Работа двигателя emdrive

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Согласно исследованиям NACA разработан двигатель с внутренним устройством в виде резонатора. Он создает малую тягу. Но малая тяга может образоваться только за счет реактивного движения. Откуда в замкнутом объеме создается реактивная тяга. Она образуется за счет излучения частиц вакуума. Поверхность двигателя освещена электромагнитным полем равномерно. Но через стенки двигателя могут просочиться частицы вакуума и создать реактивную тягу. Для этого стенки двигателя должны быть разными и частицы вакуума будут вылетать с разных сторон с разной концентрацией, создавая реактивную тягу.

Данная статья состоит из двух частей. В первой описан двигатель, использующий свойства частиц вакуума, а во второй части объяснена необходимость описания вакуума, как разреженного газа, имеющего мнимую кинематическую вязкость $i\hbar/(2m)$.

1. Вывод основных соотношение, обеспечивающих работу двигателя

При высокой добротности резонатора создаваемая сила в одном направлении равна

$$F = \omega \frac{E^2 + H^2}{8\pi u} V \{ \exp(-\frac{d_1}{\lambda_1 Q}) - \exp[-\frac{(E^2 + H^2)V}{8\pi kT}] \}$$

Где λ_1, Q толщина скин-слоя и добротность резонатора. Член $\exp(-\frac{d_1}{\lambda_1 Q})$ учитывает уменьшение концентрации частиц вакуума при прохождении слоя. Величина $\frac{E^2 + H^2}{8\pi}$ соответствует плотности энергии электромагнитного поля и равна плотности энергии частиц вакуума. Величина скорости $u = \frac{E^2 + H^2}{8\pi e^2 / a_0^5} \frac{c}{137}$

соответствует доли плотности электромагнитной энергии созданного поля в резонаторе, к плотности электромагнитной энергии в атоме, умноженной на скорость электрона в атоме. Величина a_0 равна радиусу Бора.

Член $\exp[-\frac{(E^2+H^2)V}{8\pi kT}]$ учитывает концентрацию частиц вакуума на стенках внутренней части двигателя. V объем резонатора. Тогда разность тяг в противоположных направлениях равна

$$F = \omega\frac{e^2}{137a_0^5c}V[\exp(-\frac{d_1}{\lambda_1 Q})-\exp(-\frac{d_2}{\lambda_2 Q})]$$

Чем выше добротность резонатора, тем больше сила тяги. Чем выше частота, электромагнитного поля, тем сила тяги больше. При объеме двигателя равного 1 метру и частоте электромагнитного поля $\omega = 10^{10}/s$ имеем коэффициент $\frac{137Fa_0^5c}{e^2\omega V} = \frac{137\cdot 10\cdot 0.5^5 10^{-40+10}3}{4.8^2 10^{-20+10+6}} = 5.6\cdot 10^{-25}$. При высокой добротности резонатора имеем ограниченное значение $\frac{d_1}{\lambda_1 Q}$. Если показатель $\frac{d_1}{\lambda_1 Q}$ меньше (25-ln5.6)ln10, а показатель $\frac{d_2}{\lambda_2 Q}$ много больше (25- ln5.6)ln10, то наблюдаем силу тяги больше 10Г. Отметим, что от величины напряженности электромагнитного поля в резонаторе величина созданной силы не зависит, а определяется добротностью резонатора, соответствующей электрическому полю атома вещества резонатора. Но поле в полости двигателя существенно, так как определяет добротность резонатора.

2. Необходимость возникновения частиц вакуума и их свойства

Описание мнимой кинематической вязкости вакуума и вывод основных свойств частиц вакуума

Опишем частицы вакуума как непрерывную среду, подчиняющуюся уравнению Навье – Стокса. Для модели разреженного газа с малой скоростью движения, моделирующей свойства вакуума, справедливо уравнение Навье - Стокса.

$$\frac{\partial V_l}{\partial t} + V_k \frac{\partial V_l}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\rho \partial x_l} + \nu \Delta V_l \cdot$$

