Опровержение влияния бабочки на ураган в океане

Е.Г. Якубовский

e-mail yakubovski@rambler.ru

Аннотация

В действительной плоскости в случае малой флуктуации, приводящей к турбулентному режиму течения может вызвать бесконечность действительного решения. Но решение в комплексной плоскости лишено этого недостатка. Взмах крыльев бабочки не может вызвать ураган в океане. Природа подчиняется решениям в комплексной плоскости, это очевидно при описании турбулентного режима. Докажем это.

Рассмотрим систему квазилинейных уравнений второго порядка

$$\begin{gathered}\frac{\partial U_k}{\partial t} + \sum_{l,n=1}^{3} [a_{0nl}(x_1,...,x_3) + \sum_{s=1}^{3} a_{1nls}(x_1,...,x_3)U_s + ...]\frac{\partial^2 U_k}{\partial x_l \partial x_n} + \\ + \sum_{l=1}^{3} [b_{0l}(x_1,...,x_3) + \sum_{s=1}^{3} b_{1ls}(x_1,...,x_3)U_s + ...]\frac{\partial U_k}{\partial x_l} + \\ + [c_0(x_1,...,x_3) + \sum_{s=1}^{3} c_{1s}(x_1,...,x_3)U_s + ...]U_k = d_k(x_1,...,x_3), k = 1,...,3\end{gathered}.$$

Решение ищем в виде $\mathbf{U}(t,x_1,...,x_3) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{y}_n(t)\varphi_n(x_1,...,x_3)$. При этом величина $d_k(x_1,...,x_3)$, это внешнее воздействие. Для решения этого уравнения подставляем разложение функции решения в уравнение в частных производных, умножаем на величину $\varphi_s(x_1,...,x_3)$ и интегрируем по пространству. Получим дифференциальное уравнение (1). Функции $\varphi_n(x_1,...,x_3)$ выберем синусоидальными, тогда если решение непрерывная функция, то коэффициенты ряда убывают как величина $1/n^2$ см. [1]§169 и процесс редукции возможен.

Исследуем систему нелинейных автономных дифференциальных уравнений

$$\frac{dy_l}{dt} = Q_l(y_1,...,y_N), l = 1,...,N \qquad (1)$$

Исследуются комплексные и действительные решения задачи Коши этого дифференциального уравнения в случае действительных и комплексных начальных условиях, при действительном аргументе t. Начальные условия имеют вид $y_l(t_0) = y_l^0, l = 1,...,N$, где величина t_0 соответствует начальному моменту интегрирования, а величина y_l^0 в общем случае комплексная. Причем в случае действительных значениях $y_k, k = 1,...,N$, правая часть (1) может оказаться однозначной, но возможно комплексной.

Систему дифференциальных уравнений (1) можно представить при не кратных положениях равновесия путем подстановки $y_l = \sum_{k=1}^{N} g_{lk} x_k$. При этом положения равновесия системы (1) $b_l^s, l = 1,...,N; s = 1,...,S$ перейдут в положения равновесия $b_l^s = \sum_{k=1}^{N} g_{lk} a_k^s, l = 1,...,N; s = 1,...,S$. При этом определятся собственные числа и собственные векторы линеаризованной системы (1).

$$[\frac{\partial Q_k}{\partial y_m}(b_1^s,...,b_N^s) - \Lambda_\alpha^s \delta_{km}] g_{m\alpha}^s = 0$$
$$|\frac{\partial Q_k}{\partial y_m}(b_1^s,...,b_N^s) - \Lambda_\alpha^s \delta_{km}| = 0$$

.

