Закон сохранения релятивистской энергии для множества частиц

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Закон сохранения энергии для множества частиц это отдельная проблема механики. Он успешно решается в случае малых скоростей см. [1]. Но в случае больших скоростей имеются проблемы, связанные с нелинейностью закона сохранения энергии. Решение получено на основе нелинейного закона сохранения энергии для одной частицы с учетом внутренних степеней свободы, связав две инерциальные системы отсчета.

Закон сохранения энергии при большом потенциале записывается в виде

$$E = \sqrt{m^2c^4 + (\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2 c^2} + U$$

$$E^2 = m^2c^4 + (\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2 c^2 + 2\sqrt{m^2c^4 + (\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2 c^2}U + U^2 =$$

$$= (\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2 c^2 + m^2c^4(1 + \frac{2U}{mc^2}\sqrt{1 + \frac{(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{m^2c^2}} + \frac{U^2}{m^2c^4}) = (\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2 c^2 + M^2c^4 .$$

$$M = m\sqrt{1 + \frac{2U}{mc^2}\sqrt{1 + \frac{(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{m^2c^2}} + \frac{U^2}{m^2c^4}}$$

В случае множества частиц эта формула запишется в виде, где в качестве внешнего поля используются калибровочные постоянные внешние поля, определяющие постоянный импульс

$$E^2 = M^2c^4 + \sum_a (\mathbf{p}_a - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2 c^2 + 2\sqrt{M^2c^4 + \sum_a (\mathbf{p}_a - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2 c^2}U + U^2 =$$

$$= \sum_a [\mathbf{p}'_a + \mathbf{P} - \frac{e}{c}(\mathbf{A}'_a + \mathbf{A})]^2 c^2 + \mathrm{M}^2c^4; M = \sum_a m_a$$

$$=\sum_a (\mathbf{p}'_a-\frac{e}{c}\mathbf{A}'_a)^2c^2+2(\mathbf{P}',\mathbf{P}-\frac{e}{c}\mathbf{A})c^2+(\mathbf{P}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2+M^2c^4=$$

$$=E_{in}^2+2(\mathbf{P}',\mathbf{P}-\frac{e}{c}\mathbf{A})c^2+(\mathbf{P}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2+M^2c^4$$

$$\mathrm{M}^2=[M^2c^4+\sum_a 2(U'_a+U)\sqrt{M^2c^4[1+\frac{E_{in}^2+2(\mathbf{P}',\mathbf{P}-\frac{e}{c}\mathbf{A})c^2}{(\sum_b m_b)^2c^4}]+(\mathbf{P}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2}+(U'_a+U)^2];$$

$$E_{in}^2=\sum_a (\mathbf{p}'_a-\frac{e}{c}\mathbf{A}'_a)^2c^2;\mathbf{P}'=\sum_a \mathbf{p}'_a-\frac{e}{c}\mathbf{A}'_a$$

Имеем полную формулу связи энергии множества частиц $E, E'=E_{in}$ в двух разных системах отсчета K, K', имеющих относительную скорость $\mathbf{V}=(\mathbf{P}-\frac{e}{c}\mathbf{A})c^2/E$, если центр инерции штрихованной системы отсчета покоится $\mathbf{P}'=0$ с учетом внутренней энергии частиц и внешнего поля

$$E^2=E_{in}^2+(\mathbf{P}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2+\mathrm{M}^2c^4$$

$$\mathrm{M}^2=M^2c^4+\sum_a 2(U'_a+U)\sqrt{M^2c^4(1+\frac{E_{in}^2}{\sum_b m_b^2c^4})+(\mathbf{P}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2}+(U'_a+U)^2]$$

В случае наличия потенциала энергия частицы, выраженная через импульс, определяется по формуле

$$\sqrt{E^2-E_{in}^2}=\frac{\mathrm{M}c^2}{\sqrt{1-(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2/E^2}}=\frac{\mathrm{M}c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}}=$$

$$=\frac{Mc^2\sqrt{1+\sum_a [\frac{2(U'_a+U)}{Mc^2}\sqrt{1+\frac{E_{in}^2}{M^2c^4}+(\mathbf{P}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2}+\frac{(U'_a+U)^2}{M^2c^4}]}}{\sqrt{1-V^2/c^2}}.;.$$

$$\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A}=\frac{E\mathbf{V}}{c^2};E^2-E_{in}^2=(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2+M^2c^4$$

$$\mathrm{M}=M\sqrt{1+\sum_a [\frac{2(U'_a+U)}{Mc^2}\sqrt{1+\frac{E_{in}^2}{M^2c^4}+(\mathbf{P}-\frac{e}{c}\mathbf{A})^2c^2}+\frac{(U'_a+U)^2}{M^2c^4}]}$$

Величина энергии частицы определяется из равенства

$$E = \sqrt{E_{in}^2 + \frac{\mathrm{M}^2 c^4}{1 - V^2 / c^2}} =$$

$$= \sqrt{E_{in}^2 + M^2 c^4 K}$$

$$K = \frac{1 + \sum\limits_a [\frac{2(U'_a + U)}{Mc^2}\sqrt{1 + \frac{E_{in}^2}{M^2c^4} + (\mathbf{P} - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2 c^2} + \frac{(U'_a + U)^2}{M^2 c^4}]}{1 - V^2 / c^2}$$

Где величина K описывает изменение массы тела.

При малых значениях энергии она приводится к виду

$$\frac{E^2}{M^2c^4} - \frac{E_{in}^2}{M^2c^4} - \frac{2E_{in}}{Mc^2} - 1 = \frac{E^2}{M^2c^4} - (\frac{E_{in}}{Mc^2} + 1)^2 = \frac{(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{M^2c^2} + \frac{2U}{Mc^2} \cong \frac{2(E - E_{in} - Mc^2)}{Mc^2}.$$

$$E - Mc^2 = E_{in} + \frac{(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{2M} + U, E_{in} = \sum_a \frac{(\mathbf{p}'_a - \frac{e}{c}\mathbf{A}'_a)^2}{2M} + U'_a, M = \sum_\phi m_a$$

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика. Теоретическая физика, Том I, М.: «Наука», 1965, 204 стр.