Аналогия между эффектом Вавилова-Черенкова
и гидродинамическими ударными волнами

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Согласно моим возрениям, электрон не может двигаться в среде с фазовой скоростью c/n с большей скоростью. Но фазовая скорость электрона равна c Имеется две фазовые скорости, фазовая скорость среды и фазовая скорость электрона. Какова же картина движения в этой ситуации? Ситуация соответствует образованию ударной волны в гидродинамике. Процесс образования ударной волны в эффекте Вавилова-Черенкова аналогичен процессу образования ударной звуковой волны в гидродинамике см. [1] глава 4. Вычислена зависимость коэффициента преломления от частоты.

Ситуация аналогична ударным волнам, имеется скорость среды и тело, двигающееся с большей скоростью. При неподвижном фронте ударной волны имеется две фазовые скорости, до фронта меньшая фазовая скорость или групповая скорость и после фронта, большая фазовая скорость. Они связаны соотношением $c_+ c_- = c_*^2$. В случае электромагнитных волн справедливо $c_+ c_- = c_*^2 = c^2/n^2, c_+ = c; c_- = c/n^2$. Тогда при неподвижном фронте волны скорости относительно неподвижного фронта $c - c/n; c/n - c/n^2$ Тогда синус угла между этими скоростями $\sin\alpha = (c/n - c/n^2)/(c - c/n) = 1/n$, что соответствует фронту ударной электромагнитной волны. Этот фронт ударной электромагнитной волны определяется из соотношения скорости света плюс распространяющаяся во все стороны фазовая скорость c/n, при образовавшемся угле конуса ударной электромагнитной волне $\sin\alpha = c/cn = 1/n$

Электромагнитная волна, распространяясь, возбуждает множество степеней свободы. От количества степеней свободы зависит скорость частиц в электромагнитной волне. Чем выше частота электромагнитной волны, тем меньше скорость частиц в электромагнитной волне. Вычислена граница между системами типа ударной волны и электромагнитной волны. Получены решения систем с постоянной частотой. Зная спектр частот, можно решить задачу о взрыве, выстреле, или ударе, интегрируя произведение спектральной функции на решение для одной частоты. Это можно сделать как для постоянной фазовой скоростью, так и для разной фазовой скорости.

Имеем метрический интервал ударной волны. Из фазовой скорости электромагнитной волны определяем коэффициент, связывающий фазовую скорость и скорость частиц ударной волны. При неподвижном фронте ударной волны наблюдаются такие значения критической скорости. При переходе фронта ударной волны метрический интервал рвется, меняются все параметры. Рассмотрим метрический интервал электромагнитной волны при неподвижном фронте световой волны

$$ds^2 = c_F^2 dt^2 - u_1^2 dt^2 = (\alpha^2 - 1) u_1^2 dt^2, \alpha > 1.$$

Значение фазовой скорости для электромагнитной волны в движущейся среде определяется по формуле $c_{F1} = c/n \pm (1 - \frac{1}{n^2})U$

Сделаем предположение $c_{Fl} = \alpha u_l = u_l n; l = 1,2$. Оно оправдывается соотношением $n^2 u_1 u_2 = c_{F1} c_{F2} = c_*^2 n^2 = c^2$. Величина фазовой скорости, обеспечивающей косую волну, равна $c_{F1} = c; c_{F2} = c/n^2, c_* = c/n$. При неподвижном фронте ударной волны $c_{F1} = c - c/n; c_{F2} = c/n - c/n^2$.

Справедливы следующие соотношения для массовой скорости среды.

$$\begin{gathered} u_1 = c_{F1} - V = c_{F2}/n \to c_F/n, u_2 = c_{F2}/n \to c_F n, \\ V = c_{F1}(1 - 1/n), c_{F1} = c_{F2} \to c_* = c/n, n \to 1 \end{gathered} . \quad (4.1)$$

Из этих соотношений определяется фазовая скорость ударной волны, по свойствам электромагнитной волны и свойствам критической скорости c_* Имеется аналогия между отношением теплоемкости при постоянном давлении и теплоемкости при постоянном объеме. Аналогичное понятие показателя преломления в электромагнитных волнах. И то, и другое понятие определяет фазовую скорость возмущения. Между ними имеется следующая связь $n = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2}}$.

Скорость частиц V в электромагнитной волне зависит от показателя преломления. Это отношение определяется количеством степеней свободы.

