По поводу логарифмического профиля скорости в турбулентном режиме

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Дана оценка формулы логарифмического профиля турбулентного режима в зависимости от расстояния от стенки. На первых этапах развития описания турбулентного потока эта формула имела смысл. Но с появлением комплексного решения и его пересчета в действительную плоскость формула логарифмического профиля перестала быть необходимой. Она плохо поддается единому описанию турбулентного и ламинарного режима, хотя бы потому, что не описывает поток на поверхности трубопровода. Существует универсальное значение средней скорости потока, но колеблющийся член, равный нулю при усреднении, надо учитывать. При вычислении коэффициента сопротивления турбулентного потока используется модуль комплексной скорости.

Ламинарный режим течения описывается параболическим профилем течения по формуле см. [1]

$$R = (R_{cr} - \sqrt{R_{cr}^2 - T/8})(1 - r^2/a^2) = \frac{T}{16R_{cr}}(1 - r^2/a^2) \qquad (1)$$

Турбулентный профиль течения в комплексной форме определяется по формуле

$$R = (R_{cr} - i\sqrt{T/8 - R_{cr}^2}\beta)(1 - r^2/a^2); T = \frac{(p_2 - p_1)d^3 R_{cr}}{\rho \nu^2 L} \qquad (2)$$

Где величина β описывает степень шероховатости стенок трубопровода см. [1]. Формулы двух режимов должны переходить одна в другую непрерывным образом, как и графики коэффициента сопротивления, измеренные Никурадзе. Для этого необходимо, чтобы опорные функции $1 - r^2/a^2$ для турбулентного и ламинарного режима были одинаковые, тогда и коэффициенты перед опорными функциями будут непрерывные. Так как опорную функцию ламинарного решения можно определить аналитически, значит ее и надо использовать в турбулентном режиме. Если же решения задается в виде ряда, то его коэффициенты в ламинарном и турбулентном режиме надо считать по одинаковому алгоритму. Получается, что использование логарифмического профиля в турбулентном режиме невозможно.

В действительной форме турбулентный профиль скорости имеет вид

$$\operatorname{Re} R = R_{cr}(1-r^2/a^2) + \sqrt{T/4-2R_{cr}^2}\beta(1-r^2/a^2)\sin[\sqrt{T/8-R_{cr}^2}\beta(1-r^2/a^2)tv/a^2 + \varphi] \quad (3)$$

Имеется формула для логарифмического профиля скорости турбулентного потока жидкости $u = u_* f(R); R = yu_*/v$. Но при подстановке значения скорости со звездочкой, эта формула описывает единую формулу для числа Рейнольдса турбулентного потока $\frac{uy_0}{v} = f(\frac{y}{y_0}) = A\ln(\frac{y}{y_0}); u_* = v/y_0$. Это была интуитивная гениальная догадка Прандтля о существовании универсальной средней скорости турбулентного потока. Но число Рейнольдса в этой формуле определено неправильно, характерный размер не учтен. Правильная формула $\operatorname{Re} = \frac{ua}{v} = \frac{a}{y_0} f(\frac{y}{y_0}) = A\frac{a}{y_0}\ln(\frac{y}{y_0})$. Причем эта формула справедлива для разности двух значений скорости, на разном расстоянии до поверхности трубопровода, но при использовании разного коэффициента пропорциональности. Абсолютное значение универсальной средней скорости турбулентного потока описывает формула $\operatorname{Re} R = R_{cr}(1-r^2/a^2)$.

Формула логарифмического профиля скорости не основана на решении уравнения Навье-Стокса, не содержит дополнительного колеблющегося члена, не содержит переход от ламинарного течения к турбулентному см. [1] и является не правильной. Когда не существовало комплексного описания турбулентного потока, эта формула имела какой-то смысл аппроксимации турбулентного потока на отдельных участках с разными коэффициентами на разных участках. Но с развитием комплексного описания турбулентного потока и следующим шагом, описания физического смысла мнимой части потребность в эмпирических формулах отпала. Существуют разновидности этой формулы $\frac{1}{\sqrt{c_f}} = 1.74 - 2\lg(\frac{k_s}{R} + \frac{1}{\mathrm{Re}\, c_f})$, где используется отношение высоты шероховатости к радиусу трубопровода, число Рейнольдса потока и коэффициент сопротивления. Но и они плохо описывают графики Никурадзе зависимости коэффициента сопротивления от степени шероховатости и числа Рейнольдса потока, определяя почти постоянное значение коэффициента сопротивления, без учета переходной области между ламинарным и турбулентным потоком. График этой функции с этими коэффициентами правильно описывает коэффициент сопротивления на бесконечности давления или числа Рейнольдса, но не более того. Предлагаемая формула описывает степень шероховатости и правильное значение коэффициента сопротивления c_f на интервале от конечного числа Рейнольдса до бесконечности числа Рейнольдса см. [1].

