Общая теория гравитационного и электромагнитного поля

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Введение

Общая теория относительности построена для макротел, являющихся совокупностью частиц вакуума, и они вращаются с мнимой скоростью и поступательно движутся с действительной скоростью см. [2]. Определим квадрат комплексной координаты материальных частиц, из которых состоит вакуум, двигающихся с поступательной скоростью $V_{s\alpha}, s = 1,...,3, \alpha$ номер частицы. При этом частицы вакуума будут вращаться с переменной мнимой скоростью $iw_{s\alpha}(t, x_1,..,x_3)$. По поводу определения и использования комплексной скорости частиц вакуума см. [2]. Мнимая часть комплексной скорости соответствует хаотическим колебаниям или вращениям частицы. Считаем, что скорости частиц вакуума равномерно распределены в малом объеме, причем скорость вращения равна $w_{s\alpha} = w_{s\alpha}(t, x_1,...,x_3)$. Кроме того, имеется скорость поступательного движения $V_{s\beta} = V_{s\beta}(t)$, поступательное движение малого объема прямолинейно и зависит только от времени

$$ds^2 = \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} (idw_{s\alpha} + dV_{s\beta})^2 t_q^2 / (4N^2) =$$

$$= \sum_{\alpha,\beta=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} (i\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} dx^k + i\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t} dt + \frac{dV_{s\beta}}{dt} dt)^2 t_q^2 / (4N^2) =$$

$$= -\sum_{\alpha=-N}^{N} \sum_{s=1}^{3} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k} \frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^l} t_q^2 / (2N) dx^k dx^l +$$

$$+\sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}[2\frac{\partial iw_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{dV_{s\beta}}{dt}-2\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t}]dx^k dt\cdot t_q^2/(4N^2)+$$

$$+\sum_{\alpha,\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}[(\frac{dV_{s\beta}}{dt})^2+2\frac{\partial iw_{s\alpha}}{\partial t}\frac{dV_{s\beta}}{dt}-(\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t})^2]dt^2 t_q^2/(4N^2)= \quad (0.1)$$

$$=-\sum_{k,l=1}^{3}h_{kl}dx^k dx^k+\sum_{k=1}^{3}h_{k0}dx^k cdt+h_{00}c^2dt^2$$

Квадрат величины скорости равен удвоенной кинетической энергии частиц вакуума, деленной на массу покоя

$$2c^2\sum_{\beta=-N}^{N}(\frac{1}{\sqrt{1-V_\beta^2/c^2}}-1)/2N=2c^2\sum_{\beta=-N}^{N}(u_0-1)/2N=\sum_{\beta=-N}^{N}V_{rel\beta}^2/2N=$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}V_{rel}^2\exp(-V_{rel}^2/2c^2)dV_{rel}/(c\sqrt{2\pi})=c^2 \quad ,$$

$$V_{rel\beta}^2=2c^2(u_0-1)\in[0,\infty];u_0=\sqrt{1+V_{rel\beta}^2/2c^2};\frac{V_\beta}{c}=\sqrt{1-\frac{1}{(1+\frac{V_{rel\beta}^2}{2c^2})^2}}$$

константа $t_q=\frac{\hbar^2}{m_e e^2 c}=\frac{\hbar^3}{137 m_e e^4}$ это постоянная квантовой механики. Т.е. получаем формулу инвариантного интервала общей теории относительности в системе координат.

При этом из соотношения для квадрата комплексной скорости, получен метрический тензор ОТО и СТО.

$$g_{kl}=\sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^l}t_q^2/(2N)$$

$$g_{k0}=-\sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}\frac{\partial w_{s\alpha}}{c\partial t}t_q^2/(2N) \quad , \quad (0.2)$$

при этом коэффициент при временной компоненте метрического тензора равен

$$g_{00}=\sum_{\beta=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}(\frac{dV_{s\beta}}{cdt})^2 t_q^2/(2N)-\sum_{\alpha=-N}^{N}\sum_{s=1}^{3}(\frac{\partial w_{s\alpha}}{c\partial t})^2 t_q^2/(2N). \quad (0.3)$$

При этом воспользовались соотношением $\sum_{\alpha=-N}^{N}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial x^k}=0, \sum_{\alpha=-N}^{N}\frac{\partial w_{s\alpha}}{\partial t}=0$.