Система уравнений (1) в новых обозначениях запишется в виде

$$g_{nm}\frac{dx_m}{dt} = [\frac{\partial Q_n}{\partial y_m} + \frac{1}{2}\sum_{k,m=1}^{N} \frac{\partial^2 Q_n(a_1^s,...,a_N^s)}{\partial y_k \partial y_m}(y_k - b_k^s) + ...](y_m - b_m^s).$$

Эту систему нелинейных уравнений можно представить в виде

$$\frac{dx_n}{dt} = \Lambda_n^s(x_n - a_n^s) + \frac{1}{2}\sum_{q,k,m=1}^{N} g_{nq}^{-1}\frac{\partial^2 Q_q(b_1^s,...,b_N^s)}{\partial y_k \partial y_m}(y_k - b_k^s)(y_m - b_m^s) + ... =$$

$$= \Lambda_n^s(x_n - a_n^s) + \sum_{q,k,m=1}^{N} g_{nq}^{-1}\frac{\partial^2 Q_n(\sum_{p=1}^{N} g_{1p}a_p^s,...,\sum_{p=1}^{N} g_{Np}a_p^s)}{2\partial x_k \partial x_m}\times \quad . \quad (2)$$

$$\times(x_k - a_k^s)(x_m - a_m^s) + ... = F_n(x_1,...,x_N)$$

Систему уравнений (2) можно записать в виде

$$\frac{dx_l}{dt} = \exp[G_l(x_1,...,x_N)]\prod_{s=1}^{S}(x_l - a_l^s), \qquad (3)$$

где введен множитель $\exp[G_l(x_1,...,x_N)]$, который равен $\exp[G_l(x_1,...,x_N)] = F_l(x_1,...,x_N)/\prod_{s=1}^{S}(x_l - a_l^s)$. Величины a_l^s удовлетворяют условию $F_k(a_1^s,...,a_N^s) = 0, k = 1,...,N; s = 1,...,S$, где величина S конечна. Покажем, что множитель $\exp[G_l(x_1,...,x_N)]$ в ноль не обращается в координатах положения равновесия.

При условии $x_l \to a_l^\alpha, l = 1,...,N$ имеем конечный предел

$$\exp[G_l(a_1^\alpha,...,a_N^\alpha)] =$$

$$= \frac{\partial F_l(a_1^\alpha,...,a_N^\alpha)}{\partial x_l}/[(a_l^\alpha - a_l^1)...(a_l^\alpha - a_l^{\alpha-1})(a_l^\alpha - a_l^{\alpha+1})...(a_l^\alpha - a_l^S)] =$$

$$= \Lambda_l^\alpha/[(a_l^\alpha - a_l^1)...(a_l^\alpha - a_l^{\alpha-1})(a_l^\alpha - a_l^{\alpha+1})...(a_l^\alpha - a_l^S)]$$

Где произвели сокращение множителя $x_l - a_l^\alpha$, числитель дроби в ноль не обращается, так как рассматриваются не совпадающие корни, являющиеся координатами положения равновесия. Показали, что этот множитель в ноль не обращается для всех уравнений одновременно.

При этом дифференциальное уравнение можно записать в виде

$$\frac{dx_l}{dh_l(t,t_0)} = \prod_{s=1}^{S}(x_l - a_l^s)$$

$$, \qquad (4)$$

$$\frac{dh_l(t,t_0)}{dt} = \exp\{G_l[x_1(h_l),...,x_N(h_l)]$$

Т.е. свести к интегрируемой системе относительно почти монотонной функции $h_l = h_l(t,t_0)$.

Лемма 1. Необходимым и достаточным условием стремления неизвестной функции к устойчивым координатам положения равновесия является условие $h_l(t,t_0) \to \infty$, причем $t \to \infty$ при не кратных координатах положения равновесия.

Имеем соотношения

$$\exp[G_l(x_1,...,x_N)] \to \exp[G_l(a_1^s,...,a_N^s)] =$$
$$= \Lambda_l^s / [(a_l^\alpha - a_l^1)...(a_l^\alpha - a_l^{\alpha-1})(a_l^\alpha - a_l^{\alpha+1})...(a_l^\alpha - a_l^S)];$$

при условии $t \to \infty$ и значит $h_l(t,t_0) \to \infty, l = 1,...,N$, как интеграл от константы. Справедлива и обратная лемма, при условии $h_l(t,t_0) \to \infty, l = 1,...,N$, реализуется одно из устойчивых положений равновесия. Это следует из вида решения, при условии $h_l(t,t_0) \to \infty, l = 1,...,N$ имеется отрицательная действительная часть у числа λ_l^s в формуле (4) согласно лемме 3, и решение стремится к координате положения равновесия a_l^s в формуле (4). При этом величина времени стремится к бесконечности.

