Рассмотрение течения газа на расстоянии от самолета

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Рассматриваем сечение крыла самолета как локально плоскую границу внутри среды. Получается внешняя задача описания течения между двумя плоскими сечениями. Для нее существуют формулы, описывающие скорость течения вне плоского объема. Показано, что с помощью данных формул можно описать два вихря, образующиеся на конечном расстоянии под крылом самолета. Приведен снимок этих вихрей.

Скорость между двумя плоскими границами описывается формулой см. [1]

$$V = -\frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}y^2 + ay + b\,.$$

Аналогично решается и внешняя задача, скорость потока относительно толстого плоского объема определяется по формуле (ввели преобразование координат $z = 1/u$)

$$V(u) = V_0 \pm V_0(1-\frac{a}{u})(1+\frac{b}{u}), a > 0, b > 0; V_0 = \frac{ab}{2\eta}\frac{dp}{dx}\,.$$

Локально сечение самолета можно представить в виде двух плоских поверхностей с переменными $a(x), b(x)$. Вверху от самолета оно не продолжается, так как скорость на бесконечности радиуса конечна, и значит имеем бесконечную энергию. Внизу от самолета имеем добавку вертикальную скорость, которая определяется по горизонтальной скорости из уравнения неразрывности и решение на бесконечности нулевая скорость при одной из ветвей решения. Подъемная сила крыла самолета связана с образованием вихрей под самолетом. Покажем. что с помощью предлагаемых формул можно описать эти вихри.

Имеем профиль скорости для нижней части потока

$$V(u) = V_0 - V_0(1 - \frac{a(x,y)}{u})(1 + \frac{b(x,y)}{u}) =$$

$$= V_0 - V_0\{\frac{[a(x,y)+b(x,y)]^2}{4a(x,y)b(x,y)} - [\frac{a(x,y)-b(x,y)}{2\sqrt{a(x,y)b(x,y)}} + \frac{\sqrt{a(x,y)b(x,y)}}{u}]^2\}, b(x,y) > a(x,y)$$

Тогда имеем одну ветвь скорости на бесконечности радиуса, равную нулю.

Рис. 1 Аэродинамические вихри, связанные с подъемной силой крыла самолета

Для верхней части потока на бесконечности радиуса имеем конечную скорость потока, и значит бесконечную энергию, что невозможно. Получается формула для скорости потока

$$\sqrt{\frac{[a(x,y,t)+b(x,y,t)]^2}{4a(x,y,t)b(x,y,t)} + 1 - \frac{V}{V_0}} + \frac{b(x,y,t)-a(x,y,t)}{2\sqrt{a(x,y,t)b(x,y,t)}} = \frac{\sqrt{a(x,y,t)b(x,y,t)}}{u+iv}$$

Получается на конечном расстоянии скорость потока нулевая, а должна быть нулевой на бесконечном расстоянии.

Поверхность крыла самолета задается в качестве первого приближения формулой $b(x) = \lambda \sin \pi x'/l; a(x) = \rho \sin \pi x'/l$. Можно добавить члены ряда Фурье с одинаковым коэффициентом, тогда получится не окружность, а более сложное образование в виде вихря. Вдали от тела образуется существующий градиент горизонтальной скорости и образуется вертикальная компонента в соответствии с уравнением неразрывности. Координаты поверхности самолета изменяются в пространстве в виде волны. Эта функция в нижней части потока образует завихрение с формулой для двумерной скорости потока, причем аналитически продолженная величина определяется по формуле $x' = x + y - t$, определяя решение на расстоянии $a_{\max}, b_{\max}$. Решение двумерной задачи будем искать в комплексной плоскости $b(x,y,t) = b_{\max} + \lambda \exp[i\pi(x+y-t)/l], a(x,y,t) = a_{\max} + \rho \exp([i\pi(x+y-t)/l]$.

Уравнение имеет вид

$$\sqrt{\frac{[a(x,y,t)-b(x,y,t)]^2}{4a(x,y,t)b(x,y,t)} + \frac{V}{V_0}} \pm \frac{b(x,y,t)-a(x,y,t)}{2\sqrt{a(x,y,t)b(x,y,t)}} = \frac{\sqrt{a(x,y,t)b(x,y,t)}}{u+iv}$$

Одно из решений определяет нулевую скорость на бесконечности, причем другая часть решения предсказывает нулевую скорость своего решения на конечном расстоянии.