При этом имеем, используя вместо кинетической энергии системы полную энергию

$$g_{xx} = (\frac{i\Delta w_x}{\Delta x})^2 t_q^2 = \frac{(i\Delta w_x)^2 + 2U/m}{c^2} = -(1 + \frac{2\gamma M}{c^2}) = ,$$

$$= -(1 + r_g / r), r_g = 2\gamma M / c^2$$

$$g_{00} = \sum_{s=1}^{3} (\frac{\Delta V_s}{c\Delta t})^2 t_q^2 = \int_0^\infty [\frac{(\Delta V)^2 + 2U/m}{c^2}]\exp[-m_\gamma (\Delta V)^2 /(2m_\gamma c^2)]d\Delta V =$$

$$= 1 - 2\gamma M /(rc^2) = 1 - r_g / r$$

Где M , масса частицы создающей гравитационное поле.

Скорость $w_{s\alpha}$ стационарна, т.е. от времени не зависит.

Получается, что метрический тензор изменяется под действием внешнего воздействия. Т.е. электромагнитное, сильное и слабое взаимодействие должно оказывать влияние на метрический тензор. Причем потенциал электромагнитного взаимодействия должен оказывать непосредственное воздействие на метрический тензор. Но этого в существующей модели влияния электромагнитного поля не происходит. Существующая способ влияния на метрический тензор связан с использованием тензора энергии-импульса электромагнитного поля. Но это поправка второго порядка малости. Электромагнитное поле оказывает влияние на метрический тензор в первом порядке, так же как и гравитационное поле. Гравитационное и электромагнитное поле воздействуют на скорости частиц вакуума одинаковым образом. Значит, воздействие гравитационного поля и электромагнитного поля на метрический тензор ОТО в первом порядке малости должно быть пропорционально линейной комбинации массы и заряда. Построим теорию, удовлетворяющую этому свойству.

Электромагнитное поле при больших энергиях

1. Введение множителя в уравнение общей теории относительности, позволяющего описывать электромагнитное поле

Основные попытки обобщения уравнений Максвелла связаны с развитием методов вычисления собственной энергии электрона. Т.е. с необходимостью такого обобщения, чтобы формула для энергии электрона не стремилась к бесконечности, при радиусе, относительно центра электрона, стремящемся к нулю. Причем при больших расстояниях от излучателя, оно должна приводить к уравнениям классической электродинамики.

Существует распространенная ошибка, что классическое электромагнитное поле не применяется при условии (1.1). На самом деле это граница, когда начинается квантовое описание частицы.

$$\hbar\omega_H = \frac{\hbar eH}{m_e c} = \frac{137e^3 H}{m_e c^2} < 2m_e c^2 . \qquad (1.1)$$

Существуют границы нелинейного электромагнитного описания тел. Они получаются из формулы (1.14) $|\frac{(ie + m\sqrt{\gamma})A_\alpha}{mc^2}| < 1$. Применяя эту формулу нелинейного эффекта к квантовому состоянию электрона, получим порядок величины формулы (1.1) $|\frac{(ie + m\sqrt{\gamma})r_e H}{mc^2}| = \frac{e^3 H}{m_e^2 c^4} < 1, r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$.

Условие нелинейности электромагнитного поля эквивалентно

$$\frac{eA}{m_e c^2} = \frac{E_{e.m.}}{m_e c^2} >> 1, E_{e.m.} = eA \qquad (1.2)$$

Характерная энергия электромагнитного поля при удержании плазмы с помощью электромагнитного поля равна $20 - 100keV$, при величине энергии электрона $0.5MeV$.

Получается, что малый параметр ОТО при удержании плазмы равен $\frac{E_{e.m.}}{m_e c^2} = 0.04 \div 0.2$. Для удержания плазмы значение этого коэффициента имеет значение $0.04 \div 0.2$, т.е. классическая электродинамика выполняется с точностью $4 \div 20\%$.

Уравнение общей теории относительности имеет вид (см.[1])

$$R_i^k = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(T_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k T), \qquad (1.3)$$

где R_i^k получен из тензора Риччи, обозначаемого R_{ik} – свернутого тензора кривизны пространства, T_i^k тензор энергии-импульса единицы объема тела, величина γ это гравитационная постоянная, c скорость света.

