Вычисление предела пластичности металла

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Вычисление коэффициента пластичности материала дают завышенное значение предела текучести металлов. Приходится прибегать к понятию дислокации, плотности дислокации и отсутствию дислокации и имеется верхний теоретический предел прочности. Покажем, что используя не скольжение периодической решетки, а взаимодействие атомов между собой, получим правильный предел прочности для железа.

Существует формула взаимодействия между атомами в металлах [1] §82 формула (82.5)

$$F = \frac{\pi^2}{240}\frac{hc}{r^4}. \qquad (1)$$

Эта формула записана в атомных единицах, и для правильного результата ее надо умножить на квадрат радиуса Бора. Для определения напряжения в металле силу надо разделить на сечение $1.26^2 a_0^2$, где $a = 1.26a_0, a_0 = 10^{-8}$ это радиус атома железа. Подсчитаем относительную долю сферы в кубе $\frac{4\pi a^3}{3 \cdot 8a^3} = \frac{\pi}{6}$. Объем сферы и куба служат формулами перехода от сферы к кубу. Разделим на этот относительный объем сферы и возведем ее в квадрат, получим 6 степень радиуса. Тогда формула для существующего напряжения в металле, имеет вид

$$\sigma = \frac{\pi^2}{240}\frac{hc0.5^2}{1.26^2 a_0^4}(\frac{3 \cdot 8}{4\pi})^2 = 2.811 \cdot 10^{13} ед.СГС = 281.1МПА.$$

Что близко к экспериментальному пределу прочности для железа 280Мпа. Эта формула получена не для скольжения периодической кристаллической решетки, когда нужно учитывать дефекты решетки для получения правильного результата предела прочности, а для вычисления напряжения между атомами. Для разрыва вещества надо превзойти это напряжение. Формула получена с учетом проводимости материала при малой частоте колебаний электромагнитной волны в веществе.

Но как определить напряжение текучести. Для этого необходимо использовать диэлектрическую проницаемость при высокой частоте колебаний электромагнитной волны в веществе, и формула выглядит таким образом

$$\sigma = \frac{\pi^2}{240}\frac{hc0.5^2}{1.26^2 a_0^4}(\frac{3\cdot 8}{4\pi})^2(1-\frac{1}{\varepsilon})^2 = 1.16\cdot 10^{13} ед.СГС = 116 МПА.$$

Где диэлектрическая проницаемость железа определяется по формуле $\varepsilon = 2.6 + 4\pi i\sigma/\omega$, где σ проводимость вещества, ω частота колебаний электромагнитной волны. Тогда предел текучести имеет значение 116Мпа. При этом наблюдается равенство напряжения в веществе и приложенной нагрузке. Предел текучести получается при большой частоте электромагнитной волны в теле, что соответствует практически малой деформации тела. При малой частоте электромагнитной волны в теле, что соответствует большой деформации тела, получается разрыв при большем напряжении. Деформация $\delta^2 = (L^2 - L_0^2)/L_0^2 = (L - L_0)^2/L_0^2$, где L_0 текущий размер тела, являющийся константой при упругих деформациях, связанного с частотой электромагнитной волны $L = <L> \exp(-\hbar\omega/kT) = L_0 \exp[-\hbar(\omega-\omega_0)/kT]$. Величина $<L>$ это средний размер тела для исследуемой области. $L_0 = <L> \exp(-\hbar\omega_0/kT), \omega_0 = \frac{kT}{\hbar}\ln\frac{<L>}{L_0}$. При этом частота равна

$$\omega = \omega_0 - kT/2\hbar \ln(L^2/L_0^2) = \omega_0(1-\delta^2/\delta_0^2), \delta_0 = \sqrt{\frac{2\hbar\omega_0}{kT}} = \sqrt{\ln\frac{<L>}{L_0}} = \sqrt{\frac{<L>-L_0}{L_0}} << 1.$$

Диэлектрическая проницаемость при больших и малых деформациях при этом равна

$$\frac{1}{\varepsilon}=\frac{1}{2.6+4\pi i\sigma/[\omega_0(1-\delta^2/\delta_0^2)]}=\begin{cases}\dfrac{-ikT(\delta_0^2-\delta^2)}{4\pi\sigma\hbar},\dfrac{|kT(\delta_0^2-\delta^2)|}{4\pi\sigma\hbar}<<1\\ 1/(2.6+4\pi i\sigma/\omega_0)-\dfrac{4\pi i\sigma}{\omega_0}\dfrac{\delta^2}{\delta_0^2}/(2.6+4\pi i\sigma/\omega_0)^2,\delta<<1\end{cases}.$$

