Комплексное время у черной дыры

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Считается, что решение для черной дыры действительное и определяет действительный метрический тензор. Покажем, что при переходе через гравитационный радиус через конечное время образуется комплексное время и комплексное пространство.

Комплексное решение для черной дыры есть $\sqrt{g_{00}} = \sqrt{1 - r_g / r}, \sqrt{g_{rr}} = 1/\sqrt{1 - r_g / r}$ см. решение Шварцшильда в [1] только его стыдливо замалчивают. На самом деле собственное время равно $d\tau = \sqrt{1 - r_g / r} dt$ и при радиусе, меньше гравитационного получается комплексное решение. Говорят, что за конечное действительное время оно не достижимо. А непрерывное решение есть через конечное комплексное время, нужно только считать дифференциальное уравнение по неявной схеме. Это как комплексное турбулентное решение, при счете в действительной плоскости оно стремится к бесконечности, а при решении дифференциального уравнения по неявной схеме получается комплексное решение.

Приведем пример, описывающий это свойство дифференциального уравнения, переход к комплексному решению. Так для дифференциального уравнения может возникнуть комплексное решение, вместо бесконечного действительного решения

$$\frac{dx}{dt} = 1 + x^2 .$$

Причем положения равновесия чисто мнимые $x = \pm i$, и значит, решение может не стремиться к положению равновесия. Причем действительное решение этого дифференциального уравнения быстро стремиться к бесконечности $x = \tan[t - t_0 + \arctan(x_0)]$.

Используя неявную схему решения, получим следующее уравнение

$$x = x_0 + (1 + x^2)\Delta t + 0(\Delta t)^2 .$$

Разрешая относительно неизвестной функции x, получим неявную схему

$$x = \frac{1 - \sqrt{1 - 4[x_0 + \Delta t + 0(\Delta t)^2]\Delta t}}{2\Delta t} .$$

Эта неявная схема с постоянным шагом правильно описывает стремление решения к бесконечности. При счете с уменьшенным шагом она определяет большее значение переменной t и значит, определяет большее значение неизвестной функции. Т.е. правильно описывает решение дифференциального уравнения до бесконечности решения. Когда бесконечность достигнута, при условии $x_0 > 1/(4\Delta t) - \Delta t - 0(\Delta t)^2$ определится конечное комплексное решение. Численный счет этого уравнения подтвердил правильность проведенного анализа решения.

Причем комплексное решение обладает новыми свойствами, оно сложным образом вращается вокруг положения равновесия. При этом действительное решение стремится к бесконечности, т.е. правая часть дифференциального уравнения стремится к бесконечности, и нарушаются условия существования и единственности решения задачи Коши, и возникает дополнительное комплексное решение.

Решение с комплексными начальными данными определится формулой $x = \tan[t - t_0 + \arctan(x_0 + i\delta)]$ при любом t. Т.е. приближенно имеем

$$x(t)=-i\frac{\exp\{i[t-t_0+\arctan(x_0+i\delta)]-\exp\{-i[t-t_0+\arctan(x_0+i\delta)]\}}{\exp\{i[t-t_0+\arctan(x_0+i\delta)]\}+\exp\{-i[t-t_0+\arctan(x_0+i\delta)]\}}=$$
$$=i-2i\exp\{2i[t-t_0+\arctan(x_0+i\delta)]\}+i\exp\{4i[t-t_0+\arctan(x_0+i\delta)]\}+...=.$$
$$=i-2i\exp[2i(t-t_0+\alpha)-2\beta]+i\exp[4i(t-t_0+\alpha)-4\beta]+...$$
$$\arctan(x_0+i\delta)=\alpha+i\beta$$

При этом знаменатель этой дроби в ноль не обращается.
Т.е. конечного решения задачи в действительной плоскости не существует. А в комплексной плоскости имеется конечное непрерывное решение в случае не кратных положениях равновесия.

Бесконечность решения определяется конечной величиной, равной мнимой части начальных данных. При действительных начальных данных получается бесконечность, а при мнимых начальных данных эта бесконечность определяется мнимой частью. Надо только за аргумент взять собственное действительное время $dt=d\tau/\sqrt{1-r_g/r}$ и получим комплексное конечное время. Еще нагляднее с комплексным радиусом $d\rho=dr/\sqrt{1-r_g/r}$, а это интегрируемая особенность, переходящая в комплексное решение см. [2]. Причем так как приращение времени t становится мнимым, а радиус r остается действительным скорость становится мнимой, т.е. тела либо колеблются, либо вращаются с амплитудой скорости, равной мнимой части скорости и фазой определяемой растущей мнимой частью времени при частоте, определяемой постоянной действительной частью времени. Причем при действительном радиусе r, стремящемся к нулю его изменение прекращается, не достигая нуля.

Литература

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973,564с.

2. *Якубовский Е.*Г. Решение не продолжаемых обыкновенных дифференциальных нелинейных уравнений первого порядка с

полюсами. «Энциклопедический фонд России», 2017, 5 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1501875767.pdf