Закон изменения массы в электромагнитном или гравитационном поле

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Гамильтониан частицы в электромагнитном или гравитационном поле зависит от действующих скалярных и векторных потенциалов. Это не отраженно в формуле для гамильтониана частицы, которая зависит только от скалярного потенциала. Путем точных подсчетов вычислен гамильтониан системы и показано, что он зависит и от векторного потенциала. Оказалось, что формула, по которой был вычислен не правильный гамильтониан приближенная.

Гамильтониан системы в электромагнитном поле определен по формуле

$$E = \mathbf{V}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{V}} - L = \frac{mc^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}} + e\varphi, L = -\sqrt{1-V^2/c^2} + \frac{e}{c}(\mathbf{A},\mathbf{V}) - e\varphi = -\frac{ds_0}{dt} + \frac{e}{c}(A_k u^k)\frac{ds_0}{dt} =$$
$$= -\frac{ds_0}{dt}[1 - \frac{e}{c}(A_k u^k)].$$

Но формула дает не правильный результат независимости гамильтониана от импульса. Правильная формула, зависящая от векторного потенциала

$$E = \frac{mc^2\sqrt{1+\frac{2U}{mc^2}\sqrt{1+\frac{(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{m^2c^2}}+\frac{U^2}{m^2c^4}}}{\sqrt{1-V^2/c^2}}, U = e\varphi$$

Дело в том, что величина $\frac{e}{c}(\mathbf{A},\mathbf{V}) - e\varphi$ не Лоренц инвариантная. Она равна произведению четырехмерного вектора потенциала на не четырехмерный вектор, и поэтому не Лоренц инвариантная. Или же ее надо рассматривать как произведение Лоренц инвариантной величины свободного пространства

$\frac{ds_0}{dt}=\sqrt{1-V^2/c^2}=\frac{1}{\sqrt{1+\sum_{k=1}^{3}(u^k)^2}}$ умноженной Лоренц инвариантную величину электромагнитного поля $1-\frac{e}{c}(A_k u^k)$. Но тогда имеем формулу

$$E/c=(\sum_{k=0}^{3}u^k\frac{\partial L}{\partial u^k}-L)/c=\frac{\sum_{k=1}^{3}(u^k)^2(mc-\frac{e}{c}A_n u^n)}{[1+\sum_{k=1}^{3}(u^k)^2]^{3/2}}+\frac{\frac{e}{c}A_n u^n}{\sqrt{1+\sum_{k=1}^{3}(u^k)^2}}+\frac{mc-\frac{e}{c}A_n u^n}{\sqrt{1+\sum_{k=1}^{3}(u^k)^2}}=$$

$$=\frac{mc}{\sqrt{1+\sum_{k=1}^{3}(u^k)^2}}-\frac{\sum_{k=1}^{3}(u^k)^2\frac{e}{c}A_n u^n}{[1+\sum_{k=1}^{3}(u^k)^2]^{3/2}}=\frac{mc-\frac{e}{c}A_n u^n}{\sqrt{1+\sum_{k=1}^{3}(u^k)^2}}+\frac{\frac{e}{c}A_n u^n}{[1+\sum_{k=1}^{3}(u^k)^2]^{3/2}}$$

Но это не правильные формулы, так как смешивается два разных состояния, свободное и с наличием электромагнитного поля. Исходить надо из правильной формулы (1), записанной в Лоренц инвариантном виде с наличием электромагнитного поля, без смешивания с формулой свободного пространства.

Закон сохранения энергии при большом потенциале записывается в виде

$$E=\sqrt{m^2c^4+(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2}+U$$

$$E^2=m^2c^4+(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2+2\sqrt{m^2c^4+(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2}U+U^2=$$

$$=(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2+m^2c^4(1+\frac{2U}{mc^2}\sqrt{1+\frac{(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{m^2c^2}}+\frac{U^2}{m^2c^4})=(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2+M^2c^4= \qquad (1)$$

$$M=m\sqrt{1+\frac{2U}{mc^2}\sqrt{1+\frac{(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{m^2c^2}}+\frac{U^2}{m^2c^4}}=m\sqrt{1+\frac{2U}{mc^2}}$$