Но уравнение общей теории относительности не содержит зарядов частиц, и, следовательно, не описывают электромагнитные взаимодействия. Необходим множитель в правой части уравнения общей теории относительности, позволяющий ввести в уравнение электромагнитные заряды и стремящийся к единице, при нулевом заряде или при большой массе.

Гравитационную массу покоя представим, как $\sqrt{\gamma}m$ и введем дополнительный множитель в правую часть уравнения ОТО

$$(1+\frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}})(1+\frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}}) = (1+\frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}}+\frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}}-\frac{q_1q_2}{m_1m_2\gamma}), \qquad (1.4)$$

учитывающий электромагнитный заряд частиц разного знака

$$R_i^k = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(1+\frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}})(1+\frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}})(T_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k T). \qquad (1.5)$$

При величине массы, удовлетворяющей условию $m \to \infty$, получим стандартное детерминированное уравнение общей теории относительности. Причем гравитационный радиус

$$r_g = 2\gamma m_2 / c^2 - 2q_1q_2/(m_1c^2) + 2iq_1m_2\sqrt{\gamma}/m_1c^2 + 2iq_2\sqrt{\gamma}/c^2 \qquad (1.6)$$

для малых частиц имеет размер, соответствующий размерам квантовой механики. При этом, если имеем взаимодействие частицы и античастицы, то гравитационный радиус равен $r_g = 2\gamma m / c^2 + 2e^2/(mc^2)$. В случае взаимодействия двух электронов гравитационный радиус комплексный и равен

$$r_g = 2\gamma m / c^2 - 2e^2/(mc^2) + 4ie\sqrt{\gamma}/c^2 = 2(\frac{\sqrt{\gamma m}}{c} - i\frac{e}{c\sqrt{m}})^2 = 2(\frac{\gamma m}{c^2}+\frac{e^2}{mc^2})\exp(i\varphi).$$

При этом физический смысл имеет модуль гравитационного радиуса. Для описания микромира необходимо при использовании метрического тензора, чтобы он имел характерный размер, соответствующий размерам элементарных частиц. Процесс излучения электромагнитной энергии связан с имеющим малые размеры электроном.

Но возникает проблема описания электромагнитного поля, спин фотона которого равен 1, а спин гравитационного поля равен 2. Но введение мнимого потенциала снимает эту проблему. В случае электромагнитного взаимодействия частицы – античастицы образуется электромагнитное поле со спином 2. При повороте системы на π надо добавить комплексное сопряжение, так как такой поворот соответствует зарядовому сопряжению диполя. Значит, мнимая величина заряда умножается на минус единицу и получается эквивалентное состояние, значит, спин электромагнитного поля для частицы и античастицы равен двум, так как поворот на π приводит к эквивалентному состоянию. В случае если заряды действительны для получения эквивалентного состояния надо поворачивать систему на 2π, и тогда спин электромагнитного поля равен единице. Значит, электромагнитное поле при взаимодействии частицы и античастицы описывается уравнение ОТО. При этом гравитационный радиус считается по формуле $r_g = \frac{2\gamma m}{c^2} + \frac{2e^2}{mc^2}$, т.е. получаем одинаковую структуру электромагнитного и гравитационного поля. При взаимодействии произвольных частиц изменяется структура гравитационного радиуса см. формулу (1.6), так как спин гравитационного и электромагнитного поля разный.

Но существует использующие уравнение ОТО описание электромагнитного поля. При этом электромагнитное поле описывается с помощью гравитационного метрического тензора, который подставляется в уравнения Максвелла. После чего используется тензор энергии-импульса электромагнитного поля, второго порядка малости, вводится в правую часть уравнения ОТО. Этого не достаточно для описания электромагнитного поля. Метрический тензор ОТО зависит от электромагнитного поля в первом порядке малости. При этом достаточно использовать ОТО для описания электромагнитного и гравитационного поля без обращения к уравнениям Максвелла. При этом в правую часть уравнение ОТО надо вводить тензор энергии-импульса электромагнитного поля.

Построим, метрический тензор общей теории относительности по функции Лагранжа в случае электромагнитного и гравитационного поля при постоянной скорости движения гравитирующего тела. Причем возможно комплексная скорость тела, где мнимая часть соответствует вращению тела. Тогда при стационарных значениях метрического тензора, его можно построить таким образом, чтобы он удовлетворял уравнениям ОТО. Для этого его главная часть должна удовлетворять решению Шварцшильда. При этом меняется идеология уравнения ОТО. Если уравнения ОТО определяют гравитационное поле и движение среды, то в данном случае рассматривается только значение 10 компонент метрического тензора g_{ik}, при 10 независимых уравнений ОТО. Причем при построении метрического тензора в виде решения Шварцшильда произвол в выборе распределения системы координат исчерпан.