Причем кинематическая вязкость вакуума считаем равной

$$\nu = i\frac{\hbar}{2m}. \qquad (2.1)$$

При этом скорость потока мельчайших частиц вакуума равна $V_l = -\frac{i\hbar}{m}\nabla_l \ln\psi$, где ψ волновая функция системы. Решение уравнения Навье – Стокса должно удовлетворять условию $\frac{\partial V_l}{\partial x_k} - \frac{\partial V_k}{\partial x_l} = 0, \mathrm{rot}\mathbf{V} = 0$. Для выполнения этого условия решение уравнения Навье – Стокса должно удовлетворять условию $V_l = V(x^1 + x^2 + x^3)$. Т.е. получается, что решение уравнения Шредингера, это частный случай решения уравнения Навье – Стокса.

Но каким образом описать решение для водородоподобного атома, используя предлагаемую идеологию. Для этого импульс надо представить в виде $p_k = p_k(x_k)$, при этом для волновой функции справедливо разделение переменных. Логарифм волновой функции $\ln\psi(r,\theta) = \ln R_{nl}(r) + \ln P_l^m(\theta) + \ln\exp(i\,m\varphi)$ является потенциалом для значения импульса, и удовлетворяет условию интегрирования. Т.е. градиент волновой функции представляет сумму трех функций

$$p_r(r) = -i\hbar\frac{\partial \ln R_{nl}(r)}{\partial r}, L_\theta(\theta) = p_\theta(\theta) r\sin\theta = -i\hbar\frac{\partial \ln P_l^m(\theta)}{\partial\theta} = i\hbar\sin\theta\frac{\partial \ln P_l^m(\theta)}{\partial\cos\theta},$$

$$L_\varphi = p_\varphi r = -i\hbar\frac{\partial i m\varphi}{\partial\varphi} = m\hbar,$$

удовлетворяющих условию интегрирования.

Покажем, что скорость частицы, описываемая законом движения Ньютона для жидкости, непосредственно связана с волновой функцией, описываемой квантовой механикой. Подставим это значение скорости в уравнение Навье – Стокса

$$\frac{\partial i\frac{\hbar}{m}\nabla\ln\psi}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{m^2}\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l}\frac{\partial\nabla\ln\psi}{\partial x_l}=\frac{i\hbar}{2m}\frac{\partial^2 i\frac{\hbar}{m}\nabla\ln\psi}{\partial x_l^2}+\nabla\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt\cdot$$

Где интеграл берется вдоль линии тока частиц вакуума $V_k dt = dx_k$, $\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt=\int_{(x_1^0,x_2^0,x_3^0)}^{(x_1,x_2,x_3)}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}dx_k$. Причем частная производная от этого интеграла вдоль линии тока, равна

$$\frac{\partial}{\partial x_l}\int_{(x_1^0,x_2^0,x_3^0)}^{(x_1,x_2,x_3)}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}dx_k=\frac{d}{V_l dt}\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt=\frac{\partial p}{V_l\rho\partial x^k}V_k=\frac{dp}{V_l\rho dt}=\frac{\partial p}{\rho\partial x^l}$$

Это уравнение можно записать в виде

$$\nabla[\frac{\partial i\frac{\hbar}{m}\ln\psi}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{m^2}(\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l})^2/2+\frac{\hbar^2}{2m^2}\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2}-\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt]=0.$$

Проинтегрируем градиент, получим

$$i\frac{\hbar}{m}\frac{\partial\ln\psi}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{2m^2}(\frac{\partial\ln\psi}{\partial x_l})^2=-\frac{\hbar^2}{2m^2}\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2}+\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt=-\frac{\hbar^2}{2m^2}\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2}+U/m\cdot$$

Умножим на массу $m\psi$, перенесем второй член в правую часть, получим уравнение Шредингера, причем справедливо $\frac{\partial^2\psi}{\partial x_l^2}=\psi[\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2}+\frac{1}{\psi^2}(\frac{\partial\psi}{\partial x_l})^2]$

$$\begin{aligned}i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}&=-\frac{\hbar^2}{2m}\psi[\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x_l^2}+\frac{1}{\psi^2}(\frac{\partial\psi}{\partial x_l})^2]+\psi\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt=\\&=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x_l^2}+U\psi;U=m\int_{t_0}^{t}\frac{\partial p}{\rho\partial x^k}V_k dt\end{aligned}.$$

