Доказательство одинакового времени,

прошедшего у близнеца путешественника и домоседа

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Время и расстояние, измеренное с помощью электромагнитных волн надо пересчитывать в собственную систему отсчета. Если бы скорость электромагнитных волн стремилась к бесконечности, то этого делать бы не пришлось. Докажем, что время, пройденное близнецом путешественником и близнецом домоседом, совпадает с собственным временем.

Существует для фазовой скорости формула (1), которую выведем в приложении

$$c_d = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\{\frac{1+V\sqrt{\varepsilon\mu}/c}{1+V/(c\sqrt{\varepsilon\mu})}\exp(-|\frac{(1/\sqrt{\varepsilon\mu}-V/c)R}{ka^2}|^2)+ \\ +\frac{c(1-V^2\varepsilon\mu/c^2)}{\sqrt{\varepsilon\mu+(\varepsilon\mu-1)^2\frac{(\mathbf{V},\mathbf{n})^2}{c^2}(1-V^2\varepsilon\mu/c^2)}+\frac{(\varepsilon\mu-1)(\mathbf{n},\mathbf{V})}{c}}\times \\ \times[1-\exp(-|\frac{(1/\sqrt{\varepsilon\mu}-V/c)R}{ka^2}|^2)]\} \tag{1}$$

которая в случае вакуума имеет вид

$$c_d = c\{\exp(-|\frac{(1-V/c)R}{ka^2}|^2)+(1-V^2/c^2)[1-\exp(-|\frac{(1-V/c)R}{ka^2}|^2)]\}.$$

Тогда фазовая скорость вакуума или фазовая скорость в диэлектрике для двигающегося тела равна

$$1/c_F = [1/c_d(V)-1/c_d(-V)]/2+[1/c_d(V)+1/c_d(-V)]/2 = \\ = [1/c_d(V)-1/c_d(-V)]/2+c/\sqrt{\varepsilon\mu}.$$

Рассмотрим случай вакуума. Выберем такое значение скорости тела, чтобы его четная часть фазовой скорости совпадала со скоростью света в диэлектрике или в вакууме. Так как фазовая скорость зависит от трех компонент скорости, это можно сделать.

Зная траекторию движения в вакууме можно вычислить время путешествия

$$\oint_{(l)} ds / c_F[V(s)] = \oint_{(l)} \{[1/c_d(V(s)) - 1/c_d(-V(s))]/2 + 1/c\}\sqrt{1 - V^2(s)/c_F^2}\,ds = \\ = \oint_{(l)} \sqrt{1 - V^2(s)/c_F^2}\,ds / c_F = \oint_{(l)} \sqrt{1 - V^2(t)/c_F^2}\,dt = \tau_0 .$$

Интеграл от нечетной части скорости равен нулю, так как при движении вперед и назад нечетная часть фазовой скорости имеет разные знаки. В результате интеграл совпадает с собственным временем в вакууме, которое прошло у близнеца домоседа, который оставался неподвижным.

Рассмотрение фазовой скорости осложнило решение задачи, можно решить задачу для вакуума, тогда нечетная часть равна нулю и близнец путешественник проживет собственное время, совпадающее со временем прожитым близнецом домоседом. Но я пропагандирую, что преобразование Лоренца надо писать с фазовой скоростью, поэтому усложнил задачу и для диэлектриков.

Тут надо сказать, что физики перепутали покоящуюся и движущуюся систему координат. Имеется преобразование Лоренца из штрихованной в не штрихованную систему координат.

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}; t = \frac{t' + Vx'/c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} .$$

Если при фиксированном штрихованном времени вычесть из первого уравнения с координатой x'_2 уравнение с координатой x'_1, то получим

$$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} .$$

Цитирую «Таким образом, самую большую длину стержень имеет в той системе отсчета, в которой он покоится» см. [1] § 4. Самая большая длина соответствует не штрихованной системе отсчета. Т.е. не штрихованная система отсчета покоится. Но как быть с преобразование Галилея $x = x' + Vt'$, из которых следует, что не штрихованная система отсчета движется со скоростью V. Налицо не стыковка. На самом деле имеется связь $\Delta x' = \sqrt{1 - V^2 / c^2}\Delta x$, где величины справа относятся к не штрихованной системе отсчета, которая движется со скоростью V, а слева штрихованная система отсчета, которая неподвижна. Причем в неподвижной системе отсчета длина минимальна. Т.е. в покоящейся системе отсчета стержень имеет минимальную длину, а не максимальную длину см. цитату из [1]. При этом покоится штрихованная собственная система координат, а в собственной системе координат наблюдатель неподвижен. Аналогично с выводом о времени. Из соотношения $dt' = \sqrt{1 - V^2 / c^2}dt$ делается вывод цитирую [1] § 3 «Собственное время движущегося объекта всегда меньше, чем соответствующий промежуток времени в неподвижной системе». Т.е. штрихованный объект считается движущимся, хотя из преобразования Галилея следует, что штрихованный объект неподвижен. И время меньше у неподвижного штрихованного объекта. О каком собственном времени движущегося объекта идет речь? Собственное время одно, а движущихся объектов множество. Фраза бессмысленна. Движущийся объект никак не может обладать собственным временем. Ну допустим, движущихся объектов множество, а собственное время одно, так что, все движущиеся объекты обладают одинаковым собственным временем. К этому я и призываю, собственное время у всех движущихся объектов одинаково, является инвариантом и единственным описанием времени.