При этом независимым образом определяется движение макротел, описываемых с помощью равенства нулю ковариантной производной от четырехмерной скорости частиц. При этом для слабого электромагнитного поля для макро частиц определится сила Лоренца, а при сильном электромагнитном поле надо использовать его описание с помощью модифицированной ОТО.

Функция Лагранжа частицы в электромагнитном и гравитационном поле при малых поправках к тензору метрики Галилея, равна

$$L = -mc^2\sqrt{1 - V^2/c^2} - q_1(A_i V^i / c + A_0) - mU, \qquad (1.7)$$

где четырехмерная скорость при малой скорости движения тела равна $V^i / c = (1, V^\alpha / c), \alpha = 1,...,3; i = 0,...,3$. Вводя вместо заряда e комплексный заряд $iq_1 + m\sqrt{\gamma}$, где гравитационный потенциал U входит в потенциал A_0.

Имеем соотношение

$$S = -mc\int ds = \int\ Ldt\,, \tag{1.8}$$

Величина A_i определена с точность до градиента функции $\mathbf{A} = \mathbf{A}' + \nabla\alpha, \varphi = \varphi' - \frac{1}{c}\frac{\partial\alpha}{\partial t}$ при калибровке Лоренца. Но при подстановке в (1.8) получаем соотношение

$$S = \int Ldt - e\int d\alpha / c = \int Ldt - e\alpha / c\,. \tag{1.9}$$

Получаем, что величина α включается в действие частицы, т.е. величина четырехмерного потенциала определяется однозначно за вычетом градиента функции при малых энергиях, когда уравнение ОТО сводятся к волновым уравнениям. Т.е. надо определить векторный и скалярный потенциал. Вектор $\mathbf{A}$ содержит $\nabla\alpha$, а скаляр φ содержит $-\frac{1}{c}\frac{\partial\alpha}{\partial t}$, причем скаляр α удовлетворяет волновому уравнению в силу условия калибровки Лоренца.

Т.е. скаляр равен функции, удовлетворяющей волновому уравнению

$$\begin{aligned}\alpha(x_0,..,x_3) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(ikx_0)[a_{nm}H_{n+1/2}^{(1)}(kr) + b_{nm}H_{n+1/2}^{(2)}(kr)]\times \\ \times Y_{nm}(\theta,\varphi) / \sqrt{kr}dk\end{aligned} \tag{1.10}$$

вне тела и внутри тела равен

$$\alpha(x_0,..,x_3) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} a_{nm}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(ikx_0)J_{n+1/2}(kr\sqrt{\varepsilon})Y_{nm}(\theta,\varphi)/\sqrt{kr}dk\,.$$

Известный вектор $\mathbf{A}$, определенный по однозначному значению метрического тензора, можно представить в виде соленоидальной и градиентной составляющей. Взяв операцию, дивергенция от этого вектора, выделим градиентную составляющую, получим равенство, справедливое внутри тела

$$\begin{aligned}\nabla\mathbf{A} = \Delta\alpha(x_0,..,x_3) = \\ = \Delta\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} a_{nm}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(ikx_0 - k^2/\sigma^2)J_{n+1/2}(kr\sqrt{\varepsilon})Y_{nm}(\theta,\varphi)/\sqrt{kr}dk = \\ = -\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} a_{nm}\int_{-\infty}^{\infty} k^2\exp(ikx_0 - k^2/\sigma^2)J_{n+1/2}(kr\sqrt{\varepsilon})Y_{nm}(\theta,\varphi)/\sqrt{kr}dk, \sigma >> 1\end{aligned} \tag{1.11}$$

При этом произведена регуляризация этого интеграла. Откуда можно определить коэффициенты a_{nm}, и значит определить градиентную составляющую вектора. Значит, можно выделить соленоидальную часть векторного потенциала, для которой и справедливо уравнение ОТО.