Идея универсальности средней скорости в турбулентном режиме правильная, при усреднении формулы (3) получается универсальная формула средней скорости при турбулентном режиме $\mathrm{Re}\, R = R_{cr}(1 - r^2 / a^2)$. Но формула (3) содержит дополнительный член, описывающий колебание скорости в турбулентном потоке. При подсчете коэффициента сопротивления, его величина описывается модулем скорости и квадрат значения члена, изменяющегося по синусу надо учитывать. Действительно разность двух значений скорости потока на разных расстояниях от поверхности трубопровода можно описать логарифмическим профилем, но эта разность соответствует параболической формуле.

Решение уравнения Шредингера, соответствующее универсальной функции, описывающей скорость турбулентного режима равно

$$\psi = \exp[iR_{cr}\int_0^r (1 - r^2/a^2)dr/a]/r = \exp[iR_{cr}(r/a - r^3/3a^3)']/r = \exp[i(\xi R_{cr}^{2/3} - \xi^3/3)]R_{cr}^{1/3}/a\xi;$$

$$r = a\xi/R_{cr}^{1/3}; \int_0^\infty \psi\xi d\xi = R_{cr}^{1/3}\Phi(R_{cr}^{2/3})/a; \Phi = \int_0^\infty \exp[i(\xi R_{cr}^{2/3} + \xi^3/3)d\xi$$

Нормированная волновая функция соответствующая турбулентному режиму равна $\varphi(\xi) = \dfrac{\exp[i(\xi R_{cr}^{2/3} - \xi^3/3)]}{\xi\Phi(R_{cr}^{2/3})}$. Причем функций Эйри Ф соответствует напряженности постоянного поля, действующего на частицу, создавая линейный потенциал см. [2] §24. Данная волновая функция связана с координатой напряженности постоянного единого электромагнитного, звукового или гравитационного поля. Имеем соотношение для произвольной координаты, которая определяет собственную энергию турбулентного процесса $E = R_{cr}^{2/3}F[(\dfrac{\hbar^2}{2\pi F})^{1/3} - r]\delta(r - r_0)$, что соответствует огромной отрицательной энергии в континууме точек.

В гидродинамике существовали формулы, которые описывали частные случаи турбулентного потока, причем они являются частным случаем комплексного решения. Частный случай модуля комплексной скорости при одной степени шероховатости является формулы, выведенная Колмогоровым А.Н. $V_\lambda = (\varepsilon\lambda)^{1/3}$ см. вывод из комплексного решения этой формулы в [3].

Логарифмический профиль приближенно описывает среднее от разности двух турбулентных скоростей и экстраполируется на использование вычисления среднего от турбулентной скорости с разными константами. Получена точная формула среднего значения универсального турбулентного профиля, справедливая для круглого трубопровода. Причем эта формула обобщается на среднее значение для произвольного тела или трубопровода.

Для демонстрации свойств турбулентного режима приведен график описания ламинарной и турбулентной, средней скорости для турбулентного процесса при одинаковом давлении. Этот график соответствует свойствам средней скорости турбулентного режима.

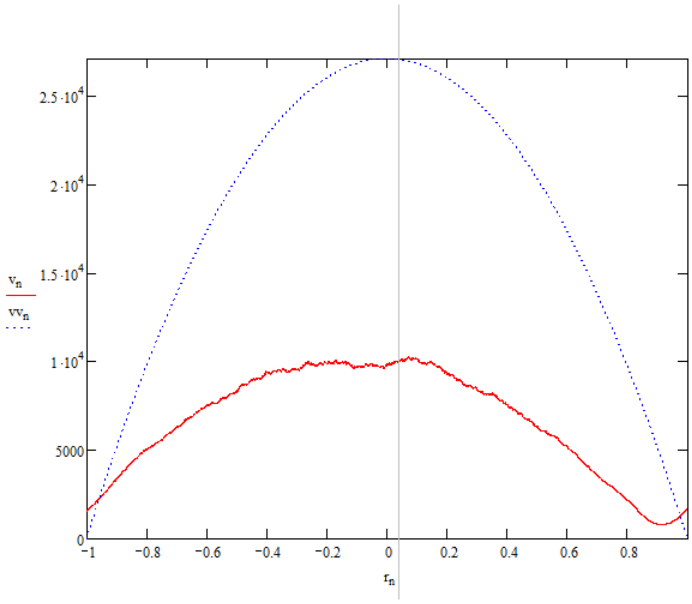

Рис.1 Красным обозначена скорость турбулентного потока, синим цветом ламинарного при одинаковом внешнем давлении.

График скорости потока в зависимости от радиуса получен при усреднении действительного числа Рейнольдса в турбулентном режиме. При большом числе Рейнольдса, когда мнимая часть велика профиль турбулентной скорости более пологий при одинаковом давлении. Но это не реалистичная картина, при каждом значении давления получается либо ламинарный, либо турбулентный режим, вместе они не совместимы. Просто подставлено значение давления, удовлетворяющего условиям турбулентного режима, в формулу для ламинарного режима, линейного по давлению и в формулу для турбулентного режима. Ошибка в правой части графика турбулентного режима связана с неточностью программы вычисления на алгоритмическом языке Mathcad средней скорости потока. График должен получиться симметричным.