Такая перестановка движущейся и неподвижной системы координат, нужна для того, чтобы длина и время движущегося объекта были меньше, являлось собственным временем, и, следовательно, имели минимум длины и были инвариантом. Но они не учитывают, что движущихся систем координат имеется множество, а собственная система координат одна. На самом деле минимумом длины обладает неподвижный наблюдатель и измеряет минимум длины, и его минимум является инвариантом собственной системы отсчета. Неподвижный объект один, и он находится в собственной системе координат, а движущихся объектов множество, и они никак не могут находиться в собственной системе координат. Множество времен и расстояний надо пересчитывать в единственную неподвижную собственную систему координат.

Но как быть с измерениями расстояний и времени в разных системах координат, так блестяще разработанными Эйнштейном. Их надо пересчитывать в собственную систему координат, да к тому же правильно определенную. Расстояния, измеренные с помощью электромагнитных волн, были бы правильные, если бы скорость света стремилась к бесконечности. При конечной скорости электромагнитных волн, это не существующая абстракция, зависящая от способа измерения, которая к реальности не имеет отношения.

А как же быть с мю мезоном. Собственное время мю мезона dt' меньше времени двигающегося в лабораторной системе отсчета мю мезона dt в соответствии с формулой $dt' = \sqrt{1-V^2/c^2}dt$. Так как собственное время соответствует неподвижной частице, а в лабораторной системе отсчета частица движется, согласно [1] движущийся объект имеет меньшее время жизни, значит в лабораторной системе отсчета согласно [1] мю мезон имеет меньшее время жизни, что не совпадает с экспериментом. Измерения времени в лабораторной системе отсчета осуществлены с помощью электромагнитных волн, которые фиксируют положение частицы с запаздыванием и являются неоправданными, а собственное время для неподвижной частицы можно измерить. Нужно с помощью электромагнитных волн зафиксировать момент рождения частицы и момент смерти, чтобы узнать скорость частицы.

В случае ОТО существуют формулы перехода из штрихованной ускоренно двигающейся системы координат в инерциальную не штрихованную систему координат. Но системы координат в ОТО равноправны, так что и по ОТО время жизни двух систем должно быть одно. Но как объяснить разные формулы с прошедшим временем в ОТО в случае наличия гравитации. Объяснение простое, надо пересчитывать в собственную систему координат, тогда время, прошедшее для близнеца домоседа и путешественника будет одинаковым.

Рассмотрим еще одно доказательство изменения хода времени. При изменении высоты частицы меняется и ее частота, при этом справедливо

$$h\nu_1 - \frac{GMm}{r_1} = h\nu_2 - \frac{GMm}{r_2}.$$

Откуда имеем дифференциальное уравнение $\frac{d\nu}{dr} = -\frac{GMm}{r^2 h}$. Тогда на обратном пути получим приращение частоты с обратным знаком и значит суммарный эффект влияния частоты на время полета нулевой, соответствует постоянной частоте и неподвижной частице. Обратный и прямой полет осуществляется за счет изменения частоты частицы, при этом закон сохранения энергии выполняется. Если движение против гравитационного поля невозможно, то обратная траектория невозможна и замкнутой траектории нет. Для реализации такого движения частота частицы должна быть велика, чтобы ее энергия была равна модулю гравитационной энергии, иначе обратный полет невозможен.

В случае вращения вокруг Земли при постоянном радиусе вращения изменения частоты нет, следовательно, и релятивистского эффекта изменения частоты нет. Флуктуации при этом компенсируются, что следует из закона сохранения энергии.