Лемма 2. Решением дифференциального уравнения (1) является функция $x_l(t)$, удовлетворяющая формуле (4).

Для получения (4) разделим уравнение (3) на произведение множителей $x_l - a_l^s$ и умножим (4) на величину $dh_l(t,t_0)$. Раскладываем полученную дробь на сумму простых дробей и их интегрируем. Потенцируя полученное выражение, получим (4)

$$\prod_{s=1}^{S} (x_l - a_l^s)^{\lambda_l^s} \exp(2\pi i \lambda_l^s \Delta n_l^s) / \prod_{s=1}^{S} (x_l^0 - a_l^s)^{\lambda_l^s} = \exp[h_l(t,t_0)];$$
$$\lambda_l^s = 1/[(a_l^s - a_l^1)...(a_l^s - a_l^{s-1})(a_l^s - a_l^{s+1})...(a_l^s - a_l^S)] \quad , (4)$$

где все значения координат положения равновесия не кратные.

При решении в действительной плоскости существует формула

$$\int_{x_0}^{x} \frac{dx}{x} = \ln\left|\frac{x}{x_0}\right|. \qquad (*)$$

Можно доказать, что при интегрировании выражения получится интеграл

$$\int_{x_0}^{x} \frac{(2x+q)dx}{(x-\alpha-i\beta)(x-\alpha+i\beta)} = \int_{x_0}^{x} \frac{(2x+q)dx}{(x-\alpha)^2+\beta^2} =$$

$$= \{\ln[(x-\alpha)^2+\beta^2] + \frac{q+2\alpha}{\beta}[\arctan\frac{x-\alpha}{\beta} + \pi n]\}|_{x_0}^{x}.$$

И значит, вычисление интеграла по модулю формула (*), является не правильным, а для получения арктангенса нужно использовать формулу (**). В комплексной плоскости формула другая

$$\int_{x_0}^{x} \frac{dx}{x} = \ln|x| + i\arg x + 2i\pi n - \ln|x_0| - i\arg x_0 - 2i\pi n_0 = \ln x / x_0 + 2\pi i(n-n_0)\,.(**)$$

Причем $n \neq n_0$ в случае, если между начальным моментом и текущим состоянием произошло изменение состояния, например, излучение энергии или получение энергии. При излучении энергии энергия состояния, зависящая от квантового числа n_0, начинает зависеть от квантового числа n. Причем может произойти излучение энергии между начальным моментом и текущим моментом, что выражается в изменении квантового числа n_l^s, что вызывает скачок координаты. Каждой ветви решения соответствует свое целое число. На координаты положения равновесия, определяющие стационарное решение, экспоненциальный множитель не оказывает влияние.

Переход с одного значения целого числа на другое связан с изменением фазы аргумента $\arg(x_l - a_l^s) - \arg(x_l^0 - a_l^s) = \pm 2\pi$, при изменении времени $h_l(t, t_0)$.

Для определения зависимости решения от времени, необходимо определить изменение величины $h_l(t, t_0)$ из нелинейного уравнения Вольтера

$$\sum_{s=1}^{S} \lambda_l^s \ln(x_l - a_l^s)/(x_l^0 - a_l^s) = h_l(t,t_0) = \int_{t_0}^{t} \exp[G_l(\tau,t_0)]d\tau =$$
$$= \int_{t_0}^{t} \frac{F_l[x_1(\tau),...,x_N(\tau)]}{\prod_{s=1}^{S}[x_l(\tau) - a_l^s]} d\tau \quad .$$

Величина $\exp[G_l(t,t_0)]$ может равняться нулю, тогда возможны колебания величины $h_l(t,t_0)$.