Построим график двух универсальных средних решений – параболического и логарифмического. Как видно из графика профиль скорости потока отличается. Моделируются две функции – параболическая $\operatorname{Re} R = R_{cr}(1 - r^2 / a^2)$ и логарифмическая

$\mathrm{Re}\,R = [2.5\ln\frac{a-r}{0.01a} + 5.1]100; \frac{a}{y_0} = 100; r \in [0,0.99]a$. Причем если у параболической функции все параметры известные, то у логарифмической функции параметры неизвестные, их надо подбирать из эксперимента, т.е. это не универсальная функция.

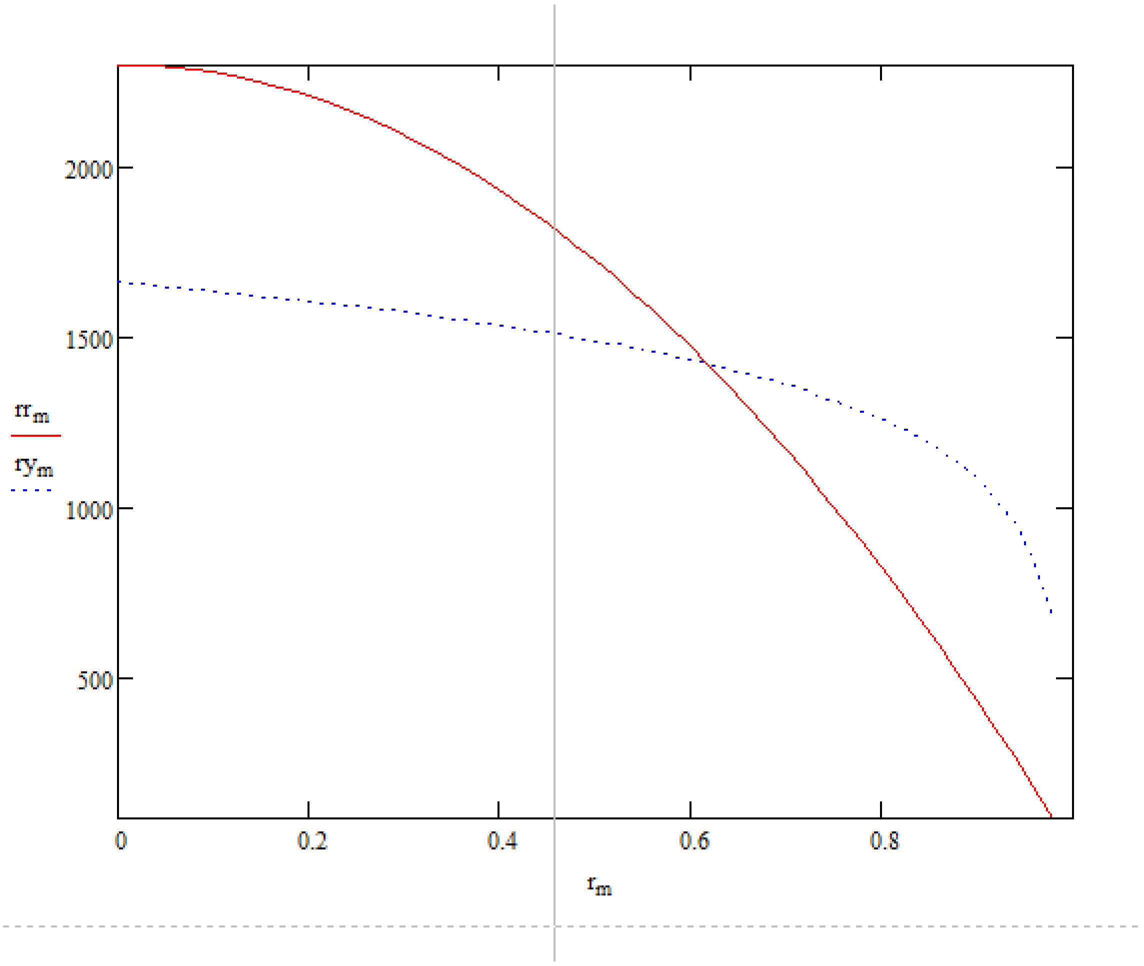

Рис. 2 График средней скорости течения параболического – красного профиля и синего -логарифмического

Литература

1. *Якубовский Е.*Г. Исследование решения уравнения Навье – Стокса II. «Энциклопедический фонд России», 2018, 64 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1552952837.pdf
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. т.III, Наука, М.,1989,768с.
3. *Якубовский Е.*Г. Диссипация энергии турбулентным потоком
«
Э