Вычислим изменение фазы частицы, может быть оно окажется не нулевым. Частота из этого дифференциального уравнения равна $\nu = \frac{GMm}{h}(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}) + \nu_0$. Период, или время равен $T = \frac{1}{\frac{GMm}{h}(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}) + \nu_0}$. Тогда имеем частоту на приращение времени, или фаза равна $vdT = \dfrac{\frac{GMm}{h}\frac{dr}{r^2}}{\frac{GMm}{h}(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_0})+v_0}$. Опять получаем нулевое приращение на пути туда и обратно. Но знаменатель может оказаться равным нулю. Но по правилу Лопиталя получаем нулевой вклад от нулевого знаменателя. Получается фаза не получит приращения по сравнению с фазой неподвижной частицы. При выполнении равенства нулю суммарной энергии в начальной точке, получаем $vdT = d\ln r$ и нулевое значение фазы при замкнутой траектории не включающей особенности. При облете особенности n раз при фиксированном радиусе получаем мнимое приращение фазы $vdT = 2\pi ni$. Безразмерная мнимая величина дает вклад в действительную часть, равную $\sqrt{2\pi n}$ см. [1]. Но если нет облета особенности, то время неподвижной частицы и двигающейся частицы одинаково. В случае произвольной частоты, имеем интеграл

$$\oint_{(S)} vdT = \oint_{(S)} \frac{-r_0 dz}{[z(1-\frac{v_0 h r_0}{GMm})-r_0]z} = \oint_{(S)} [\frac{Adz}{z-r_0/(1-\frac{v_0 h r_0}{GMm})} + \frac{Bdz}{z}] =$$

$$= \oint_{(S)} [\frac{dz}{z} - (1-\frac{v_0 h r_0}{GMm})\frac{dz}{z(1-\frac{v_0 h r_0}{GMm})-r_0}] =$$

$$= \oint_{(S)} d\ln\frac{z}{[z-r_0/(1-\frac{v_0 h r_0}{GMm})](1-\frac{v_0 h r_0}{GMm})} = \begin{cases} 2\pi in, z=0\in\Omega; z=r_0/(1-\frac{z v_0 h r_0}{GMm})\notin\Omega \\ 0, z=r_0/(1-\frac{v_0 h r_0}{GMm})\in\Omega, z=0\in\Omega \\ -2\pi in, z=0\notin\Omega; z=r_0/(1-\frac{v_0 h r_0}{GMm})\in\Omega \end{cases}.$$

Где объем Ω ограничен поверхностью (S) радиуса r. Но это сокращение времени не следствие релятивистских эффектов, а следствие наличия особенности. Относительная доля отклонение радиуса орбиты равна $\frac{v_0 h r_0}{GMm} = 0.428$, где у цезиевых часов используется масса электрона, частота цезиевых часов равна $v_0 = 9.19\cdot 10^9/s$, используется гравитационная постоянная и масса Земли. При этом систематическая ошибка, связанная с изменением высоты спутника за один оборот вращения, составляет $\frac{\sqrt{2\pi}}{\nu_9} = 2.7 \cdot 10^{-10} s = 0.27ns$

Увеличение каждой новой высоты r_0 вызывает увеличение времени запаздывания часов за один оборот вокруг земли на величину $0.27ns$, а уменьшение высоты уменьшение времени запаздывания часов за один оборот вокруг земли на величину $0.27ns$. Причем каждая флуктуация на величину δr_0 вызывает изменение времени запаздывания часов за один оборот на величину $0.27ns$. Если таких флуктуаций произошло N, то время запаздывания равно $0.27\sqrt{N}ns$, что делает бессмысленным учет эффекта ОТО и СТО. Причем значение наименьшей флуктуации, вызывающей время запаздывания, равно радиусу Бора $\delta r_0 = a_0 = 0.5 \cdot 10^{-8} cm$ При отклонении высоты спутника на 1cm время запаздывания составит 3856ns за один оборот спутника вокруг земли. Так как один оборот происходит за 12 часов, имеем запаздывание 7712ns/day. Запаздывание, предсказанное с помощью СТО равно 7200ns/day, а предсказанное с помощью ОТО 45900ns/day. При изменении радиуса орбиты на 200см имеем запаздывание за счет вращения вокруг особенности гравитационного поля 54540ns/day.

Приложение

Определение фазовой скорости в двигающемся диэлектрике

Аннотация

Определяется фазовая скорость в движущемся диэлектрическом теле и фазовая скорость бесконечной среды. Эти понятия отличаются во втором порядке малости относительно отношения скорости тела к фазовой скорости. Фазовая скорость зависит от скорости среды или тела, как для диэлектрического тела, так и бесконечного пространства.