Лемма 3. Сумма коэффициентов λ_l^s по индексу s равна нулю, т.е. $\sum_{s=1}^{S} \lambda_l^s = 0$.

Для доказательства этого тождества рассмотрим полином $S-1$ степени относительно y

$$P(y) = \sum_{s=1}^{S} \frac{(y-a_l^1)...(y-a_l^{s-1})(y-a_l^{s+1})...(y-a_l^S)}{(a_l^s - a_l^1)...(a_l^s - a_l^{s-1})(a_l^s - a_l^{s+1})...(a_l^s - a_l^S)},$$

В точках положения равновесия $y = a_l^s, s = 1,...,S$ полином удовлетворяет $P(a_l^s) = 1$. В силу единственности полинома степени $S-1$, проходящего через S точек, получаем $P(y) = 1$, так как это значение удовлетворяет точкам аппроксимации. Распишем формулу для полинома, равного единице, разделив его на произведение $(y-a_l^1)...(y-a_l^S)$, получим

$$\sum_{s=1}^{S} \frac{1}{(a_l^s - a_l^1)...(a_l^s - a_l^{s-1})(a_l^s - a_l^{s+1})...(a_l^s - a_l^S)(a_l^s - y)} + \\ + \frac{1}{(y-a_l^1)...(y-a_l^{s-1})(y-a_l^s)(y-a_l^{s+1})...(y-a_l^S)} = 0 \quad ,$$

полагая, $y = a_l^{S+1}$ получим тождество $\sum_{s=1}^{S+1} \lambda_l^s = 0$, в случае, если имеется $S+1$ положение равновесия.

В случае если разлагается дробь

$$P(y) = \frac{Q_{S-1}(y)}{(y-a_l^1)...(y-a_l^{s-1})(y-a_l^{s+1})...(y-a_l^S)}.$$

Где $Q_{S-1}(y)$ полином степени $S-1$. Значение коэффициентов изменится, но свойство $\sum_{s=1}^{S} \lambda_l^s = 0$ останется, $\lambda_l^s = \frac{Q_{s-1}(a_l^s)}{(a_l^s - a_l^1)...(a_l^s - a_l^{s-1})(a_l^s - a_l^{s+1})...(a_l^s - a_l^S)}$.

Докажем это. Для чего рассмотрим сумму

$$P(y) = \sum_{s=1}^{S} \frac{Q_{S-1}(a_l^s)(y - a_l^1)...(y - a_l^{s-1})(y - a_l^{s+1})...(y - a_l^S)}{(a_l^s - a_l^1)...(a_l^s - a_l^{s-1})(a_l^s - a_l^{s+1})...(a_l^s - a_l^S)}.$$

Эта сумма равна $P(y) = Q_{S-1}(y)$. Распишем формулу для полинома, равного $Q_{S-1}(y)$, разделив его на произведение $(y - a_l^1)...(y - a_l^S)$, получим

$$\begin{aligned}&\sum_{s=1}^{S} \frac{Q_{S-1}(a_l^s)}{(a_l^s - a_l^1)...(a_l^s - a_l^{s-1})(a_l^s - a_l^{s+1})...(a_l^s - a_l^S)(a_l^s - y)} + \\ &+ \frac{Q_{S-1}(y)}{(y - a_l^1)...(y - a_l^{s-1})(y - a_l^s)(y - a_l^{s+1})...(y - a_l^S)} = 0\end{aligned}.$$

полагая, $y = a_l^{S+1}$ получим тождество $\sum_{s=1}^{S+1} \lambda_l^s = 0$, в случае, если имеется $S+1$ положение равновесия.

Но чтобы реализовать решение, надо знать положения равновесия этой системы нелинейных уравнений.