В единице объема, содержащем N частиц имеется 3N степеней свободы. Их них 3 поступательных и 3 вращательных единицы движения объема как единого целого, остается 3N-6 колебательных степеней свободы. Идеальный газ описывается максимум 9 степенями свободы, как не взаимодействующая между частицами система. Но при распространении колеблющихся электромагнитных волн резонансно возбуждаются дополнительные степени свободы. В электромагнитной волне возбуждаются количество степеней свободы N, где используется масса, амплитуда и частота электромагнитной волны

Количество степеней свободы ударной волны определяется по формуле

$$N = \frac{E}{kT/2} + l = \frac{(2P+1)\hbar\omega n^2}{kT} + l = [\frac{(2P+1)\hbar\omega}{mc^2} + \frac{l}{n^2}]n^2 .$$

Температура частиц вакуума определяется по формуле $kT_\gamma = m_\gamma c^2$ где используется скорость света в вакууме. Температура образовавшихся элементарных частиц больше $kT = m_\gamma c^2 \frac{m}{m_\gamma} = mc^2$. Показатель преломления определяется по формуле

$$n = \frac{N+2P+1}{N}.$$

Откуда получаем кубическое уравнение по определению показателя преломления

$$\begin{aligned} &n^3 - n^2 + n\frac{lmc^2}{(2P+1)\hbar\omega} - \frac{(l+2P+1)mc^2}{(2P+1)\hbar\omega} = 0, n = \delta + 1/3 \\ &\delta^3 - \delta(1/3 - \frac{lmc^2}{(2P+1)\hbar\omega}) - 2/27 - \frac{(2l/3+2P+1)mc^2}{(2P+1)\hbar\omega} = 0 \end{aligned}. \tag{4.2}$$

При частоте, равной нулю, получаем $n = \frac{l+2P+1}{l}$, т.е. показатель преломления больше единицы. Фазовая скорость в электромагнитной волне определится по формуле $c_{F1} = nu_1$, $c_{F2} = nu_2$. Имеем связь с фазовыми скоростями и критической скоростью, скоростями в до ударной волны и скоростью после ударной волны

$$u_1 u_2 = c_*^2 = c^2 / n^2. \tag{4.3}$$

Эта формула аналогична формуле в волноводе $c_F c_G = c^2 / \varepsilon\mu$.

Произведение фазовой скорости на групповую в волноводе равно фазовой скорости при неподвижной среде. Групповая скорость меньше фазовой скорости. В случае ударной волны до световой скорости соответствует групповая скорость, а сверхсветовой скорости фазовая скорость. В случае электромагнитной волны групповая и фазовая скорость совпадают с фазовой скоростью в неподвижной среде.

Но эти фазовые скорости в электродинамике не обязательно существуют только в случае ударной волны. Достаточно чтобы частота электромагнитной волны меньше критической ($\frac{(2l/3+2P+1)mc^2}{3(2P+1)\hbar\omega_{cr}} < \frac{(2l/3+2P+1)mc^2}{3(2P+1)\hbar\omega} < \frac{2l/3+2P+1}{9l}$ см. далее по тексту), и образуется ударная волна или система с двумя фазовыми скоростями. Определятся две разные фазовые скорости, удовлетворяющие граничным условиям. Одну с большой фазовой скоростью, а другую с малой фазовой скоростью, т.е. малой групповой скоростью. Также существуют два значения параметров, значение энергии, и температуры, определяемые при разных фазовых скоростях.

Получаем уравнение

$$n = \delta + 1/3$$
$$\delta^3 - \delta(1/3 - \frac{lmc^2}{(2P+1)\hbar\omega}) - 2/27 - \frac{(2l/3+2P+1)mc^2}{(2P+1)\hbar\omega} = 0\,.$$
$$\delta^3 + p\delta + q = 0$$

Граница между разными формулами кубического уравнения $p = 0$, при этом имеем $n_{cr} = \delta_{cr} + 1/3 = 1/3 + \sqrt[3]{\frac{2l/3+2P+1}{9l} + \frac{2}{27}}$, причем при этих условиях $u_1 < c_*, u_2 = c_*$. Отсутствию всяких волн соответствует $u_1 = u_2 = c_*$ При условии $\delta < \delta_{cr}, \omega > \omega_{cr}$ наблюдается система типа электромагнитная волна с образованием фотона $u_1 < c_*$, при условии $\delta > \delta_{cr}, \frac{3mc^2}{(2P+1)\hbar\omega} < \omega < \omega_{cr}$ наблюдается система типа ударная волна, причем ударная волна образуется при малых частотах. Область $n = 1/3 + \sqrt[3]{\frac{(2l/3+2P+1)mc^2}{3(2P+1)\hbar\omega} + \frac{2}{27}} = [1/3 + \sqrt[3]{\frac{2l/3+2P+1}{9l} + \frac{2}{27}}, 1 + (2P+1)/l]$ является областью ударных волн при условии $u_2 > c_*$. При больших частотах эта область не заполнена. При частоте электромагнитной волны, удовлетворяющей условию $[2/3 + (2P+1)/l]^3 - \frac{2}{27} = \frac{(2l/3+2P+1)mc^2}{3(2P+1)\hbar\omega_{cr}} < \frac{(2l/3+2P+1)mc^2}{3(2P+1)\hbar\omega} < \frac{2l/3+2P+1}{9l}$, начинаются образовываться ударные волны или две разные фазы вещества. При частоте $\frac{(2l/3+2P+1)mc^2}{3(2P+1)\hbar\omega} < \frac{2l/3+2P+1}{9l}$ двигающаяся частица образует электромагнитное поле. При этом частота определяется по формуле для величины импульса $\omega = pc/\hbar$ двигающейся частицы. Причем как электромагнитные волны колеблются с амплитудой $V\exp(i\omega t) = (u_1 - u_2)\exp(i\omega t)$ на фронте электромагнитной волны ударные волны в объеме, ограниченном расстоянием c/ω от фронта, меняют свою скорость по аналогичному закону. Но частота этих колебаний мала, зато амплитуда значительная.