Значение энергии и импульса содержат дополнительный множитель $\sqrt{1+\frac{2U}{mc^2}\sqrt{1+\frac{(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{m^2c^2}}+\frac{U^2}{m^2c^4}}$, но обозначаются одной буквой, учитывающей этот множитель. В случае наличия потенциала энергия частицы, выраженная через импульс, определяется по формуле (2) и где используется связь между импульсом и скоростью. Эти формулы получены без всякого приближения путем тождественных преобразований. Формула $E = \frac{Mc^2}{\sqrt{1-(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2 c^2 / E^2}}$ получается с помощью тождественных преобразования из формулы $E^2 = (\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2 c^2 + M^2 c^4$.

$$E = \frac{Mc^2}{\sqrt{1-(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2 c^2 / E^2}} = \frac{mc^2\sqrt{1+\frac{2U}{mc^2}\sqrt{1+\frac{(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{m^2c^2}}+\frac{U^2}{m^2c^4}}}{\sqrt{1-V^2/c^2}}.; \qquad (2)$$

$$\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A} = \frac{E\mathbf{V}}{c^2}, M = m\sqrt{1+\frac{2U}{mc^2}\sqrt{1+\frac{(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{m^2c^2}}+\frac{U^2}{m^2c^4}};$$

Эта формула аналог формулы ОТО $g_{00} = 1+\frac{2U}{mc^2}$, приводящей к сокращению энергии см. [1]. Из уравнения ОТО получается формула для энергии тела $E = mc^2 u_0 \sqrt{[g_{k0}(a_\beta^k)^{-1}/\sqrt{\lambda_\beta}]^2 + g_{00}}$. Определение величина собственного вектора и собственного числа следует из формул $(g_{nm}-\lambda_\beta\delta_{nm})a_\beta^n = 0; | g_{nm}-\lambda_\beta\delta_{nm}| = 0$. При малых значениях энергии он приводится к виду

$$\frac{(E-mc^2)(E+mc^2)}{m^2c^4} = \frac{(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{m^2c^2} + \frac{2U}{mc^2} \cong \frac{2(E-mc^2)}{mc^2}.$$

$$E - mc^2 = \frac{(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{2m} + U$$

В итоге получена новая формула для связи массы и энергии в электромагнитном или гравитационном поле

$$E=\frac{mc^2\sqrt{1+\frac{2U}{mc^2}\sqrt{1+\frac{(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{m^2c^2}}+\frac{U^2}{m^2c^4}}}{\sqrt{1-V^2/c^2}}.$$

Причем это именно масса тела изменяется по этой формуле. Подсчет кинетической энергии тела добавляет дополнительный релятивистский знаменатель к этой формуле изменения массы см. ниже по тексту. Добавка определяется из равенств $-\frac{2r_g}{r}u+(1+2u)\frac{r_g^2}{r^2};r_g=\frac{e^2}{mc^2}+\frac{Gm}{c^2};r_F=\frac{(1/2+u)r_g}{u}=\frac{1+2u}{u}(\frac{\hbar}{137mc}+\frac{Gm}{c^2})$. При уменьшении радиуса действия электромагнитных и гравитационных сил электромагнитная и гравитационная поправка равна нулю в случае $r_F=\frac{1/2+u}{u}(\frac{\hbar}{137mc}+\frac{Gm}{c^2}),mcr_F=\frac{1/2+u}{u}(\frac{\hbar}{137}+\frac{Gm^2}{c})$. В атоме классический радиус электрона гораздо больше его гравитационного радиуса и гравитационным радиусом можно пренебречь. Скорость электрона равна $u=\frac{1}{137}$, получается что радиус действия электромагнитного потенциала в атоме водорода соответствует спину фермиона. Добавочный член в этом случае равен $u^3/2$, релятивистский знаменатель в формуле для энергии частицы не участвует.