Теорема 1. Рассматривается задача Коши при произвольных действительных начальных условиях для системы нормальных нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (1). Случай вырожденного решения задачи Коши – положения равновесия, не рассматривается. В случае если у системы (1) имеются комплексно-сопряженные положения равновесия с действительной частью, то при конечном аргументе t действительное решение задачи Коши системы (1) при действительных начальных условиях стремится к бесконечности. Потом это решение переходит в комплексное решение, стремясь к положению равновесия, в случае, если комплексные координаты положения равновесия имеют действительную часть. При этом правую часть (1) считаем регулярной функцией, действительной при действительных аргументах. Она имеет конечное число не кратных положений равновесия.

Доказательство.

Если решать систему (2) при не кратных положениях равновесия, то получим согласно с леммой 2

$$\begin{aligned}&\{-2\lambda_{iml}^{s}\arctan[(x_l-a_l^s)/b_l^s]+\lambda_{rel}^{s}\ln[(x_l-a_l^s)^2+(b_l^s)^2]\}|_{t_0}^{t}+\\&+\sum_{k}\lambda_l^k\ln(x_l-c_l^k)|_{t_0}^{t}=h_l(t,t_0),\end{aligned}\quad,\ (3)$$

где $a_l^s+ib_l^s$ выделенное комплексное положение равновесия, c_l^s остальные положения равновесия. Коэффициенты λ_l^s удовлетворяют $\sum_s \lambda_l^s=0$ в соответствии с леммой 3. При этом в сумме $\sum_{s=1}^{S}\lambda_l^s$ величина действительной части λ_{rel}^s в случае комплексного значения λ_l^s участвует дважды и в силу того, что все числа λ_l^s удовлетворяют условию $\sum_s \lambda_l^s=0$, имеем формулу $2\lambda_{rel}^s+\sum_k \lambda_l^k=0$.

Обоснуем формулу (3). Для этого два комплексно сопряженных члена решения преобразуем (для упрощения записи индекс l опускаем)

$$\frac{\lambda_{re}^s+i\lambda_{im}^s}{x-a^s-ib^s}+\frac{\lambda_{re}^s-i\lambda_{im}^s}{x-a^s+ib^s}=\frac{2(x-a^s)\lambda_{re}^s-2b^s\lambda_{im}^s}{(x-a^s)^2+(b^s)^2},\qquad(4)$$

где $\lambda^s=\lambda_{re}^s+i\lambda_{im}^s$. После интегрирования (4) по аргументу x, получим формулу (3)

$$\lambda_{re}^s\ln[(x-a^s)^2+(b^s)^2]-2\lambda_{im}^s\arctan\frac{x-a^s}{b^s}.$$

Решение равняется

$$x_l(t)=a_l^s+b_l^s\tan D_l(t),$$

где

$$D_l(t)=\{\sum_k \lambda_l^k \ln(x_l-c_l^k)|_{t_0}^t+\lambda_{rel}^s \ln[(x_l-a_l^s)^2+(b_l^s)^2]\}|_{t_0}^t-$$
$$-h_l(t,t_0)\}/2\lambda_{iml}^s=\{\sum_k \lambda_l^k+2\lambda_{rel}^s+\sum_k \lambda_l^k \ln(1-c_l^k/x_l)+$$
$$+\lambda_{rel}^s \ln[(1-a_l^s/x_l)^2+(b_l^s)^2/x_l^2]-\sum_k \lambda_l^k \ln(x_l^0-c_l^k)- \quad .$$
$$-\lambda_{rel}^s \ln[(x_l^0-a_l^s)^2+(b_l^s)^2]-h_l(t,t_0)\}/2\lambda_{iml}^s, \sum_k \lambda_l^k+2\lambda_{rel}^s=0$$