Т.е. для скорости частиц вакуума получено уравнение Шредингера, причем волновая функция этого уравнения связанна со скоростью частиц соотношением $V_l = -\frac{i\hbar}{m}\nabla \ln\psi$ или $\psi = c\exp(i\int mV_l dx_l/\hbar)$, где потенциал равен $U = -m\int_{t_0}^{t} \frac{\partial p}{\rho\partial x^k} V_k dt = -m\int_{(x_1^0,x_2^0,x_3^0)}^{(x_1,x_2,x_3)} \frac{\partial p}{\rho\partial x^k} dx_k$. Решение можно представить в виде локальной плоской волны

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{V}}\exp[-i(E\Delta t - \mathbf{p}_0\Delta\mathbf{r})/\hbar][1 + 0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^3].$$

Эта формула является решением уравнения Шредингера в окрестности точки $\mathbf{r}_0$ и при подстановке ψ в этом виде в уравнение Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x_l^2} + U_0\psi + 0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\psi$$

Получаем равенство

$$E\psi = [\frac{p_0^2}{2m} + U_0 + 0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)]\psi$$

Это) сводится к тождеству $E = \frac{p_0^2}{2m} + U_0$. А величина скорости равна $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{p}_0}{m} + 0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^2$ в окрестности точки $\mathbf{r}_0$.

С математической строгостью доказано, что уравнение Шредингера является частным случае среды, описываемой уравнением Навье-Стокса с кинематической вязкостью $\nu = i\frac{\hbar}{2m}$.

В общем случае надо изучать среду с этими свойствами, и свойства этой среды являются обобщением свойств квантовой механики. Но в том то и состоит вся прелесть свойств частиц вакуума, что они описываются по законом классической физики в комплексном пространстве. И только после усреднения классических частиц вакуума в комплексном пространстве появляются квантовые свойства. Это подтверждается описанием их свойств уравнением Навье-Стокса при мнимой кинематической вязкости.

Кинематической вязкости вакуума ν, полученной из предположения (2.1) соответствует формула

$$\nu = i\frac{\hbar}{2m_\gamma} = \Lambda c/3, \quad (2.2)$$

где получается, что длина свободного пробега Λ выражается через массу частицы вакуума (кинематическая вязкость газа равна $\nu = c\Lambda/3$). При этом окажется, что вычисленная далее по тексту масса частицы вакуума равна $m_\gamma = 2.29 \cdot 10^{-67}\,\mathrm{g}$.

$$\Lambda = \frac{3i\hbar}{2m_\gamma c},$$

что позволяет оценить длину свободного пробега, которая будет определена по массе частицы, равна величине $\Lambda = 0.9 \cdot 10^{29}\,cm$. Вакуум является разреженным газом с большой длиной свободного пробега и мнимой кинематической вязкостью.

Отметим, что виртуальные частицы вакуума не определяют кинематические свойства вакуума в силу связанного состояния. В случае их свободного состояния скорость и концентрация этих частиц мала, и они не участвуют в кинематической вязкости вакуума и в плотности вакуума. Я уже не говорю о том, что они не могут группироваться в элементарные частицы и поля.

При этом группируясь в элементарные частицы, плотность вакуума возрастает, мнимая кинематическая вязкость надо разделить на величину m_e/m_γ так как m_γ стоит в знаменателе, длина свободного пробега уменьшается, так как играет роль масса элементарных частиц, и он приобретает действительную кинематическую вязкость с малой длиной свободного пробега с учетом скорости возмущения. Длина свободного пробега в газах, жидкости и твердом теле разная. При этом в газах скорость возмущения равна скорости звука, а в жидкости и твердом теле скорости света. При этом формула для кинематической вязкости

$$\Lambda < V > (1-\alpha)/3 + i\hbar\alpha / m, \alpha = \frac{\exp[-\frac{\hbar^2}{(m_e\Lambda < V >)^2}]}{\exp[-\frac{\hbar^2}{(m_e\Lambda < V >)^2}] + \exp[-\frac{(m_e\Lambda < V >)^2}{\hbar^2}]};.$$