При скорости тела в неподвижной среде меньше скорости света работают формулы (4.1), так как ударная волна не образуется. Показатель преломления вычисляется из уравнения (4.2). Как только скорость тела в неподвижной среде превышает фазовую скорость света, начинают работать формулы ударной волны, как для электромагнитной части, так и для ударной части системы.

Уравнение при малой амплитуде, или большой охватываемой массы, имеет кратный корень $\delta = 2/3$, а для отклонения получим уравнение

$$\xi^3 + 2\xi^2 + \xi\left(1 + \frac{lmc^2}{(2P+1)\hbar\omega}\right) - \frac{mc^2}{(2P+1)\hbar\omega} = 0, \gamma = \delta + 1/3 = \xi + 1$$

получаем асимптотику решения этого уравнения при частоте, стремящейся к бесконечности

$$n = 1 + \frac{mc^2}{(2P+1)\hbar\omega} / \left(1 + \frac{lmc^2}{(2P+1)\hbar\omega}\right). \qquad (4.4)$$

Скорость частиц в электромагнитной волне определяется по формуле

$$V = c_F(1 - 1/n) = \frac{mc^2 c_F}{(2P+1)\hbar\omega} / \left[1 + \frac{lmc^2}{(2P+1)\hbar\omega}\right].$$

Но как описать единичный фронт ударной волны. Для этого необходимо знать частотную зависимость перепада фронта волны, получим переменную скорость частиц волны

$$U_1(t)=\int\limits_0^\infty f_1(\omega)[u_1(\omega)-u_2(\omega)]\exp[i\omega(t+\tau_0)]+f_1(\omega)u_1(\omega)]d\omega$$
$$U_2^*(t)=\int\limits_0^\infty f_2^*(\omega)[u_1(\omega)-u_2(\omega)]\exp[-i\omega(t+\tau_0)]+f_2^*(\omega)u_2(\omega)]d\omega.$$

Скорость $u_l(\omega)$ на промежуточных частотах является действительной, причем спектр должен удовлетворять условию $U_1(t)=U_2^*(t)$ т.е. спектр одной волны произволен, а другой определяется. Но даже если скорость у данной волны действительная, так как частота положительна получается комплексно сопряженная скорость. Условие (3) накладывает ограничение на возможный спектр частот

$$\mathrm{Im}\int\limits_0^\infty f_1(\omega)[u_1(\omega)-u_2(\omega)]\exp(i\omega t)d\omega=$$
$$=\mathrm{Im}\int\limits_0^t F(\tau)[U_1(t-\tau)-U_2(t-\tau)]d\tau=0$$
$$\int\limits_0^t \mathrm{Re}\,F(\tau)\,\mathrm{Im}[U_1(t-\tau)-U_2(t-\tau)]d\tau=-\int\limits_0^t \mathrm{Im}\,F(\tau)\,\mathrm{Re}[U_1(t-\tau)-U_2(t-\tau)]d\tau \qquad (4.6)$$
$$F(t)=\int\limits_0^\infty f_1(\omega)\exp(i\omega t)d\omega, U_l(t)=\int\limits_0^\infty u_l(\omega)\exp(i\omega t)d\omega$$

Это накладывает условие на действительную и мнимую часть $F(t)$ $\frac{\mathrm{Im}\,F(\tau-\tau_0)}{\mathrm{Re}\,F(\tau-\tau_0)}=-\frac{\mathrm{Im}[U_1(\tau_0)-U_2(\tau_0)]}{\mathrm{Re}[U_1(\tau_0)-U_2(\tau_0)]}$, получается, что величина $F(t)$ должна быть комплексной при условии $\tau_0\neq 0$. На каждом шаге добавляется нулевая скорость, с самого начала. Это запаздывание в случае ударных волн равно $\tau_0=1/\omega_{cr}$, поэтому спектр в случае сверхсветовой скорости комплексный. В случае электромагнитного до светового течения запаздывания нет, так как система считается без учета сверхсветовой части.

