Совместное решение уравнений гидродинамики основанное на первых интегралах этих уравнений

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Причем оказалось, что давление и концентрация образуют волновую функцию по отношению к образованным трехмерным векторам, которые оказались параллельны числам Рейнольдса потока. Уравнения по определению температуры и концентрации сводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

Уравнение Навье-Стокса имеет вид

$$-\sum_{k=1}^{3}\left(\frac{\partial^2 u_l}{\partial x^{k\,2}}+u_k\frac{\partial u_l}{\partial x^k}\right)=-\frac{\partial U}{mc^2 x^l};x_l=\frac{y_l}{a};u_l=\frac{V_l a}{\nu};(u_k)^2=\left(\frac{Va}{\nu}\right)^2$$

Введем новую переменную $u_l=\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^l}$. Она определяет решение уравнения Шредингера $\psi=\exp[-iEx^0+\sum_{l=1}^{2}\int\frac{\partial \ln\psi}{\partial x^l}dx^l]$. Где градиентная часть описывает комплексный поток частиц вакуума, т.е. поле и материю. В результате решения получим потоки скорости. Подстановка данного решения в уравнение Шредингера определит первые интегралы

$$-E-\sum_{k=1}^{3}\left[\frac{\partial u_k}{\partial x^k}+(u_k)^2\right]=-U/mc^2+\left(\frac{mca}{\hbar}\right)^2$$

Подставим значение скорости и продифференцируем по величине x^l, получим стационарное уравнение Навье-Стокса

$$-E-\sum_{k=1}^{3}\left[\frac{\partial^2\ln\psi}{\partial x^{k\,2}}+\left(\frac{\partial\ln\psi}{\partial x^k}\right)^2\right]=-U/mc^2+1;$$

$$-\sum_{k=1}^{3}\left[\frac{\partial^2 u_l}{\partial x^{k\,2}}+2u_k\left(\frac{\partial u_l}{\partial x^k}\right)\right]=-\frac{\partial U}{mc^2\partial x^l}$$

Энергетическое уравнение имеет вид. Преобразуем это равенство, воспользовавшись тождеством $\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \theta[\frac{\partial^2 \ln\theta}{\partial x^2} + (\frac{\partial \ln\theta}{\partial x})^2]$. Оказывается, что температура и концентрация являются аналогом волновой функции у уравнения относительно скорости, полученной из температуры и концентрации как волновой функции.

$$u^k \frac{\partial \theta}{\partial x^k} = \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^{k^2}} / P + \frac{1}{2}(\frac{\partial u^l}{\partial x^k} + \frac{\partial u^k}{\partial x^l} - \frac{2}{3}\delta_l^k \frac{\partial u^p}{\partial x^p})^2 =$$

$$= \theta[\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 \ln\theta}{\partial x^{k^2}} + \sum_{k=1}^{3} (\frac{d \ln\theta}{dx^k})^2] / P + \frac{1}{2}(\frac{\partial u^l}{\partial x^k} + \frac{\partial u^k}{\partial x^l} - \frac{2}{3}\delta_l^k \frac{\partial u^p}{\partial x^p})^2;$$

$$\theta = \frac{(\gamma+1)kT}{\gamma\rho c^2 V}, P = \frac{\nu}{\chi}$$

Это уравнение приводится к виду

$$u^k Q_k = \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial Q_k}{\partial x^k} + \sum_{k=1}^{3} Q_k^2 + \frac{1}{2}(\frac{\partial u^l}{\partial x^k} + \frac{\partial u^k}{\partial x^l} - \frac{2}{3}\delta_l^k \frac{\partial u^p}{\partial x^p})^2 / \theta;$$

$$Q_0 = \frac{\partial \ln\theta}{\partial x^0}, Q_k = \frac{\partial \ln\theta}{\partial x^k}$$

Величина $Q_k = \frac{\partial \ln\theta}{\partial x^k}$ образует трехмерный вектор, с инвариантной величиной

$$Q_k^2 = q^2 (u_k)^2 = \frac{d \ln\theta}{idS} q = q^2 const; Q_p u^p = q(u_k)^2 = qconst = \frac{d \ln\theta}{idS};$$

$$-dS^2 = ds^2 = dx^{k^2}, const = (\frac{Va}{\nu})^2$$

Причем имеем для скорости потока $Q_p = qu_p$. Скорость Q_p зависит от одной функции, от температуры, следовательно для связи с числом Рейнольдса она определяется одной функцией. Уравнение сводится к уравнению в частных производных первой степени. Оно решается методом итераций. Предполагаем что экспонента равна единице и решаем дифференциальное уравнение. Подставляем экспоненциальный множитель, и снова решаем дифференциальное уравнение.