Для разреженного газа длина свободного пробега Λ велика и вязкость становится мнимой, для малой длины свободного пробега получаем действительную вязкость. При этом вязкость разреженного газа пропорциональна плотности, а для малой длины свободного пробега от плотности практически не зависит, так как длина свободного пробега обратно пропорциональна плотности. При этом скорость возмущения в газах равна скорости звука, а в твердых телах и в жидкости скорости света. В твердых телах и жидкости вместо длины свободного пробега надо использовать характерный размер см. [1].

Но мнимая кинематическая вязкость вакуума огромна $\nu = i\hbar / m_\gamma = i\frac{10^{-27}}{2.29 \cdot 10^{-67}} = 5 \cdot 10^{39} cm^2 / \sec$. Вязкость вакуума равна $\mu = \rho_\gamma \nu = 5 \cdot 10^{10} \frac{g}{cm\sec}$, что сравнимо с вязкостью твердого тела. Где величина $\rho_\gamma = 10^{-29} g / cm^3$ плотность вакуума. Вязкость железа при температуре $30°C$ равна $\mu = 14 \cdot 10^{10} \frac{g}{cm\sec}$, см. [2], стр.37.

Используется для скорости движения возмущения средний квадрат этой скорости, который равен скорости света. Вакуум состоит из диполей, образованных электрон-позитронными парами.

При этом позитроний не стабилен, что следует из его описания как водородоподобной системы, состоящей из электрона и его античастицы, позитрона. Но при энергии позитрония, равной 10^{-46} erg, позитроний является стабильной частицей. Эта энергия частицы соответствует сближению электрона и позитрона и образованию диполя.

При этом энергия позитрония изменится, определяясь по формуле $e^2 l_\gamma / [r - (\mathbf{r}, \mathbf{V})/c]^2$ вместо величины e^2/r, следовательно, волновая функция позитрония изменится и, судя по энергии покоя позитрония, он в этом случае является стабильной частицей. При этом волновая функция вакуума будет представлять одну частицу с малой массой, определенной из дальнейших описаний. Возможен предельный переход при условии $l_\gamma \to 0$, в отличие от энергии электрона, у которого радиус конечен.

Источником массы электрона или позитрона является его электрическая энергия, равная $m_e c^2 = e^2 / r_{ge}$.

По мере уменьшения потенциальной энергии этой частицы, позитрония, электрон и позитрон сближаются на расстояние меньше их радиуса r_e, компенсируя заряды, образуя диполь. По порядку величины, эту связь можно записать в виде $m_\gamma c^2 = e^2 l_\gamma / r_{ge}^2$. Энергия этого диполя определяется по формуле

$$m_\gamma c^2 = eU_\gamma = e^2 \left(\frac{1}{r_{ge+}} - \frac{1}{r_{ge-}}\right) = e^2 \frac{r_{ge-} - r_{ge+}}{r_{ge-} r_{ge+}} = e^2 \frac{l_\gamma}{r_{ge}^2}.$$

При этом волновые функции зарядов пересекаются, но между их центрами есть расстояние l_γ. При рассмотрении взаимодействия положительного заряда с диполем, заряд которого эквивалентен отрицательному, и притягивается к положительному заряду и имеем неравенство $r_{ge-} > r_{ge+}$, т.е. величина энергии в правой части равенства положительна. При взаимодействии с отрицательным зарядом, диполь становится положителен, приближается к отрицательному заряду, и значит, имеем неравенство $r_{ge+} > r_{ge-}$.

$$m_\gamma c^2 = eU_\gamma = e^2\left(\frac{1}{r_{ge-}} - \frac{1}{r_{ge+}}\right) = e^2 \frac{r_{ge+} - r_{ge-}}{r_{ge-} r_{ge+}} = e^2 \frac{l_\gamma}{r_{ge}^2}$$

При этом энергия диполя отрицательна, так как справедливо $m_\gamma c^2 - e^2 \frac{l_\gamma}{r_{ge}^2} = 0$

Потенциальная энергия диполя с вращающимся плечом определяется по формуле

$$E = \sqrt{\frac{e^2 l exp(i\theta)}{r^2} \frac{e^2 l exp(-i\theta)}{r^2}} = \frac{e^2 l}{r^2}$$

Представляя угол в экспоненциальной форме получим энергию диполя.