В предлагаемой статье выведена формула для определения фазовой скорости c_d для тела конечных размеров и для бесконечной среды. Для промежуточного случая предложена интерполяционная формула.

$$c_d = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\{\frac{1+V\sqrt{\varepsilon\mu}/c}{1+V/(c\sqrt{\varepsilon\mu})}\exp(-|\frac{(1/\sqrt{\varepsilon\mu}-V/c)R}{ka^2}|^2)+$$

$$+\frac{c(1-V^2\varepsilon\mu/c^2)}{\sqrt{\varepsilon\mu+(\varepsilon\mu-1)^2\frac{(\mathbf{V},\mathbf{n})^2}{c^2}(1-V^2\varepsilon\mu/c^2)}+\frac{(\varepsilon\mu-1)(\mathbf{n},\mathbf{V})}{c}}\times \quad (\text{П.}1)$$

$$\times[1-\exp(-|\frac{(1/\sqrt{\varepsilon\mu}-V/c)R}{ka^2}|^2)]\}$$

Максимальная скорость движения тела в диэлектрике определится из равенства $c_d = V = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$. В случае $\varepsilon\mu = 1$ получаем максимум скорости, вычисленный по этой формуле, определяемый при условии $V = c$.

Где величина R определяет размер среды, a размер диэлектрического тела с постоянными свойствами, в случае совпадения тела и среды $R = a$, $\mathbf{n}$ направление распространения электромагнитной волны, $\mathbf{V}$ скорость тела или среды, ε,μ диэлектрическая и магнитная проницаемость тела, величина k модуль волнового вектора электромагнитной волны. Величина c фазовая скорость среды, если рассматриваем тело в среде. Если тело или среда помещены в вакуум, то c скорость света в вакууме и определяем фазовую скорость тела или среды. Все эти параметры берутся в неподвижной системе координат.

Опишем электромагнитное поле в движущемся диэлектрике. Антисимметричный четырехмерный тензор электромагнитного поля второго ранга имеет вид

$$\|F_{\lambda\mu}\| = \begin{Vmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z & -B_y & B_x & 0 \end{Vmatrix}.$$

Уравнения Максвелла запишутся в виде

$$\frac{\partial F_{\lambda\mu}}{\partial x^{\nu}}+\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x^{\lambda}}+\frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x^{\mu}}=0$$

Для построения инвариантного решения в движущейся среде введем тензор (см. [2] §76).

$$\left\|H_{\mu\nu}\right\|=\left\|\begin{matrix} 0 & D_x & D_y & D_z \\ -D_x & 0 & -H_z & H_y \\ -D_y & H_z & 0 & -H_x \\ -D_z & -H_y & H_x & 0 \end{matrix}\right\|.$$

Вторая пара уравнений Максвелла имеет вид

$$\frac{\partial H^{\lambda\mu}}{\partial x^{\nu}}=-\frac{4\pi j^{\lambda}}{c}.$$

Связь между величинами индукции и напряженности $\mathbf{D},\mathbf{E}$, в инерциальных системах координат обеспечивается

$$H^{\lambda\mu}u_{\mu}=\varepsilon F^{\lambda\mu}u_{\mu}. \qquad (П.2)$$

Величина u_{μ} четырехмерная скорость тела. Если в формуле (П.2) взять нулевую трехмерную скорость тела, то получим для тела соотношение $\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}$, т.е. формула (П.2) при нулевой скорости переходит в стандартное соотношение между индукцией и напряженностью.

Кроме того, справедливо четырехмерное равенство

$$F_{\lambda\mu}u_{\nu}+F_{\mu\nu}u_{\lambda}+F_{\nu\lambda}u_{\mu}=\mu(H_{\lambda\mu}u_{\nu}+H_{\mu\nu}u_{\lambda}+H_{\nu\lambda}u_{\mu}), \qquad (П.3)$$

являющееся обобщением связи между $\mathbf{B},\mathbf{H}$. Если хотя бы пара индексов λ,μ,ν совпадает, то эта формула обращается в ноль, в силу антисимметричности тензоров. Поэтому имеется 4 независимых равенств (П.3).

Эти два уравнения (П.2) и (П.3) можно расписать в виде

$$\mathbf{D}+\frac{1}{c}[\mathbf{V},\mathbf{H}]=\varepsilon(\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{V},\mathbf{B}])$$
$$\mathbf{B}+\frac{1}{c}[\mathbf{E},\mathbf{V}]=\mu(\mathbf{H}+\frac{1}{c}[\mathbf{D},\mathbf{V}]).$$