Причем справедлива формула

$$ds = [\sqrt{1 - V^2 / c^2} + (iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})\sum_{\alpha=0}^{3} A_\alpha V^\alpha / (m_1 c^3)]cdt. \quad (1.12)$$

Мнимый электрический заряд является естественным обобщением формулы (1.4), так как его использование в сочетании с формулой (1.4), приводит к волновому уравнению с мнимым зарядом в правой части, которое следует из уравнения общей теории относительности.

Введение мнимого заряда позволяет единым образом описать отталкивание зарядов одного знака и притяжение гравитационных масс. Кроме того, заряды и массы подчиняются одинаковым волновым уравнениям. Значение элементарного заряда e гораздо больше массы элементарных частиц $m\sqrt{\gamma}$, и, поэтому, элементарные частицы излучают только электромагнитную энергию, а излученная гравитационная энергия пренебрежимо мала. Поэтому считается, что в волновом уравнении временной член для уравнения относительно гравитационного поля равен нулю.

При этом метрический тензор в микромире при сильном электромагнитном поле является изрезанным, что придает новый физический смысл геометрической структуре микромира. Геометрический смысл имеет метрический тензор, построенный с помощью этой формулы.

При этом метрический интервал равен

$$ds^2 = \{[\sqrt{1-V^2/c^2} + \frac{Q_\alpha V^\alpha \sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1 c^3 \sqrt{1-V^2/c^2}}] \times$$

$$\times [\sqrt{1-V^2/c^2} + \frac{Q_\beta V^\beta \sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1 c^3 \sqrt{1-V^2/c^2}}]\} c^2 dt^2 = \qquad .(1.13)$$

$$= [1 - \frac{V^2}{c^2} + \frac{Q_\alpha V^\alpha \sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1 c^3}][1 - \frac{V^2}{c^2} + \frac{Q_\beta V^\beta \sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1 c^3}] \frac{c^2 dt^2}{1-V^2/c^2}$$

Контравариантные компоненты метрического интервала равны

$$ds^2 = \{[\sqrt{1-V^2/c^2} - \frac{Q^\alpha V_\alpha \sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1 c^3 \sqrt{1-V^2/c^2}}] \times$$

$$\times [\sqrt{1-V^2/c^2} - \frac{Q^\beta V_\beta \sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1 c^3 \sqrt{1-V^2/c^2}}]\} c^2 dt^2 = \qquad .(1.13)$$

$$= [1 - \frac{V^2}{c^2} - \frac{Q^\alpha V_\alpha \sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1 c^3}][1 - \frac{V^2}{c^2} - \frac{Q^\beta V_\beta \sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1 c^3}] \frac{c^2 dt^2}{1-V^2/c^2}$$

Величина Q_α определяется по формуле $Q_\alpha = (iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})A_\alpha = \dfrac{(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})V_\alpha}{[R - \frac{(\mathbf{R},\mathbf{V})}{c}]c}$, причем имеем

$Q_0 = (iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})A_0 = -\dfrac{(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})}{R - \frac{(\mathbf{R},\mathbf{V})}{c}}$, где в последней формуле

используется гравитационный и электрический потенциал, причем $A_k = (\varphi, -\mathbf{A}), k = 0,...,3$.

Откуда получаем для значения метрического тензора

$$g_{00} = 1 + \frac{2Q_0\sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1 c^2} + \frac{Q_0^2(2 - V^2/c^2)}{m_1^2 c^4} \cong 1 + \frac{2\sqrt{\gamma}\varphi}{c^2} = 1 - \frac{r_g}{r}$$

$$g_{\alpha 0} = -g_{0\alpha} = \frac{2Q_\alpha\sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1 c^2} + \frac{Q_0}{m_1 c^2}\frac{Q_\alpha}{m_1 c^2} \qquad (1.14)$$

$$g_{\alpha\beta} = -g_{\beta\alpha} = \frac{Q_\alpha}{m_1 c^2}\frac{Q_\beta}{m_1 c^2}, \alpha \neq \beta$$

$$g_{\alpha\alpha} = -1 - \frac{2\sum_{\gamma=0}^{3} Q_\gamma V^\gamma}{m_1 c^3 \sqrt{1 - V^2/c^2}} + \frac{Q_\alpha}{m_1 c^2}\frac{Q_\alpha}{m_1 c^2} \sim \quad (1.15)$$