Определим размер мультиполя. Напряженность поля мультиполя частицы вакуума равна $E = \frac{-(k+1)el_{\gamma k}^k}{(r+i\lambda)^{k+2}}$. Электромагнитная масса мультиполя равна $m_\gamma c^2 = \int_0^\infty \frac{E^2}{8\pi} 4\pi r^2 dr$. Значение электромагнитной массы электрона

$$m_{\gamma k} c^2 = \int_0^\infty \frac{(k+1)^2 e^2 l_{\gamma k}^{2k}}{2(r+i\lambda)^{2k+4}} [(r+i\lambda)^2 - 2i\lambda(r+i\lambda) - \lambda^2] dr =$$

$$= \frac{(k+1)^2 e^2 l_{\gamma k}^{2k}}{2} \left[-\frac{1}{(2k+1)(r+i\lambda)^{2k+1}} + \frac{2i\lambda}{(2k+2)(r+i\lambda)^{2k+2}} + \frac{(i\lambda)^2}{(2k+3)(r+i\lambda)^3}\right]\Big|_0^\infty = \cdot$$

$$= \frac{e^2 (k+1)^2 l_{\gamma k}^{2k}}{2(i\lambda)^{2k+1}} \left[\frac{1}{2k+1} - \frac{1}{k+1} + \frac{1}{2k+3}\right] = \frac{e^2 (k+1) l_{\gamma k}^{2k}}{2(i\lambda)^{2k+1}(2k+1)(2k+3)}$$

Значение электромагнитной массы частицы вакуума мнимое, как это следует из формулы (2.6). При этом размер частицы вакуума определяется по формуле

$$\lambda_k = \left[\frac{e^2 l_{\gamma k}^{2k}(k+1)}{2m_\gamma c^2 (2k+1)(2k+3)}\right]^{\frac{1}{2k+1}} / i = \left[\frac{r_\gamma^{k+1} l_{\gamma k}^k (k+1)}{2(2k+1)(2k+3)}\right]^{\frac{1}{2k+1}} / i \quad (2.3)$$

Размер частицы вакуума комплексный, что означает колебание или вращение с амплитудой, равной мнимой части размера. Получен новый результат, электромагнитный размер частицы вакуума зависит от новой константы, плеча мультиполя.

Где комплексная величина $l_{\gamma k}$ считается по формуле (2.8), и справедлива формула для образующей $r_\gamma = (a_0^k r_e)^{\frac{1}{k+1}}$, где вместо a_0 используется величина радиуса Бора, или радиус кварка, или радиус электрона. Может определяться радиусом частица или античастица. При упрощении выражения для радиуса частицы использовалась формула (2.9). При условии $k = 0$ получаем радиус равный $\dfrac{e^2}{6im_e c^2}$. Модуль этого радиуса меньше границы применимости электродинамики $\dfrac{e^2}{m_e c^2}$. Но в комплексной плоскости электродинамика остается справедливой, особенность потенциала устраняется.

Сечение образовавшейся частицы вакуума в системе центра инерции при образовании диполя, со средним расстоянием между частицами, равным величине l_γ, состоящего из электрона и позитрона «радиуса» r_{ge}, равно по порядку величины

$$\sigma = \pi \lambda_k^2 .$$

σ сечение образования электрон-позитронной пары в виде мультиполя. В квантовой механике используется величина эффективного сечения $d\sigma$, которое зависит от углов, энергии массы и прочих свойствах частиц. Проинтегрированное значение эффективного сечения для элементарных частиц является одним числом в не релятивистском случае, а не функцией. Так полное сечение упругого рассеяния равно

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l$$

Парциальное сечение рассеяния представляется каждым членом этой суммы.

