

Графики траектории небесных тел

Графики являются гладкими функциями в зависимости от угла. При модуле эксцентриситета, стремящемся к единице проявляется отличие от эллипса. При малом модуле эксцентриситета графики не представляют интереса и по виду совпадают с эллипсом. Хотя рисунок является окружностью. На самом деле это эллипс, что видно по значениям координаты.

Графики построены для следующих значений функций

$$X^2 = \left[\operatorname{Re} \frac{p}{1+e \cos \varphi} \cos \varphi \right]^2 + \left\{ \operatorname{Im} - \frac{8p(1-e^2)^{3/2}}{1+e^2} \left[\frac{1}{2} \arctan \sqrt{\left[1 + \frac{2e}{1+e^2} \cos \varphi\right] \frac{1+e^2}{1-e^2}} - \sqrt{\left[1 + \frac{2e}{1+e^2} \cos \varphi\right] \frac{1+e^2}{1-e^2}} \right] \Big|_0^\varphi \right\}^2 - \frac{\sqrt{\left[1 + \frac{2e}{1+e^2} \cos \varphi\right] \frac{1+e^2}{1-e^2}}}{4(1+e \cos \varphi)} \Big|_0^\varphi \right\}^2$$

$$Y^2 = \left\{ \operatorname{Re} \frac{p}{1+e \cos \varphi} \sin \varphi \right\}^2 + \left\{ \operatorname{Im} p \int_0^\varphi \frac{\cos \varphi \sqrt{1+e^2+2e \cos \varphi}}{(1+e \cos \varphi)^2} d\varphi \right\}^2$$

$$X = \sqrt{X^2 + Y^2} \cos \varphi$$

$$Y = \sqrt{X^2 + Y^2} \sin \varphi, \varphi \in [-\pi, \pi]$$

За основу взяты комплексный эксцентриситет, радиус p , действительный коэффициент α в законе всемирного тяготения Ньютона, комплексная приведенная масса m . Энергия и импульс при этом окажутся комплексными

$$E = -\alpha \frac{(1-e^2)}{2p}; L = \frac{p\sqrt{-2mE}}{\sqrt{1-e^2}}. \text{ Используются следующие значения параметров}$$

Рис.1 $e = 0.95 + i0.3, |e| = 0.996 < 1, p = (1 + i0.1)10^{33} \text{ cm}, \alpha = 6.67 \cdot 10^{58}, m = (4 + i1)10^{33}$

При этом оказалось
 $E = -(4.3 + i12) \cdot 10^{42} \text{ erg}; L = (52 + i9) \cdot 10^{52} \text{ g} \cdot \text{cm}^2 / \text{s}$
 $\alpha = G(\operatorname{Re} m_1 \operatorname{Re} m_2 - \operatorname{Im} m_1 \operatorname{Im} m_2) = 6 \cdot 10^{58} \text{ g}$