Запишем связь между индукцией и напряженностью, в случае если окружающей средой является диэлектрик, например воздух ограниченного объема, то получим связь в виде, где индексу, равному единице соответствует движущийся воздух, а индексу 2 соответствует движущееся тело

$$\mathbf{D}_1+\frac{1}{c}[\mathbf{V}_1,\mathbf{H}_1]=\varepsilon_1(\mathbf{E}_1+\frac{1}{c}[\mathbf{V}_1,\mathbf{B}_1]);\mathbf{D}_2+\frac{1}{c}[\mathbf{V}_2,\mathbf{H}_2]=\varepsilon_2(\mathbf{E}_2+\frac{1}{c}[\mathbf{V}_2,\mathbf{B}_2])$$
$$\mathbf{B}_1+\frac{1}{c}[\mathbf{E}_1,\mathbf{V}_1]=\mu_1(\mathbf{H}_1+\frac{1}{c}[\mathbf{D}_1,\mathbf{V}_1]);\mathbf{B}_2+\frac{1}{c}[\mathbf{E}_2,\mathbf{V}_2]=\mu_2(\mathbf{H}_2+\frac{1}{c}[\mathbf{D}_2,\mathbf{V}_2]).$$

Среда и воздух имеет границы, следовательно, параметры среды и тела определятся. Параметры вакуума имеют два значения $\mathbf{E}_1$, и $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_1$ и $\mathbf{H}_2$, которые, могут совпадать в одной системе отсчета, но в другой системе отсчета отличаются. Если же определять значение поля для тела, используя преобразование Лоренца с фазовой скоростью воздуха, а потом определять свойства воздуха со скоростью света в вакууме, то противоречия снимаются.

Перенесем векторы магнитной и электрической индукции в одну сторону, а векторы напряженности поля в другую, получим

$$\mathbf{D}-\frac{\varepsilon}{c}[\mathbf{V},\mathbf{B}]=\varepsilon\mathbf{E}-\frac{1}{c}[\mathbf{V},\mathbf{H}]$$
$$\frac{\mu}{c}[\mathbf{V},\mathbf{D}]+\mathbf{B}=\mu\mathbf{H}+\frac{1}{c}[\mathbf{V},\mathbf{E}] \qquad (П.4)$$

Перейдя в систему координат, в которой имеем следующее представление скорости $\mathbf{V}=(V,0,0)$ при остальных произвольных значениях других векторных величин, используя

$$[\mathbf{V},\mathbf{B}]=\begin{Vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ V & 0 & 0\\ B_1 & B_2 & B_3\end{Vmatrix}=-\mathbf{j}VB_3+\mathbf{k}VB_2$$

Распишем первое равенство (П.4) по координатам

$$\begin{aligned} &D_1 = \varepsilon E_1 \\ &D_2 + \frac{\varepsilon V}{c} B_3 = \varepsilon E_2 + \frac{V}{c} H_3 \\ &D_3 - \frac{\varepsilon V}{c} B_2 = \varepsilon E_3 - \frac{V}{c} H_2 \end{aligned} . \qquad (\text{П.5})$$

Распишем второе равенство (П.4)

$$\begin{aligned} &B_1 = \mu H_1 \\ &-\frac{\mu V}{c} D_3 + B_2 = \mu H_2 - \frac{V}{c} E_3 \\ &\frac{\mu V}{c} D_2 + B_3 = \mu H_3 + \frac{V}{c} E_2 \end{aligned} . \qquad (\text{П.6})$$

Группируем второе уравнение (П.5) и третье уравнение (П.6). Получим систему линейных уравнений второго порядка

$$\begin{Vmatrix} 1 & \dfrac{\varepsilon V}{c} \\ \dfrac{\mu V}{c} & 1 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} D_2 \\ B_3 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \varepsilon E_2 + \dfrac{V}{c} H_3 \\ \mu H_3 + \dfrac{V}{c} E_2 \end{Vmatrix} . \qquad (\text{П.7})$$

Решая это уравнение, получим

$$\begin{aligned} D_2 &= \frac{\varepsilon E_2 (1 - V^2/c^2) + H_3 (1 - \varepsilon\mu) V/c}{1 - \varepsilon\mu V^2/c^2} \\ B_3 &= \frac{\mu H_3 (1 - V^2/c^2) + E_2 (1 - \varepsilon\mu) V/c}{1 - \varepsilon\mu V^2/c^2} \end{aligned} . \qquad (\text{П.8})$$

Будем исследовать это выражение при условии $\varepsilon\mu V^2/c^2 = 1$, т.е. при модуле скорости тела, совпадающей с скоростью $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$. Поскольку внешнее поле произвольно, то в этом случае электрическая и магнитная индукция стремятся к бесконечности. Исследуем случай, когда напряженности поля таковы, что числители (П.8) равны нулю. Для этого приравняем числители этого выражения нулю, получим систему уравнений

$$\begin{aligned} &\varepsilon E_2(1-V^2/c^2)+H_3(1-\varepsilon\mu)V/c=0 \\ &E_2(1-\varepsilon\mu)V/c+\mu H_3(1-V^2/c^2)=0 \end{aligned}.$$

