопровода, h среднеквадратичная высота шероховатостей, и переменное число Рейнольдса потока. Первый и второй член определяют поле внутри шероховатости. Первый член определяет поле, отраженное от внешней границы шероховатости, второй преломленный член определяет поле, прошедшее шероховатость, и отраженное от гладкой поверхности с коэффициентом отражения равным единице. Используются коэффициенты $0.05=1/20$. Приведем график коэффициента сопротивления круглого трубопровода в зависимости от числа Рейнольдса и степени шероховатости. Коэффициент сопротивления определяется по формуле (вывод этих формул см. [2])

$$\lambda = \frac{8}{x} [4 + \sqrt{16 + 8(x^2 - R_{cr}x)/(R_{cr}^2\beta^2)}]$$

$$\lambda = \frac{64}{x}$$

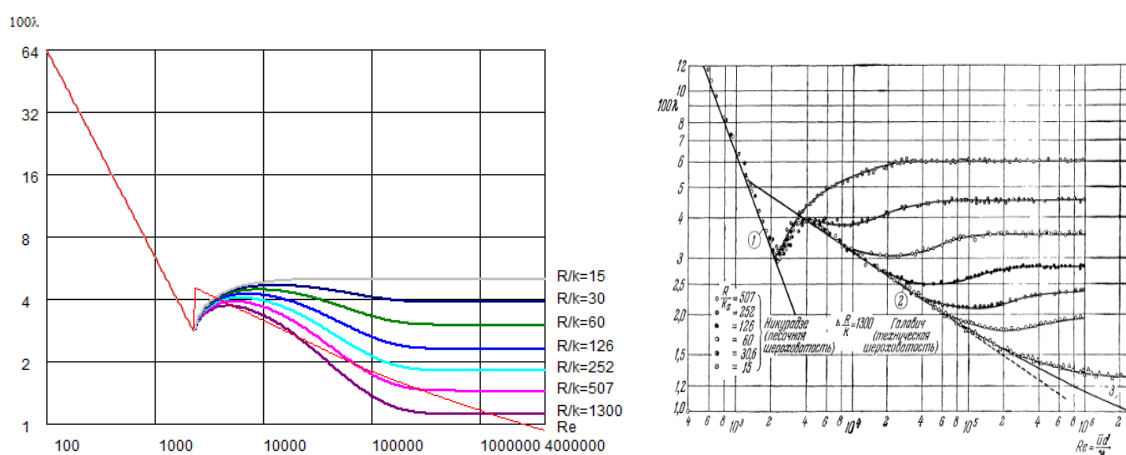


Рис.1 Слева находится график, построенный на основании теоретического подсчета, а справа график на основе эксперимента

Литература

1. Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на шероховатой поверхности. М.: «Наука». 1972г, 424стр.
2. Якубовский Е.Г. Исследование решения уравнения Навье-Стокса II. «Энциклопедический фонд России», 2017, 61стр.
http://russika.ru/userfiles/390_1514275116.pdf