При этом величина $\sum_k (\lambda_l^k c_l^k+2\lambda_{rel}^s a_l^s)$ действительная в силу существования комплексно-сопряженных положений равновесия. Т.е. имеем равенство при условии $|x_l|\to\infty$

$$x_l(t)=a_l^s+b_l^s \tan D_l(t)=$$
$$=a_l^s+b_l^s \tan\{[\sum_k \lambda_l^k \ln(1-c_l^k/x_l)+$$
$$+\lambda_{rel}^s \ln[(1-a_l^s/x_l)^2+(b_l^s)^2/x_l^2]+$$
$$-\sum_k \lambda_l^k \ln(x_l^0-c_l^k)-\lambda_{rel}^s \ln[(x_l^0-a_l^s)^2+(b_l^s)^2]-h_l(t,t_0)]/2\lambda_{iml}^s\}= \tag{5}$$
$$=a_l^s+b_l^s \tan\{[-(\sum_k \lambda_l^k c_l^k+2\lambda_{rel}^s a_l^s)/x_l+0(1/x_l^2)]+$$
$$-\sum_k \lambda_l^k \ln(x_l^0-c_l^k)-\lambda_{rel}^s \ln[(x_l^0-a_l^s)^2+(b_l^s)^2]-h_l(t,t_0)]/2\lambda_{iml}^s\}$$

Это уравнение имеет решение, стремящееся к бесконечности при условии

$$\{\sum_k \lambda_l^k \ln(x_l^0-c_l^k)+\lambda_{rel}^s \ln[(x_l^0-a_l^s)^2+(b_l^s)^2]+h_l(t,t_0)\}/2\lambda_{iml}^s\to$$
$$\to\pi/2+\frac{Q_l}{x_l}+A_l\Delta t \tag{6}$$

Подставляя формулу (6) в формулу (5), получим

$$x_l(t)=a_l^s-$$
$$-\frac{2\lambda_{iml}^s b_l^s}{\sum_n \lambda_l^n \ln(1-c_l^n/x_l)+\lambda_{rel}^s \ln[(1-a_l^s/x_l)^2+(b_l^s)^2/x_l^2]+Q_l/x_l+A_l\Delta t}.$$

При этом это уравнение имеет решение $|x_l|\to\infty$, так как сводится к значению

$$\frac{\sum_n \lambda_l^n c_l^n+2\lambda_{rel}^s a_l^s+Q_l}{x_l}+A_l\Delta t+S_l^2(\frac{1}{x_l})^2+...=\frac{2\lambda_{iml}^s b_l^s}{x_l-a_l^s}.$$

Это уравнение определяет бесконечное решение, которое меняет знак бесконечности справа от координаты бесконечности.

При этом решение дифференциального уравнения при росте $H_l(t,t_0)$ согласно лемме 2, может иметь комплексные корни

$$\sum_k \lambda_l^k \ln(x_l - a_l^k)|_{t_0}^t = h_l(t,t_0) \ .$$

При этом, так как справедливо $\sum_k \lambda_l^k = 0$ согласно лемме 3, и положения равновесия имеют действительную часть, имеются числа с отрицательной действительной частью λ_l^k, значит, имеется сходимость к одному из положений равновесия. Действительное решение будет стремиться к бесконечности, причем нарушатся условия существования и единственности задачи Коши. При этом при бесконечности $h_l(t,t_0)$ согласно лемме 1 неизвестная функция будет стремиться к одному из положений равновесия. Это положение равновесия не может быть действительным, так как действительное решение бесконечно. Значит, решение будет иметь точку ветвления, и стремиться к комплексному положению равновесия. Значит, при комплексных положениях равновесия получается конечное комплексное решение при изменении $h_l(t,t_0)$. Т.е. в некоторой точке начнется комплексное решение.

Конец доказательства.

Приведем пример, описывающий это свойство дифференциального уравнения, переход к комплексному решению. Так для дифференциального уравнения может возникнуть комплексное решение, вместо бесконечного действительного решения

$$\frac{dx}{dt} = 1 + x^2 .$$

Причем положения равновесия чисто мнимые $x = \pm i$, и значит, решение может не стремиться к положению равновесия. Причем действительное решение этого дифференциального уравнения быстро стремится к бесконечности $x = \tan[t - t_0 + \arctan(x_0)]$.