Для существования отличного от нуля решения необходимо выполнение

$$\varepsilon\mu(1-V^2/c^2)^2=\frac{V^2}{c^2}(1-\varepsilon\mu)^2. \qquad (П.9)$$

извлекая корень из этого уравнения, получим квадратное уравнение

$$\frac{V^2}{c^2}\pm\frac{V}{c}\frac{1-\varepsilon\mu}{\sqrt{\varepsilon\mu}}-1=0.$$

Это уравнение имеет два действительных корня, равные

$$\frac{V}{c}=\pm\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}},\frac{V}{c}=\mp\sqrt{\varepsilon\mu}.$$

Аналогичные выкладки можно провести для третьего уравнения (П.5) и второго уравнения (П.6).

Значит при скорости движения, равной $\frac{V}{c}=\pm\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ получаем соотношение между магнитной и электрической напряженностью

$$E_3=\pm\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}H_2, E_2=\mp\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}H_3. \qquad (П.10)$$

т.е. образуют плоскую волну, знак которой зависит от знака частоты электромагнитного поля в выражении для решения волнового уравнения относительно времени

$$\mathbf{E}=\pm\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}[\mathbf{n},\mathbf{H}], n=(1,0,0). \qquad (П.11)$$

Такая линейная связь является единственной связью между полярным и аксиальным вектором. Величина $\mathbf{n}$ может иметь произвольные значения. Используя полученные связи (П.10) величина $\mathbf{n}$ определится однозначно.

Получим величиной $E_1 = 0, D_1 = 0$, в силу (П.11) и первого уравнения (П.5). Используя равенство

$$\mathbf{H} = \mp\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}[\mathbf{n},\mathbf{E}], n = (1,0,0)$$

вычисляя коэффициент $\mathbf{n}$, получим условие $H_1 = 0, B_1 = 0$ в силу свойств векторного произведения и первой формулы (П.6). Магнитная и электрическая индукция имеют конечное значение.

Индукции электромагнитного поля в случае равенства нулю числителя, который соответствует плоскому бесконечному пространству, занятому диэлектриком, с плоской волной, равны величинам (берем положительный знак у связи векторов E, H)

$$D_2 = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}H_3(1-V^2/c^2) + H_3(1-\varepsilon\mu)V/c}{1-\varepsilon\mu V^2/c^2} = H_3\frac{(1-\sqrt{\varepsilon\mu}V/c)(\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c)}{1-\varepsilon\mu V^2/c^2} =$$
$$= E_2\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}$$

$$B_3 = \frac{\mu H_3(1-V^2/c^2) + H_3\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}(1-\varepsilon\mu)V/c}{1-\varepsilon\mu V^2/c^2} = H_3\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{(\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c)(1-\sqrt{\varepsilon\mu}V/c)}{1-\varepsilon\mu V^2/c^2} =$$
$$= H_3\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}$$

Индукции электромагнитного поля равны величинам, т.е. конечны, (берем отрицательный знак у связи векторов E, H). Аналогичные формулы получаются и для величин D_3, B_2.

Такое конечное значение электромагнитного поля достигается при распространяющейся в бесконечной среде плоской волне.

В случае произвольного тела электромагнитное поле внутри тела имеет более сложный вид в случае двигающегося с фазовой скоростью тела, что приводит к бесконечному значению индукции электромагнитного поля, так как в формулах (П.8) числитель не равен нулю, а знаменатель равен нулю. Так как такое значение поля невозможно, значит, скорость движения тела, равная фазовой скорости электромагнитной волны в неподвижном теле приводит к бесконечности электрической и магнитной индукции.

С помощью уравнения эйконала определим фазовую скорость света двигающегося тела при постоянной скорости движения тела. Для этого запишем связь между индукцией и напряженностью при постоянной скорости тела, которая получается при разрешении (П.2) относительно индукции (нужно выбрать систему координат, в которой $\mathbf{V} = (V,0,0), V = \alpha U_1 + \beta U_2 + \gamma U_3, \alpha, \beta, \gamma = \text{const}$)

$$\mathbf{D} = \alpha\mathbf{E} + \gamma[\mathbf{V},\mathbf{H}], \alpha = \varepsilon \frac{1 - V^2/c^2}{1 - V^2\varepsilon\mu/c^2}, \gamma = \frac{\varepsilon\mu - 1}{c(1 - V^2\varepsilon\mu/c^2)}$$