$$[\frac{1}{2}(\frac{\partial u^l}{\partial x^k}+\frac{\partial u^k}{\partial x^l}-\frac{2}{3}\delta_l^k\frac{\partial u^p}{\partial x^p})^2+(q-1)qconst\exp\{\int_0^S[i\operatorname{Re}q-\operatorname{Im}(q\sin(\operatorname{Im}qS))]dS\}=$$

$$=q(\sum_{p=1}^{3}\frac{\partial u_p}{\partial x^p})+\sum_{p=1}^{3}u_p\frac{\partial q}{\partial x^p}$$

Уравнение для изменения концентрации см. [2]

$$\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial x^0}+u^k\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial x^k}=\frac{D}{\nu}[\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial^2 \mathrm{H}}{\partial x_k^2}+k_T\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial^2\theta}{\partial x_k^2}/\theta]$$

Оно приводится к стационарному виду

$$u_kC_k=pu_k^2=$$

$$=\frac{D}{\nu}\{\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial C_k}{\partial x_k}+\sum_{k=1}^{3}C_k^2+k_T[\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial Q_k}{\partial x_k}+\sum_{k=1}^{3}Q_k^2]/\mathrm{H}\theta\};$$

$$C_0=\frac{\partial\ln \mathrm{H}}{\partial x^0},C_k=\frac{\partial\ln \mathrm{H}}{\partial x_k}$$

Величина $C_k=\frac{\partial\ln \mathrm{H}}{\partial x^k}$ образует трехмерный вектор $\sum_{k=1}^{3}C_k^2=p^2(u_k)^2=\frac{d\ln \mathrm{H}}{idS}p$, причем $C_ku^k=\frac{d\ln \mathrm{H}}{idS}=pu_k^2$, $-dS^2=ds^2=dx^{k\,2}$. Причем для частиц вакуума выполняется $C_k=pu_k$, доказательство аналогично доказательству с температурой.

Согласно алгоритму комплексного решения, мнимая часть решения умножается на синус мнимой части комплексного аргумента см. [1].

$$pu_k^2=\frac{\nu}{Va}\{[\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial qu_k}{\partial x_k}-const\cdot q^2]+[\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial pu_k}{\partial x_k}-const\cdot p^2]\times$$

$$\times\exp\{\int_0^S[-i\operatorname{Re}const(q+p)+\operatorname{Im}const(q\sin(S\operatorname{Im}q)+p\sin(S\operatorname{Im}p))]dS\}\}$$

Задача сводится к двум уравнениям с двумя неизвестными в частных производных первого порядка причем первое уравнение относительно одной неизвестной, которая имеет решение с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений. Отмечу что уравнения содержат турбулентные колеблющиеся члены.

Процессы описываемые трехмерными векторами скорости и основанными на температуре и концентрации аналогичны, так как волновые функции связаны соотношением

$$\frac{d\ln\psi}{dS} = \frac{d\ln\theta}{kdS} = \frac{d\ln c}{pdS} = iu_k^2 = iconst;$$

$$\frac{\psi}{\exp\{-\operatorname{Im}[const\cdot(1-\cos S)]\}} = \exp[i\operatorname{Re}(const\cdot S)];$$

$$\frac{\theta}{\exp[-\int_0^S \operatorname{Im}(const\cdot q)\sin(\operatorname{Im}\ qS)dS]} = \exp[i\operatorname{Re}(const\cdot\int_0^S qdS)],$$

$$\frac{\mathrm{H}}{\exp[-\int_0^S \operatorname{Im}(const\cdot p)\sin(\operatorname{Im}\ pS)dS]} = \exp[i\operatorname{Re}(const\cdot\int_0^S pdS)]$$

$$const = (\frac{Va}{\nu})^2$$

Из этих соотношений определяется колеблющаяся волновая функция, температура и концентрация.

Литература

1. Якубовский Е.Г. Кинематика описания турбулентного потока с помощью комплексной скорости «Энциклопедический фонд России», 2019, 6 стр. http://www.russika.ru/userfiles/390_1557835519.pdf
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика, т.VI, М.-, «Наука», 1988г.,