Используя неявную схему решения, получим следующее уравнение

$$x = x_0 + (1 + x^2)\Delta t + 0(\Delta t)^2 .$$

Разрешая относительно неизвестной функции x, получим неявную схему

$$x = \frac{1 - \sqrt{1 - 4[x_0 + \Delta t + 0(\Delta t)^2]\Delta t}}{2\Delta t} .$$

Эта неявная схема с постоянным шагом правильно описывает стремление решения к бесконечности. Когда бесконечность достигнута, при условии $x_0 > 1/(4\Delta t) - \Delta t - 0(\Delta t)^2$ определится конечное комплексное решение. Численный счет этого уравнения подтвердил правильность проведенного анализа решения. Для этого необходимо разбить квадратный корень на действительную и мнимую часть и численно считать это уравнение. Вначале идет действительное решение, которое непрерывным образом переходит в комплексное решение. Действительная часть уменьшается, и остается вращение вокруг положения равновесия.

Решение с комплексными начальными данными определится формулой $x = \tan[t - t_0 + \arctan(x_0 + i\delta)]$ при любом t. Т.е. приближенно имеем

$$x(t) = -i\frac{\exp\{i[t - t_0 + \arctan(x_0 + i\delta)] - \exp\{-i[t - t_0 + \arctan(x_0 + i\delta)]\}}{\exp\{i[t - t_0 + \arctan(x_0 + i\delta)]\} + \exp\{-i[t - t_0 + \arctan(x_0 + i\delta)]\}} =$$

$$= -i\frac{\exp\{i[t - t_0 + \arctan(x_0)] - \alpha\} - \exp\{-i[t - t_0 + \arctan(x_0)] + \alpha\}}{\exp\{i[t - t_0 + \arctan(x_0)] - \alpha\} + \exp\{-i[t - t_0 + \arctan(x_0)] + \alpha\}} =$$

$$= -i\frac{\cos[t - t_0 + \arctan(x_0)] - \sinh\alpha + i\sin[t - t_0 + \arctan(x_0)]\cosh\alpha}{\cos[t - t_0 + \arctan(x_0)]\cosh\alpha + i\sin[t - t_0 + \arctan(x_0)]\sinh\alpha} =$$

$$= -i\frac{-1 + i\tan[t - t_0 + \arctan(x_0)]\coth\alpha}{1 + i\tan[t - t_0 + \arctan(x_0)]\tanh\alpha} .$$

$$= i - 2i\exp\{2i[t - t_0 + \arctan(x_0 + i\delta)]\} + i\exp\{4i[t - t_0 + \arctan(x_0 + i\delta)]\} + ... =$$

$$= i - 2i\exp[2i(t - t_0 + \alpha) - 2\beta] + i\exp[4i(t - t_0 + \alpha) - 4\beta] + ...$$

$$\arctan(x_0 + i\delta) = \alpha + i\beta$$

При этом знаменатель этой дроби в ноль не обращается, так как модуль знаменателя не равен нулю. В случае обращения $\tan[t - t_0 + \arctan(x_0)]$ в бесконечность, значение дроби, конечно, так как имеется такой же бесконечный член в числителе, а величина α не равна нулю.

Т.е. конечного решения задачи в действительной плоскости не существует. А в комплексной плоскости имеется конечное непрерывное решение. Это относится к решениям дифференциальных уравнения с первой производной по времени, т.е. к решению уравнения Навье-Стокса. Решение уравнений с производной второй степени по времени более сложное, но тоже удовлетворяет этому свойству.

Выводы.

Нелинейные уравнения в частных производных имеют бесконечное действительное решение в турбулентном режиме. Малая флуктуация может вызвать турбулентный режим и бесконечное действительное решение. Но комплексное решение нелинейных уравнений в частных производных конечное. В комплексном режиме решения эффекта влияния бабочки на события в макромире нет.

Список литературы

1. Смирнов В.И. Курс высшей математики т.2, М.: Наука. 1974, 655стр.