При малой деформации и большом отношении $4\pi\sigma/\omega_0=4\pi\sigma\hbar/(kT\ln\frac{<L>}{L_0})>>1$ имеем для напряжения формулу (имеем значение величины $\frac{4\pi\sigma\hbar}{kT}=\frac{4\pi 10^{7+10-27}/1.1}{1.38\cdot 10^{-16+2}3}=3.8\cdot 10^4$)

$$\sigma=\frac{\pi^2}{240}\frac{hc}{1.26^6 a_0^4}(\frac{3}{\pi})^2\frac{i\omega_0}{4\pi\sigma}\frac{\delta^2}{\delta_0^2}=\frac{\pi^2}{240}\frac{hc}{1.26^6 a_0^4}(\frac{3}{\pi})^2\frac{\omega_0}{4\pi\sigma}\frac{\delta}{\delta_0^2}=E\delta$$

$$E=\frac{\pi^2}{240}\frac{hc}{1.26^6 a_0^4}(\frac{3}{\pi})^2\frac{\omega_0}{4\pi\sigma\delta_0^2}=\frac{\pi^2}{240}\frac{hc}{1.26^6 a_0^4}(\frac{3}{\pi})^2\frac{kT}{4\pi\sigma\hbar}=280/(3{,}8\cdot 10^4)МПа$$

Влияние на действительную деформацию мнимой безразмерной части определяется корнем квадратным из мнимой безразмерной части, см. [2]. Причем при нулевой частоте электромагнитного поля величина остаточного напряжения мала, причем при деформации поле меняется слабо

$$\sigma=\frac{\pi^2}{240}\frac{hc}{1.26^6 a_0^4}(\frac{3}{\pi})^2[1+\frac{ikT(\delta_0^2-\delta^2)}{4\pi\sigma\hbar}-[\frac{kT(\delta_0^2-\delta^2)}{4\pi\sigma\hbar}]^2]=\sigma_0[1+\frac{\delta^2-\delta_0^2}{10^4}-(\frac{\delta_0^2-\delta^2}{10^4})^2]$$

$$\delta_0=\sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{kT}}.=\sqrt{\ln\frac{<L>}{L_0}}=\sqrt{\frac{<L>-L_0}{L_0}},\frac{4\pi\sigma\hbar}{kT}\sim 10^4 .$$

При переходе к разрыву наблюдается слабая зависимость от деформации по квадратичной зависимость от квадрата деформации δ^2. Максимальное растягивающее поле получается при частоте, равной нулю и равно $U=\hbar\omega_0$, т.е. растяжение имеет предел, после которого наступает разрыв. Размер тела определяется по формуле $L=<L>\exp(-\hbar\omega/kT)=L_0\exp[-\hbar(\omega-\omega_0)/kT]$. При этом сжатие определяется максимально возможной частотой электромагнитного поля, а растяжение, соответствует нулевой частоте. Растяжение имеет предел, при котором материал разрушается.

Модуль Юнга отличается от экспериментального значения $E = 180 ГПа \neq 280/(3{,}8 \cdot 10^4) МПа$. Но произошел нелинейных переход от мнимого напряжения к действительному. Критическое число Рейнольдса равно отношению среднего к среднеквадратичному отклонению, см. [2]. Т.е. для твердого теля имеем $R_{cr} = \frac{a}{\sigma} = \frac{e^2}{m_p c^2 a_0} = \frac{m_e}{m_p 137^2} = 2.9 \cdot 10^{-8}, a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$. Зависящий от критического числа Рейнольдса коэффициент сопротивления при бесконечности числа Рейнольдса определяется по формуле $\lambda \sim \frac{1}{R_{cr}[\frac{1.6}{R_{cr} k/l + 0.8}]^{3/8}}$ см. [2]. Для степени шероховатости $R_{cr} k/l = 0.1$, имеем для модуля Юнга значение

$$E = 180 ГПа \sim 280/(3{,}8 \cdot 10^4)/\{R_{cr}[\frac{1.6}{R_{cr} k/l + 0.8}]^{3/8}\} = 2.04 \cdot 10^5 МПа = 204 ГПа;$$

$$[\frac{1.6}{R_{cr} k/l + 0.8}]^{3/8} = (\frac{1.6}{0.9})^{3/8}$$

.

Нелинейность коэффициента упругости определяется по формуле $\frac{\delta^2}{\delta_0^2} = 1$. Откуда имеем предел упругости $\delta < \delta_0 = \sqrt{\frac{< L > - L_0}{L_0}} << 1$, где средний размер тела берется при упругих деформациях, который несколько больше почти константы L_0.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Статистическая физика. Теория конденсированного состояния. Часть 2, Том IX, М:, «Наука», 1978г., 448стр.
2. Якубовский Е.Г. Исследование решения уравнения Навье – Стокса II. «Энциклопедический фонд России», 2016, 61 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1509211918.pdf