В ультрарелятивистском случае появляется зависимость сечения от энергии в случае элементарных частиц. Мнимый размер частиц вакуума, много больший плеча мультиполя $l_{ж}$ нивелирует дипольные и мультипольные свойства частиц вакуума, превращая их в шарики с мнимым радиусом, характеризующих их колеблющиеся свойства. В случае частиц вакуума, комплексное значение сечения описывает колеблющуюся величину, что свойственно частицам вакуума и не отраженно в эффективном сечении элементарных частиц. Теории описывающей сечение рассеяния частиц вакуума не существует, поэтому используем первое приближение в виде комплексного размера, которое работает в случае нерелятивистских частиц. Релятивистская формула рассеяния электронов и позитронов на электроне имеет вид

$$d\sigma = r_e^2 \frac{m^2c^4(\varepsilon^2+\mathbf{p}^2c^2)^2}{4\mathbf{p}^4c^4\varepsilon^2}[\frac{4}{\sin^4\theta}-\frac{3}{\sin^2\theta}+(\frac{\mathbf{p}^2c^2}{\varepsilon^2+\mathbf{p}^2c^2})^2(1+\frac{4}{\sin^2\theta})]d\Omega, r_e=\frac{e^2}{mc^2}$$

При малых скоростях стремится к большой величине, так как имеется дисперсия скорости. Среднеквадратичное отклонение скорости, это мнимая часть скорости. Имеется комплексное эффективное значение радиуса электрона, которое совпадает с вычисленным комплексным радиусом электрона (2.3) и которое соответствует усреднению формулы для сечения рассеяния в комплексном пространстве. У импульса имеется мнимое среднеквадратичное отклонение mc, учитывая модуль импульса, получим $\int_{mc^2}^{\infty}\frac{m^2c^4 4\varepsilon^4}{4\varepsilon^6}d\varepsilon/mc^2=1$. Получается, что усредненный радиус электрона, равен значению $r_e=\frac{e^2}{mc^2}$.

Параметры $l_{\gamma k}$ определится из формулы (2.7), параметр $r_\gamma = \dfrac{e^2}{m_{\gamma p}c^2}$, причем эти параметры вычислены в случае электрон, позитронной пары. В этом случае $m_{\gamma p} = m_e$ равно массе электрона или позитрона.

Для связи длины свободного пробега Λ с концентрацией n и сечением частиц σ справедлива формула см. [3]

$$n = \frac{1}{4\sqrt{2}\sigma\Lambda}.$$

Значение концентрации определяем после вычисления массы частицы вакуума m_γ. Кроме того, нужно определить расстояния между электроном и позитроном в составе частицы вакуума l_γ. Электромагнитный радиус электрона равен значению $r_{\gamma p} = r_{ge} = e^2 / m_e c^2 = 2.84 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{cm}$.

$$n = \frac{1}{4\sqrt{2}\sigma\Lambda} = \frac{m_{\gamma k}c}{6\sqrt{2}\pi\lambda_k^2 i\hbar} = \frac{m_{\gamma k}c}{d_k (r_\gamma^{k+1} l_\gamma^k)^{\frac{2}{2k+1}} i\hbar} = \frac{\rho_\gamma}{m_{\gamma k}},$$

$$d_k = 6\sqrt{2}\pi\left[\frac{(k+1)}{2(2k+1)(2k+3)}\right]^{\frac{2}{2k+1}}; d_\infty = 6\sqrt{2}\pi$$

Откуда имеем

$$\left(\frac{c}{-\rho_\gamma i\hbar d_k}\right)^{\frac{2k+1}{2k}} \frac{m_{\gamma k}^{\frac{2k+1}{k}}}{r_\gamma^{\frac{k+1}{k}}} = l_{\gamma k} \qquad (2.4)$$