Получаем уравнение для действительной и мнимой части потока

$$u + iv = \frac{\sqrt{a_{\max} b_{\max}}\{1 + (\frac{\lambda}{2b_{\max}} + \frac{\rho}{2a_{\max}})\exp[i\pi(x+y-t)/l]\}}{\sqrt{(\sqrt{\frac{b_{\max}}{a_{\max}}} - \sqrt{\frac{a_{\max}}{b_{\max}}})^2/4 + \frac{V}{V_0}} \pm (\sqrt{\frac{b_{\max}}{a_{\max}}} - \sqrt{\frac{a_{\max}}{b_{\max}}})/2}.$$

Образуется два вихря, что связано с положительным и отрицательным значением квадратного корня. Координата и скорость потока вдали от самолета изменяются по закону

$$u_x(x,y,t) + iv_x(x,y,t) = c\exp[i\pi(x+y-t)/l], u_y(x,y,t) + iv_y(x,y,t) = -c\exp[i\pi(x+y-t)/l],$$
$$\dot{u}_x + i\dot{v}_x = -\pi i c\exp[i\pi(x+y-t)/l]/l, \dot{u}_y + i\dot{v}_y = \pi i c\exp[i\pi(x+y-t)/l]/l \quad .$$

$$c(\frac{V}{V_0}) = \frac{\sqrt{a_{\max} b_{\max}}(\frac{\lambda}{2b_{\max}} + \frac{\rho}{2a_{\max}})}{\sqrt{(\sqrt{\frac{b_{\max}}{a_{\max}}} - \sqrt{\frac{a_{\max}}{b_{\max}}})^2/4 + \frac{V}{V_0}} \pm (\sqrt{\frac{b_{\max}}{a_{\max}}} - \sqrt{\frac{a_{\max}}{b_{\max}}})/2}$$

Причем данное решение удовлетворяет уравнению неразрывности.

Заданная точка вращается по окружности переменного радиуса. Причем центр окружности имеет координаты $(x,h)=\frac{\sqrt{a_{\max}b_{\max}}}{\sqrt{(\sqrt{\frac{b_{\max}}{a_{\max}}}-\sqrt{\frac{a_{\max}}{b_{\max}}})^2/4+\frac{V_v}{V_0}}+(\sqrt{\frac{b_{\max}}{a_{\max}}}-\sqrt{\frac{a_{\max}}{b_{\max}}})/2}\times[\frac{\lambda}{2b_{\max}}+\frac{\rho}{2a_{\max}},1]$, а радиус окружности вихря переменный. И центр другого вихря, в пределах $(x,h)=\frac{\sqrt{a_{\max}b_{\max}}}{\sqrt{(\sqrt{\frac{b_{\max}}{a_{\max}}}-\sqrt{\frac{a_{\max}}{b_{\max}}})^2/4+\frac{V_v}{V_0}}-(\sqrt{\frac{b_{\max}}{a_{\max}}}-\sqrt{\frac{a_{\max}}{b_{\max}}})/2}\times[-(\frac{\lambda}{2b_{\max}}+\frac{\rho}{2a_{\max}}),1]$.

Получаются две поверхности, создающая объем постоянного значения скорости, т.е. образуется вихрь. При изменении скорости V получается другое сечение вихря. Причем решение получается во всем нижнем пространстве в зависимости от скорости потока.

Приведем еще одну фотографию образования двух вихрей при взлете самолета.

Рис.2. Образование вихрей при взлете.

Этот рисунок аналогичен первому, просто пространство под самолетом исчезло, и вихри поэтому сместились. При этом ниже лежащие вихри сместятся по бокам, а над самолетом образуется две дуги из постоянной скорости. Фотографии взяты из интернета с сайта см. [2].

Движение самолета связано с увлечением за собой окружающей среды и ее полная остановка, после прохождения тела с возможным увеличением температуры среды. Вихри расположены ниже самолета, на расстоянии равному размаху крыла. В начале и конце потока при малой поступательной скорости, вращение вихрей направлены в одну сторону, поток ввинчивается в среду. В центре потока, посреди горизонтальной координаты охваченного объема, в районе крыльев самолета, радиус вихря, с отрицательной координатой центра вихря, становится отрицательным, и скорость вращения вихрей противоположная. Аналогичная картина при взлете, только вместо нижнего положения вихрей, наблюдается боковое их расположение и движение ниже самолета переходит в движение выше самолета.

Литература

1. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц* Гидродинамика. -М.: Наука, 1980.-535с.
2. *Электронный ресурс с сайта* *https://yandex.ru/video/search?filmId=5691578295117014251&text=%D0%9D%D0%BE%D0%B2%D1%8B%D0%B9%20%D1%81%D0%BF%D0%BE%D1%81%D0%BE%D0%B1%20%D1%80%D0%B0%D1%81%D1%87%D0%B5%D1%82%D0%B0%20%D0%BF%D0%BE%D0%B4%D1%8A%D0%B5%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B9%20%D1%81%D0%B8%D0%BB%D1%8B%20%D0%BA%D1%80%D1%8B%D0%BB%D0%B0%20%D1%81%D0%B0%D0%BC%D0%BE%D0%BB%D0%B5%D1%82%D0%B0*