

Учет релятивистского знаменателя в звуковых ударных волнах

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Релятивистский знаменатель равен одинаковой величине в правых и левых частях граничных условий. При бесконечном перепаде давления происходит релятивистский переход из второй среды в неподвижный фронт волны и из фронта волны в первую среду. В результате эти переходы обусловлены квадратом релятивистского знаменателя. Зная отношения удельного объема для двух сред при бесконечном перепаде давления, можно восстановить зависимость отношения удельного объема двух сред при произвольном перепаде давления. Формулу для отношения удельной плотности в двух средах можно получить из релятивистского знаменателя и инвариантности формул при перестановке сред. И это отношение оказывается справедливо при вычислении с граничными условиями на фронте ударной волны.

В ударных волнах при неподвижном фронте ударной волны справедливо соотношение $u_l = \sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} c_{Fl}, l=1,2; \gamma = \frac{c_p}{c_v}$, где u_l это массовая скорость слева и справа от неподвижного фронта ударной волны, c_{Fl} это фазовая скорость звука в левой и правой среде см. [1]. Тогда получим, что релятивистский знаменатель в левой и правой части граничных условий одинаков и равен

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{2}{\gamma+1}}} = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}$$

$$\begin{aligned} \rho_1 u_{1x} &= \rho_2 u_{2x} \\ \frac{u_{1x}^2}{2} + w_1 &= \frac{u_{2x}^2}{2} + w_2 \\ u_{1y} &= u_{2y}; u_{1z} = u_{2z} \\ p_1 + \rho_1 u_{x1}^2 &= p_2 + \rho_2 u_{x2}^2 \end{aligned}$$

При этом скорость звука удовлетворяет соотношениям $u_1 > c_1, u_2 < c_2$ где используется скорость звука в неподвижной среде.

При условии $(\gamma - 1)p_2 \gg (\gamma + 1)p_1$ соотношения между параметрами таковы, что выполняется релятивистское условие, где для малой плотности выполняется условие $\rho_1 \sim \sqrt{1 - u_1^2 / c_{F1}^2}$, а для большой плотности условие

$$\rho_2 \sim \frac{1}{\sqrt{1 - u_2^2 / c_{F2}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - u_1^2 / c_{F1}^2}}. \text{ Эти соотношения соответствуют переходу из}$$

предельного случая бесконечного давления второй среды в неподвижную среду равного давления слева и справа от фронта ударной волны, и из фронта равного давлению ударной волны в предельный случай нулевого давления

$$\text{первой среды. В результате получим } \frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} = (\sqrt{1 - u_1^2 / c_{F1}^2})^2 \text{ и}$$

$$\text{аналогичное равенство } \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} = \frac{p_2}{p_1} (\sqrt{1 - u_1^2 / c_{F1}^2})^2. \text{ В случае}$$

конечного большого давления, не бесконечного, появляется параметр $\frac{p_2}{p_1}$ и

отношение удельного объема зависит от этого параметра.

Зная перепад бесконечного отношения давлений можно восстановить конечный перепад давления

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\text{const} \cdot p_1 + (\gamma - 1)p_2}{\text{const}1 \cdot p_1 + (\gamma + 1)p_2}.$$

В силу симметрии давлений эта формула выглядит таким образом см. [2]

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{(\gamma + 1) \cdot p_1 + (\gamma - 1)p_2}{(\gamma - 1) \cdot p_1 + (\gamma + 1)p_2}.$$

Получается, что эта формула следствие наличия релятивистского знаменателя

в ударной волне, где отношение $\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$ это квадрат релятивистского

знаменателя.

Массовая скорость распространения ударной волны большой интенсивности равна см. [2]

$$u_1 = \sqrt{\frac{\gamma+1}{2} p_2 V_1} = \sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} c_{F1}$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{(\gamma-1)^2}{2(\gamma+1)} p_2 V_1} = u_1 (1 - u_1^2 / c_{F1}^2)$$

$$u_2 \sim \sqrt{1 - u_2^2 / c_{F2}^2} = \sqrt{1 - u_1^2 / c_{F1}^2}; u_1 \sim \frac{1}{\sqrt{1 - u_1^2 / c_{F1}^2}}$$

Формулы вычисления параметров при большом перепаде давления обладают одним свойством. Они соответствуют релятивистскому переходу среды из нулевой скорости в первую среду, и из второй среды в среду с нулевой скоростью, где нулевая скорость соответствует скорости неподвижного фронта волны. Где бесконечность отношение давлений $\frac{p_2}{p_1}$ и нулевое значение

отношения $\frac{p_1}{p_2}$, переходят в равное $\frac{p_2}{p_1} = 1$ при нулевой массовой скорости на фронте волны.

Литература

1. Якубовский Е.Г. Новые области использования звуковых волн в физических процессах. «Энциклопедический фонд России», 2018, 127 стр., http://russika.ru/userfiles/390_1532212828.pdf
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика, т. VI, М.-, «Наука», 1988г.,