$$\mathbf{B} = \beta\mathbf{H} + \gamma[\mathbf{E},\mathbf{V}], \beta = \mu \frac{1 - V^2/c^2}{1 - V^2\varepsilon\mu/c^2}, \qquad (\text{П.12})$$

$$D_1 = \varepsilon E_1, B_1 = \mu H_1$$

где векторы $\mathbf{D},\mathbf{B}$ имеют индекс 2,3, т.е. справедливы для плоской волны, распространяющейся вдоль орта e_1. Подставим значение индукции в первое и третье уравнение Максвелла для плоской волны, получим

$$\text{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\alpha\mathbf{E} + \gamma[\mathbf{V},\mathbf{H}]), \text{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\beta\mathbf{H} + \gamma[\mathbf{E},\mathbf{V}]). \qquad (\text{П.13})$$

Возьмем операцию ротор от второго из выписанных уравнений (П.13) и подставим значения ротора напряженности для электрического и магнитного поля из (П.13), получим

$$\begin{gathered}\text{rotrot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\beta\,\text{rot}\mathbf{H} + \gamma[\text{rot}\mathbf{E},\mathbf{V}]) = \\ = -\frac{\beta}{c^2}\frac{\partial^2 \alpha\mathbf{E} + \gamma[\mathbf{V},\mathbf{H}]}{\partial t^2} + \gamma[\frac{\partial^2 \beta\mathbf{H} + \gamma[\mathbf{V},\mathbf{E}]}{c^2\partial t^2}, \mathbf{V}]\end{gathered}. \qquad (\text{П.14})$$

Вычислим градиент дивергенции напряженности электрического поля, подставляя значение напряженности из (П.12). Имеем соотношения (П.14), где единичный вектор $\mathbf{n}$ определяет направление распространяющейся волны

$$\mathrm{graddiv}\mathbf{E} = -\mathrm{graddiv}[\frac{\gamma}{\alpha}\mathbf{V},\mathbf{H}] = \mathrm{grad}(\frac{\gamma}{\alpha}\mathbf{V},\mathrm{rot}\mathbf{H}) = \mathrm{grad}(\frac{\varepsilon\gamma}{c\alpha}\mathbf{V},\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}). \quad (\text{П}.15)$$

Имеем связь между напряженностями поля в плоской волне, где единичный вектор $\mathbf{n}$ определяет направление распространяющейся волны $\mathbf{H} = [\mathbf{n},\mathbf{E}]c/(c_d\beta) - \gamma[\mathbf{E},\mathbf{V}]/\beta$.

Подставляя соотношения (П.15) и выражение для напряженности магнитного поля в уравнение (П.14), получим уравнение

$$\begin{aligned} -\Delta\mathbf{E} &= \frac{\beta\omega^2}{c^2}(\alpha\mathbf{E} + \gamma[\mathbf{V},[\mathbf{n},\mathbf{E}]]c/(c_d\beta) - \gamma^2[\mathbf{V},[\mathbf{E},\mathbf{V}]]/\beta) - \\ &- i\omega\mathrm{grad}(\frac{\varepsilon\gamma}{c\alpha}\mathbf{V},\mathbf{E}) - \frac{\gamma}{c^2}\omega^2[[\mathbf{n},\mathbf{E}]c/c_d - \gamma[\mathbf{E},\mathbf{V}] + \gamma[\mathbf{V},\mathbf{E}],\mathbf{V}] \end{aligned} . (\text{П}.16)$$

Запишем выражение для электромагнитного поля

$$E_p(t,x,y,z) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{\beta=0}^{3} \exp\{i\omega[t-\tau(x,y,z)]\}g_{p\beta}\times$$

$$\times\{A_{k\beta}(x,y,z)(i\omega\tau_0)^k\lambda(\omega\tau_0) + B_{k\beta}(x,y,z)/(i\omega\tau_0)^{k+\gamma}[1-\lambda(\omega\tau_0)]\}. \quad (\text{П}.17)$$

$$\lambda(\omega\tau_0) = \frac{\exp(-\omega^2\tau_0^2)}{\exp(-\omega^2\tau_0^2) + \exp[-1/(\omega^2\tau_0^2)]}$$