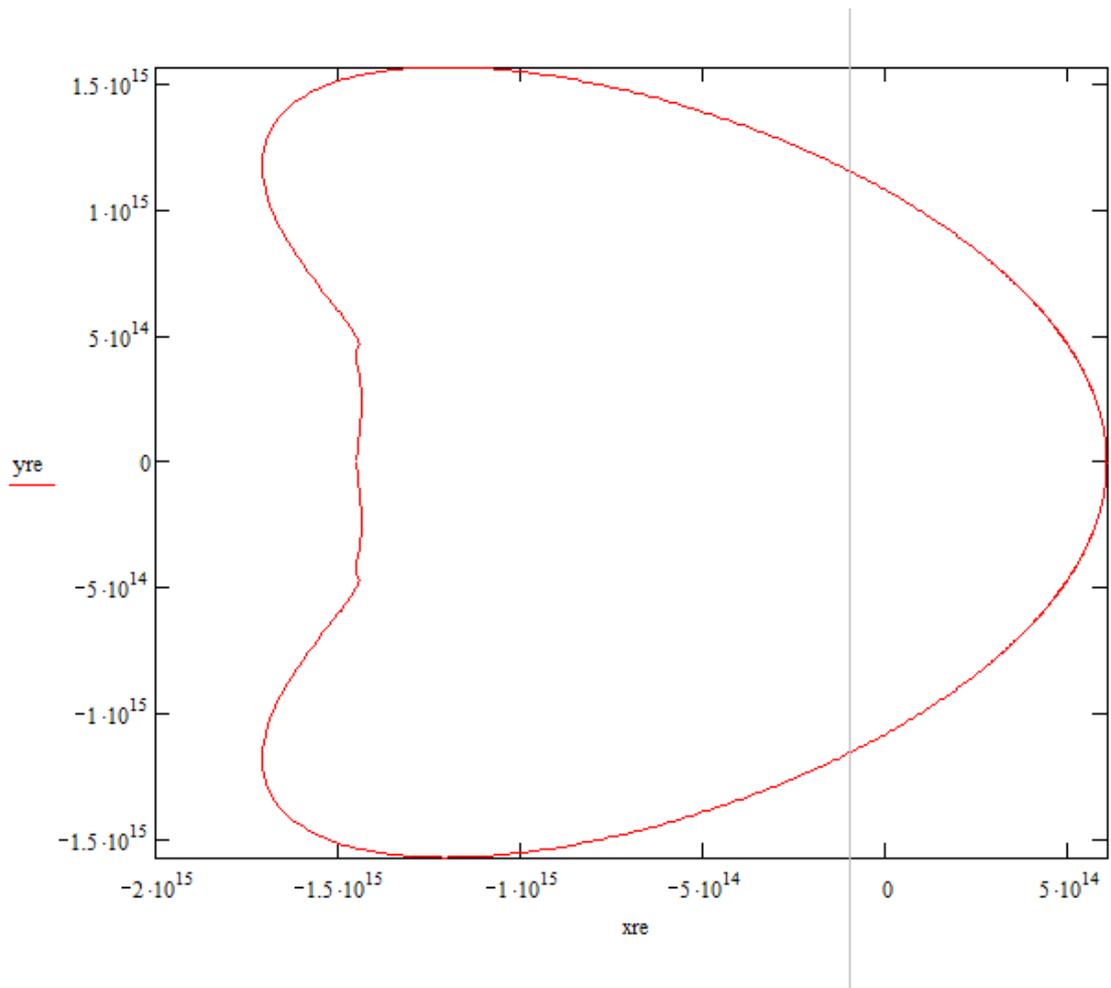


Рис.1

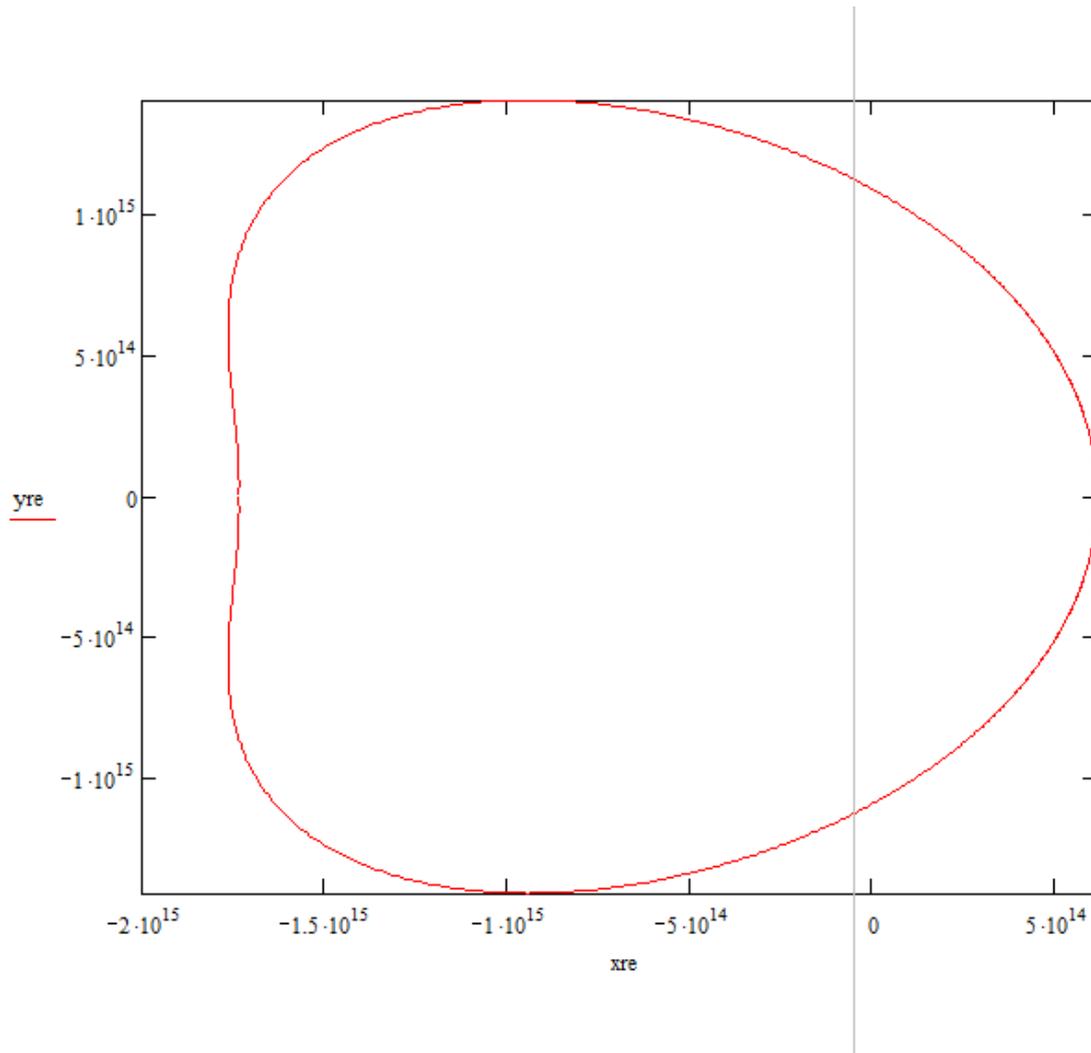


Рис.2

Эксцентриситет равняется $e = 0.8 + i0.3$. Остальные параметры неизменные, радиус p , коэффициент пропорциональности в законе притяжения Ньютона, приведенная масса.

О масштабе по разным осям надо судить по цифрам, описывающих размеры. Чтобы кривая описывающая траекторию была выпуклая и не имела самопересечений, необходимо, чтобы отношение $\frac{y}{x}$ должно быть монотонной функцией угла φ . При этом, угол, образованный началом координат и точкой кривой, является возрастающим с ростом угла φ .

При любых значениях параметров значение $\frac{y}{x}$ является возрастающей функцией угла φ .

Я показал отличающиеся от эллипса значения кривых.