Приближенная формула для энергии частицы в атоме запишется в виде см. [2]

$$E(r_0)=mc^2\sqrt{1+\frac{2U(r_0)}{mc^2}\sqrt{1+\frac{(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2(r_0)}{m^2c^2}}+\frac{U^2(r_0)}{m^2c^4}}\{1+\frac{(Z\alpha)^2}{[\sqrt{\chi^2-(Z\alpha)^2}+n_r]}\}^{-1/2}=$$

$$=mc^2\sqrt{1+u^3/2}\{1-\frac{(Z\alpha)^2}{2n^2}-\frac{(Z\alpha)^4}{2n^3}(\frac{1}{j+1/2}-\frac{3}{4n})\};mcr_0=\frac{\hbar}{2};u=\frac{1}{137}$$

Энергия покоя в этой формуле компенсируется, а квантовое слагаемое умножается на величину $u^3/4$ результате получается дополнительное слагаемое $\frac{(Z\alpha)^2\alpha^3}{8n^2}$, т.е. поправка пятого порядка по величине $u=\alpha=\frac{1}{137}$, что сравнимо с радиационной поправкой и ее надо учитывать. Но комплексных радиационных поправок к энергии электрона имеется счетное количество, так что считать действительную поправку не имеет смысла. Внутреннее строение электрона имеет счетное количество состояний и поэтому считать единственную поправку бессмысленно см. [3] .

При радиусе, меньше чем радиус спина фермиона решение невозможно, спин фермиона - это стабильное состояние частицы. При радиусе, больше спина фермиона добавка отрицательная, и энергия частицы уменьшается. При радиусе, стремящемся к бесконечности (величина $\frac{1}{r}=0$) добавка равна нулю. Следовательно, имеется минимум добавки между двумя нулями добавки. Добавка определяется из равенств $-\frac{2r_g}{r}u+(1+2u)\frac{r_g^2}{r^2};r_g=\frac{e^2}{mc^2}+\frac{Gm}{c^2};r_B=\frac{(1+2u)r_g}{u}=\frac{1+2u}{u}(\frac{\hbar}{137mc}+\frac{Gm}{c^2})$. Эта добавка описывает бозоны $mcr_B=\frac{1+2u}{u}(\frac{\hbar}{137}+\frac{Gm^2}{c})$ при $u=\frac{1}{137}$ и поправка отрицательная и равна $-\frac{u^2}{1+2u}$ и расположена при большем радиусе чем радиус фермиона.

При большой скорости частицы или тела масса бозона может стать мнимой $M_B=m\sqrt{1-\frac{u^2}{1+2u}}/\sqrt{1-V^2/c^2}$. Это объясняет появление темной энергии, квадрат этой массы отрицателен и соответствует полю отталкивания. При уменьшении скорости до величины $\frac{1/2+u}{u}=137$ образуется фермион и поправка к массе равна нулю. При малой скорости частицы бозон образует постоянную массу, релятивистский знаменатель сокращается. Гравитоны являются бозонами со спином 2 и при малых скоростях их масса постоянная, т.е. тела нашей Солнечной системы имеют постоянную массу, без релятивистского знаменателя с точностью u^3, т.е. их кинетическая энергия, если пользоваться релятивистской формулой для кинетической энергии $E_k = \frac{M_B c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - M_B c^2 = \frac{mV^2}{2}(1+\frac{3}{4}u^2 + u^3)$.

Так как масса является константой с точность до u^3 и не имеет поправки во втором законе Ньютона, равные u^2, следовательно законы движения Ньютона надо писать в виде $m\frac{d^2\mathbf{r}(1+u^3)}{dt^2} = -\frac{Gmm_k(1+u^3)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_k|^3}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_k)$. Относительная ошибка при скорости $10km/s$ составляет $u^3 = 10^{-13}$, что при расстоянии между Землей и Солнцем, равным $1.49\cdot 10^{13}cm$ составляет $0.4cm$. Подсчет по релятивистским формулам приведет к погрешности $100m$, если численные методы не имеют погрешности. Если численные методы имеют погрешность, то ошибка на каждом шаге вычислений будет накапливаться.

Идеология изменения массы частицы такова. При уменьшении радиуса образуется бозон с минимумом массы частицы. При дальнейшем уменьшении радиуса образуется фермион, с нулевым значением поправки. Дальнейшее уменьшение радиуса частицы не имеет смысла, приводит к бесконечной энергии, но пройдено стационарное состояние, при котором частица образует фермион, и на этом значении радиуса частица останавливается с нулевой поправкой.

Литература

1. Якубовский Е.Г. Описание собственного вращения в ОТО «Энциклопедический фонд России», 2018, 12 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1549396886.pdf
2. *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика, т.IV, М.,- «Наука»,1989 г., 727стр.
3. Якубовский Е.Г. Счетное количество комплексных радиационных поправок. «Энциклопедический фонд России», 2018, 6 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1477952206.pdf