Из этого уравнения имеем уравнение эйконала, подставляя в (П.16) формулу (П.17) и оставляя только квадратичные по частоте коэффициенты и умножая уравнение скалярно на величину $\mathbf{e}$ направление поляризации электромагнитной волны

$$(\nabla\tau)^2 - \frac{\varepsilon\gamma}{c\alpha}(\mathbf{V},\mathbf{e})(\mathbf{e},\nabla\tau) = \frac{\beta}{c^2}\{\alpha + \gamma(\mathbf{e},[\mathbf{V},[\mathbf{n},\mathbf{e}]])c/(c_d\beta) - \gamma^2(\mathbf{e},[\mathbf{V}[\mathbf{E},\mathbf{V}])/\beta\} -$$

$$- \frac{\gamma}{c^2}\{(\mathbf{n},\mathbf{V})c/c_d - \gamma(\mathbf{e},[\mathbf{V}[\mathbf{e},\mathbf{V}]) + \gamma(\mathbf{e},[[\mathbf{V},\mathbf{e}],\mathbf{V}])\} = \frac{\beta}{c^2}\{[\alpha - \gamma(\mathbf{V},\mathbf{n})]c/(c_d\beta)\} +$$

$$- \frac{\gamma}{c^2}\{(\mathbf{n},\mathbf{V})c/c_d + \gamma[V^2 - (\mathbf{V},\mathbf{e})^2]\} = \frac{1}{c_d^2},$$

Так как направление распространения электромагнитной волны $\nabla\tau$ ортогональны величине напряженности в нулевом порядке, что следует из нулевого члена разложения уравнений Максвелла, имеем уравнение

$$(\nabla\tau)^2 = \frac{\alpha\beta}{c^2} - \frac{\gamma}{c^2}\{2\sqrt{\varepsilon\mu}(\mathbf{n},\mathbf{V})/c_d + \gamma[V^2 - (\mathbf{V},\mathbf{e})^2]/c^2\} =$$

$$= \frac{\varepsilon\mu}{c^2(1 - V^2\varepsilon\mu/c^2)^2} -$$

$$- \frac{2(\varepsilon\mu - 1)(\mathbf{n},\mathbf{V})c/c_d + (\varepsilon\mu - 1)^2[V^2/c^2 - (\mathbf{V},\mathbf{e})^2/c^2]\}}{c^2(1 - V^2\varepsilon\mu/c^2)} = \frac{1}{c_d^2}$$

Получаем квадратное уравнение по определению фазовой скорости c_d.

Откуда имеем выражение для фазовой скорости

$$c_d = \frac{c\sqrt{1 - V^2\varepsilon\mu/c^2}}{\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{1 - V^2\varepsilon\mu/c^2} + (\varepsilon\mu - 1)^2\frac{(\mathbf{V},\mathbf{n})^2}{c^2}} - \frac{(\varepsilon\mu - 1)(\mathbf{n},\mathbf{V})}{c\sqrt{1 - V^2\varepsilon\mu/c^2}}} =$$

$$= \frac{c(1 - V^2\varepsilon\mu/c^2)}{\sqrt{\varepsilon\mu + (\varepsilon\mu - 1)^2\frac{(\mathbf{V},\mathbf{n})^2}{c^2}(1 - V^2\varepsilon\mu/c^2)} + \frac{(\varepsilon\mu - 1)(\mathbf{n},\mathbf{V})}{c}} \qquad (\text{П}.18)$$

Имеем равенство в плоской волне $(\mathbf{V},\mathbf{e})^2 + (\mathbf{n},\mathbf{V})^2 = V^2$. Формула правильно описывает опыт Физо. В дальнейшем будем предполагать совпадение направления скорости тела и электромагнитной волны. При скорости тела, равной нулю, получается фазовая скорость $c/\sqrt{\varepsilon\mu}$.

Определим фазовую скорость в случае, если диэлектриком является бесконечное пространство и распространяется плоская волна.

$$\mathbf{D}=\mathbf{E}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}},\mathbf{B}=\mathbf{H}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}} \qquad (\text{П}.19)$$

Эти формулы получены из формул (П.4), используя значение скорости тела вдоль оси Ox_1. Подставим значение индукции в первое и третье уравнение Максвелла, получим

$$\mathrm{rot}\mathbf{H}=\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}},\mathrm{rot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{H}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}}. \qquad (\text{П}.20)$$

Возьмем операцию ротор от второго из выписанных уравнений (П.20) и подставим значения ротора напряженности для электрического и магнитного поля из (П.20), получим

$$\mathrm{rotrot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{rot}\mathbf{H}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}}=-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{E}[\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}+V/c}{1+\sqrt{\varepsilon\mu}V/c}]^2. \qquad (\text{П}.21)$$

Откуда следует определение фазовой скорости

$$c_d=\frac{c/\sqrt{\varepsilon\mu}+V}{1+V/(c\sqrt{\varepsilon\mu})}.$$

В плоской волне имеем, продольные компоненты электромагнитного поля равны нулю.

Литература

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973,564с.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: «Наука», т.VIII, 1992, 664с.
3. Якубовский Е.Г. Исследование решения уравнения Навье – Стокса II. «Энциклопедический фонд России», 2016, 61 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1509211918.pdf