При этом можно определить массу частицы вакуума, и значит величину размера мультиполя, образующего частицу вакуума

$$m_{\gamma k}c^2 = e^2 l_{\gamma k}^k / r_\gamma^{k+1} \qquad (2.5)$$

Подставляя в (2.5) значение $l_{\gamma k}$ получим величину массы частицы вакуума m_γ

$$m_{\gamma k} = (-i\rho_\gamma r_\gamma^3 d_k \frac{\hbar}{cr_\gamma})^{1/2}(-\frac{137i\rho_\gamma r_\gamma^4 c^2 d_k}{e^2})^{\frac{1}{4k}} =$$

$$= (-137i\rho_\gamma r_\gamma^3 m_e d_k)^{1/2}(-\frac{137id_k E_\gamma}{E_{em}})^{\frac{1}{4k}} . \qquad (2.6)$$

$$m_{\gamma\infty} = (-137i\rho_\gamma r_\gamma^3 m_e d_k)^{1/2}, E_\gamma = \rho_\gamma r_\gamma^3 c^2, E_{em} = e^2 / r_\gamma, r_\gamma = \frac{e^2}{c^2 m_e}$$

При условии $k = 1$ фаза массы частицы вакуума равна $\arg m_\gamma = -3\pi / 8$. Это значение фазы частицы вакуума обеспечивает отношение действительной и мнимой части массы равное 2.41, при экспериментальном значении 2.55, равной отношению массы темной энергии к массе темной материи.

Масса частицы вакуума комплексная, что описывает темную энергию и темную материю.

Отношение плотности темной энергии к плотности темной материи удовлетворяет эксперименту. Формула энергии равномерного излучения определяет максимум излучения при частоте $\frac{\hbar\omega}{kT} = 2.82$. Реликтовое излучение соответствует большому значению главного квантового числа. При этом фаза массы равна $\pi / 4$ и концентрация действительной и мнимой части массы одинакова. Но в момент после образования Вселенной температура была больше $4000°K$ и могли излучать частицы с главным квантовым числом 1 . Отношение массы темной энергии к массе темной материи равно $\tan(\arg m_{\gamma 1}) = \tan(3\pi / 8) = 2.41$

При этом концентрация частиц вакуума равна

$$n = \frac{\rho}{m_{\gamma k}} = \frac{\rho}{(-i\rho_\gamma r_\gamma^3 d_k \frac{\hbar}{cr_\gamma})^{1/2}(-\frac{137i\rho_\gamma r_\gamma^4 c^2 d_k}{e^2})^{\frac{1}{4k}}} \qquad (2.7)$$

Где ρ плотность системы из элементарных частиц, например, плотность электрона в атоме равна $\rho = \frac{3m_e}{4\pi a_0^3}$, где m_e масса электрона, a_0 радиус Бора. Мнимая часть концентрации описывает ее колебание и в сумме равна нулю, так как имеется комплексно-сопряженные члены.

При этом величина размера диполя равна

$$l_{\gamma k} = \left(\frac{c}{-\rho_\gamma i\hbar d_k}\right)^{1+\frac{1}{2k}} \frac{m_{\gamma k}^{2+\frac{1}{k}}}{r_\gamma^{1+\frac{1}{k}}} = \frac{cm_{\gamma k}^2}{-\rho_\gamma i\hbar r_\gamma d_k}\left(\frac{cm_{\gamma k}^2}{-\rho_\gamma i\hbar r_\gamma^2 d_k}\right)^{\frac{1}{2k}} =$$
$$= r_\gamma\left(-\frac{137 i\rho_\gamma r_\gamma^4 c^2 d_k}{e^2}\right)^{\frac{1}{2k}+\frac{1}{4k^2}} = \quad . \quad (2.8)$$
$$= r_\gamma\left(-\frac{137 i d_k E_\gamma}{E_{em}}\right)^{\frac{1}{2k}+\frac{1}{4k^2}}; E_\gamma = \rho_\gamma r_\gamma^3 c^2 = 2\cdot 10^{-46} erg = 1.84\cdot 10^{-39} eV,$$
$$E_{em} = e^2 / r_\gamma = 8\cdot 10^{-7} erg = 5\cdot 10^5 eV; E_\gamma / E_{em} = 2.5\cdot 10^{40}, l_{\gamma 1}/r_\gamma = 1.5\cdot 10^{-29}$$