Покажем, что использование комплексного спектра в случае одной фазовой скорости приведет к действительному спектру. Свертка при учете запаздывания частоты запишется в виде

$$\operatorname{Im}\int_0^t F(\tau)[U_1(t-\tau)-U_2(t-\tau)]d\tau \exp(i\omega_{cr}t)=0$$

$$\operatorname{Re}[\exp(i\omega_{cr}t)F(t)]\operatorname{Im}[U_1(0)-U_2(0)]d\tau = 0 = -\operatorname{Im}[\exp(i\omega_{cr}t)F(t)]\operatorname{Re}[U_1(0)-U_2(0)].$$

$$\cos(\omega_{cr}t)\operatorname{Re}F(t)+\sin(\omega_{cr}t)\operatorname{Im}F(t)=0$$

Для до светового течения получен действительный отклик.

$$\operatorname{Im}\int_0^\infty f_1(\omega)[u_1(\omega)-u_2(\omega)]\exp(i\omega t)d\omega =$$

$$=\operatorname{Im}\int_0^t F(\tau)[U_1(t-\tau)-U_2(t-\tau)]d\tau \exp(i\omega_{cr}t)=$$

$$=\operatorname{Im}\int_0^t \frac{2\operatorname{Re}F(\tau)\operatorname{Im}F(\tau)}{\sqrt{[\operatorname{Re}F(\tau)]^2+[\operatorname{Im}F(\tau)]^2}}[U_1(t-\tau)-U_2(t-\tau)]\exp[i\omega_{cr}(t-\tau)]d\tau=0$$

$$F(t)=\frac{2\operatorname{Re}F(t)\operatorname{Im}F(t)}{\sqrt{[\operatorname{Re}F(t)]^2+[\operatorname{Im}F(t)]^2}}\exp(-i\omega_{cr}t)$$

Значит справедливо действительное значение зависящей от времени скорости, течение ламинарное, действительное. Постоянная составляющая может быть комплексной, что означает наличие дисперсии скорости, которая сводится к скорости вращения по эллипсу см. [2] стр.53 или колебанию источника, которое передается с помощью электромагнитной волны.

$$U_1(t)=\int_0^\infty f_1(\omega-\omega_{cr})[u_1(\omega)-u_2(\omega)]\exp(i\omega t)+f_1(\omega-\omega_{cr})u_1(\omega)]d\omega$$

Возможно существуют процессы, для которых $f_1(\omega)=f_2^*(\omega)$, тогда спектр этих процессов определяется две фазы охваченного вещества по две стороны ударной волны. Так как отклик $F(\tau-\tau_0)$ комплексный, этот процесс турбулентный, где мнимая часть определяет дисперсию процесса. Взрыв, удар и выстрел содержит вынуждающий процесс со сверхсветовой скоростью, поэтому комплексный отклик $F(\tau-\tau_0)$ по разную сторону фронта разный. Колебание диполя, образующего электромагнитную волну, до световое и содержит заданный спектр частот. Значит, отклик - $F(\tau)$ действительная величина. Движение тела с постоянной сверхсветовой скоростью не задает спектр, и его отклик $F(\tau-\tau_0)$ комплексный. Он определяется, как комплексно сопряженный в случае сверхсветовых частот. Для до световых частот отклик $F(\tau)$ движения тела определится как действительный. Причем движение тела с до световой скоростью не возбуждает ударную волну и интегрировать надо по области $\omega > \omega_{cr}$ область $\omega < \omega_{cr}$ соответствует течению со скоростью больше критической скорости света. Причем если электромагнитное течение определится по формулам (4.1) с действительным откликом $F(\tau)$, то сверхсветовое определяется по формулам ударной волны с комплексным откликом $F(\tau-\tau_0)$.

Выводы

Такое непрерывное описание одной фазовой скорости и разных фазовых скоростей ударной волны позволяет при промежуточной частоте описать электродинамическую систему. Вычислена граница между электродинамическими системами типа ударных электромагнитных волн и типа волн с одной фазовой скоростью. Решение задачи об ударных волнах имеет три корня, один действительный, описывающий ударную и электромагнитную волну на низких и высоких частотах соответственно. В случае низких частот, описывающих ударные волны, имеется действительный корень, описывающий стандартную ударную волну.

Литература

1. Якубовский Е.Г. Новые области использования звуковых волн в физических процессах. «Энциклопедический фонд России», 2018, 128стр. http://russika.ru/userfiles/390_1523184077.pdf

2. Якубовский Е.Г. Исследование решения уравнения Навье – Стокса II. «Энциклопедический фонд России», 2016, 61 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1509211918.pdf