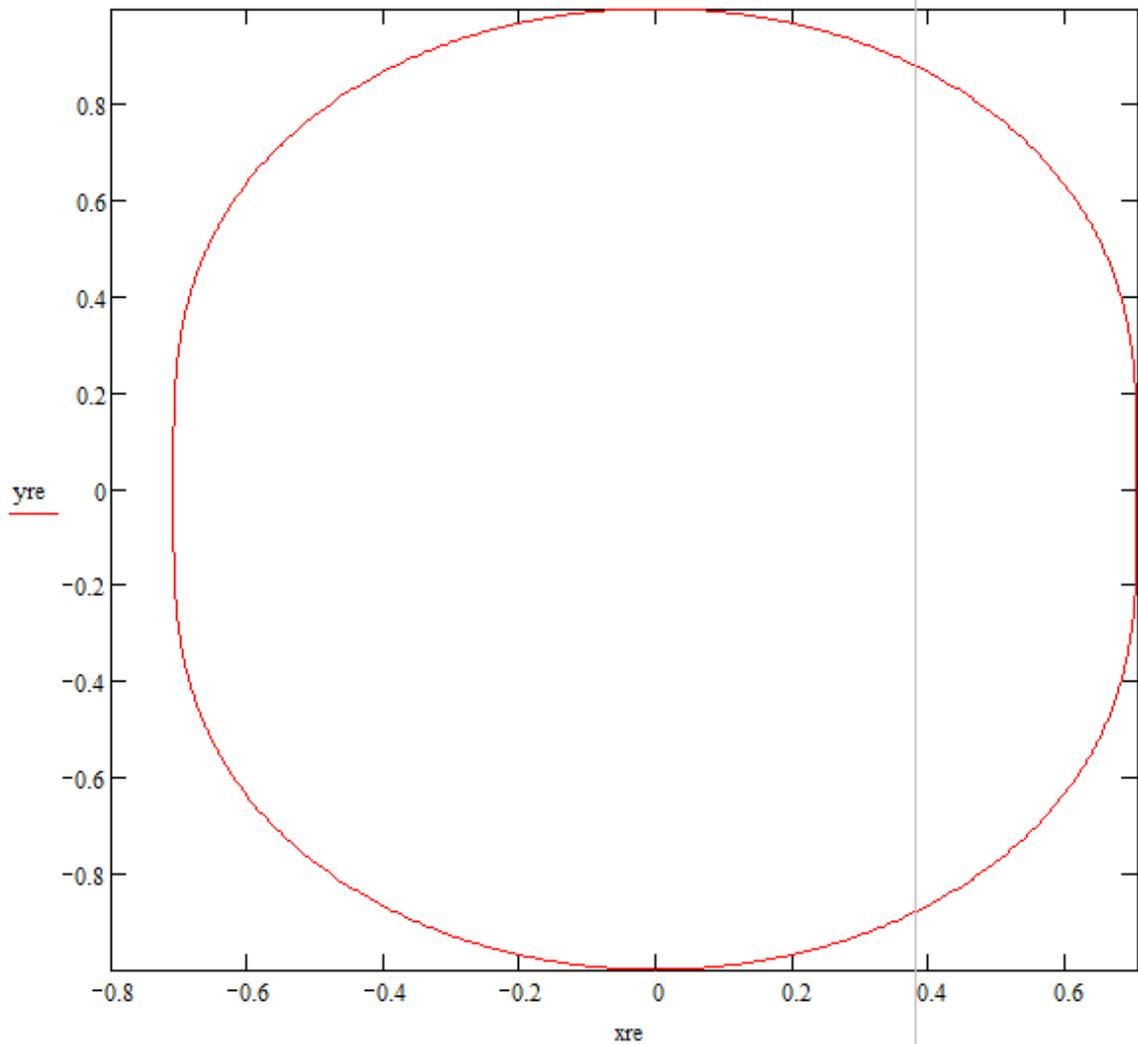


Рис.3

Этот рисунок построен для комплексного значения $p = (1 + i)10^{33} \text{ см}$ при нулевом эксцентриситете, и остальных действительных параметрах. Уравнение этой кривой

$$\begin{aligned}
 X^2 &= (\operatorname{Re} p \cos \varphi)^2 + (\operatorname{Im} p)^2 \sin^2 \varphi \\
 Y^2 &= (\operatorname{Re} p \sin \varphi)^2 + (\operatorname{Im} p)^2 \sin^2 \varphi \\
 R^2 &= X^2 + Y^2 = (\operatorname{Re} p)^2 + (\operatorname{Im} p)^2 \sin^2 \varphi / \\
 X &= \sqrt{(\operatorname{Re} p)^2 + (\operatorname{Im} p)^2 \sin^2 \varphi} \cos \varphi \\
 Y &= \sqrt{(\operatorname{Re} p)^2 + (\operatorname{Im} p)^2 \sin^2 \varphi} \sin \varphi
 \end{aligned}$$

При нулевой мнимой части получается окружность.