Величина размера частиц вакуума равна

$$\lambda_k = r_\gamma (d_k / 6\sqrt{2}\pi)^{1/2}\left(-\frac{137 i d_k E_\gamma}{E_{em}}\right)^{\frac{1}{2(2k+1)}+\frac{1}{4k(2k+1)}} / i$$

При бесконечности индекса имеем следующие значения параметров

$$l_{\gamma k} = \left(\frac{c}{-\rho_\gamma i\hbar d_k}\right)^{1+\frac{1}{2k}} \frac{m_{\gamma k}^{2+\frac{1}{k}}}{r_\gamma^{1+\frac{1}{k}}} = \frac{cm_{\gamma k}^2}{-\rho_\gamma i\hbar r_\gamma d_k}\left(\frac{cm_{\gamma k}^2}{-\rho_\gamma i\hbar r_\gamma^2 d_k}\right)^{\frac{1}{2k}} = r_\gamma\left(-\frac{137 i\rho_\gamma r_\gamma^4 c^2 d_k}{e^2}\right)^{\frac{1}{2k}+\frac{1}{4k^2}} = r_\gamma$$

Вычислим величину $\frac{l_{\gamma k}^k}{m_{\gamma k}}, k \ge 1$, которая потребуется в дальнейшем, и которая является действительной величиной. Свойства массы и размера могут быть определены с точностью до множителя, но используемые в квантовой механике параметры (2.9) не зависят от этого множителя.

$$\frac{l_{\gamma k}^k}{m_{\gamma k}} = \frac{c^2}{e^2} r_\gamma^{k+1}. \quad (2.9)$$

Введем экспоненциальный множитель у энергии частиц вакуума

$$E(r) = -\frac{m_e}{m_{\gamma 1}} e^2 l_{\gamma 1} \exp(-\alpha_m r) / \lambdabar_e^2 r^2 = -m_e c^2 r_{\gamma 1}^2 \exp(-\alpha_m r) / \lambdabar_e^2 r^2 = -\frac{m_e c^2}{137^2 r^2} \exp(-\alpha_n r)$$

При этом у частиц вакуума имеем соотношение $\frac{l_{\gamma 1}}{m_{\gamma 1}} = \frac{c^2}{e^2} r_\gamma^2$ см. формулу (2.8) и имеем $r_\gamma = \frac{e^2}{mc^2}; \lambdabar = \frac{\hbar}{mc}$. Величина радиуса r нормирована на радиус Бора, имеем для потенциальной энергии

$$E(r) = -\frac{m_e c^2}{137^2} \frac{\exp(-\alpha_n r)}{r^2}; \exp(-\alpha_n) = 1 - \frac{\alpha_n}{n^2}; \lim_{n \to \infty} \alpha_n = n^2.$$

$$\alpha_n = n^2[1 - \exp(-\alpha_n)] = n^2[1 - \exp(-n^2)]$$

При этом показатель экспоненты у плеча частицы вакуума определяется по формуле $-l_\gamma \exp(-\alpha_n r)$.

$$\int_0^1 E(r) r^2 dr = -\int_0^1 \frac{m_e c^2}{137^2} \exp(-\alpha_n r) dr = \frac{m_e c^2}{137^2} \frac{\exp(-\alpha_n) - 1}{\alpha_n} = -\frac{m_e c^2}{137^2 n^2}.$$

При интегрировании от нуля до бесконечности, асимптотическое выражение для показателя экспоненты переходит в точное значение

$$\int_0^\infty E(r) dr = -\int_0^\infty \frac{m_e c^2}{137^2} \exp(-n^2 r) dr = -\frac{m_e c^2}{137^2 n^2}.$$

Список литературы

1. Якубовский Е.Г. Вычисление вязкости твердого тела и жидкости. «Энциклопедический фонд России», 2015, 3стр. http://russika.ru/userfiles/390_1440699433.pdf
2. *Кикоин И.К.* Таблицы физических величин. Справочник. М.: «Атомиздат», 1976г.,1009с.
3. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: «Высшая школа», 1981, 400стр.