$$\sim -1 - \frac{2\sqrt{\gamma}\varphi}{c^2} = -1 + \frac{r_g}{r}$$

Контравариантные компоненты метрического тензора равны

$$g^{00} = 1 - \frac{2Q^0\sqrt{1 - V^2/c^2}}{m_1 c^2} + \frac{(Q^0)^2(2 - V^2/c^2)}{m_1^2 c^4} \cong 1 + \frac{2\sqrt{\gamma}\varphi}{c^2} = 1 - \frac{r_g}{r}$$

$$g^{\alpha 0} = -g^{0\alpha} = -\frac{2Q^\alpha\sqrt{1 - V^2/c^2}}{m_1 c^2} + \frac{Q^0}{m_1 c^2}\frac{Q^\alpha}{m_1 c^2}$$

$$g^{\alpha\beta} = \frac{Q^\alpha}{m_1 c^2}\frac{Q^\beta}{m_1 c^2}, \alpha \neq \beta$$

$$g^{\alpha\alpha} = -1 + \frac{2\sum_{\gamma=0}^{3} Q^\gamma V_\gamma}{m_1 c^3 \sqrt{1 - V^2/c^2}} + \frac{Q^\alpha}{2m_1 c^2}\frac{Q^\alpha}{m_1 c^2}$$

При этом для неподвижного тела $V = 0$ получаем решение

$$ds^2 = (1 - \frac{r_g}{r})c^2 dt^2 - (1 - \frac{r_g}{r})(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (1.16)$$

Значение метрического тензора $g_{xx} = g_{yy} = g_{zz}$ имеет погрешность V^3/c^3, и поэтому получилось не правильная асимптотика.

Решение Шварцшильда при нулевой скорости тела определяется по формуле см. [1] , задача 4 к §100

$$ds^2 = \frac{(1 - r_g/4r)^2}{(1 + r_g/4r)^2}c^2 dt^2 - (1 + r_g/4r)^4(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (1.17)$$

При этом совпадает первое приближение этих формул. Для получения точного решения для двигающегося тела необходимо подставить в формулу (1.17) вместо статического решения, полное выражение, содержащее, члены, зависящие от скорости создающего поле тела. Это позволяет уточнить решение

$$ds^2 = \frac{(1-\delta)^2}{(1+\delta)^2}c^2dt^2 - (1+\lambda)^4(dx^2+dy^2+dz^2);$$

$$\delta = [-\frac{2Q_0\sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1c^2} + (\frac{Q_0}{m_1c^2})^2]/4 \cong -\frac{\sqrt{\gamma}\varphi}{2c^2} = \frac{r_g}{4r}; A_0 = \varphi$$

$$\lambda = -[\frac{2\sum_{\gamma=1}^{3} Q_\gamma V^\gamma}{m_1c^3\sqrt{1-V^2/c^2}} - \frac{Q_\alpha}{m_1c^2}\frac{Q_\alpha}{m_1c^2} + \frac{2Q_0}{m_1c^2\sqrt{1-V^2/c^2}}]/4 = \frac{r_g}{4r}.$$

$$g_{0\alpha} = \frac{Q_\alpha\sqrt{1-V^2/c^2}}{m_1c^2} + \frac{Q_0}{m_1c^2}\frac{Q_\alpha}{m_1c^2}$$

В случае симметричного метрического тензора он является диагональным и равен

$$g_{00+} = g^{00-} = [\frac{1-\frac{Q_0\sqrt{1-V^2/c^2}}{2m_1c^2}}{1+\frac{Q_0\sqrt{1-V^2/c^2}}{2m_1c^2}}]^2 \sim 1-\frac{r_g}{r};$$

$$g_{\alpha\alpha+} = g^{\alpha\alpha-} = -\{\frac{1+\sum_{\gamma=1}^{3} Q_\gamma V^\gamma/[4m_1c^3\sqrt{1-V^2/c^2}]}{1-\sum_{\gamma=1}^{3} Q_\gamma V^\gamma/[4m_1c^3\sqrt{1-V^2/c^2}]}\}^2 \sim -1-\frac{r_g}{r}.$$

$$Q_\gamma = \frac{(ie+m\sqrt{G})A_\gamma}{mc^2}$$

Антисимметричная часть метрического тензора имеет вид

$$g^{ik} = \begin{Vmatrix} 0 & p_1 & p_2 & p_3 \\ -p_1 & 0 & -a_3 & a_2 \\ -p_2 & a_3 & 0 & -a_1 \\ -p_3 & -a_2 & a_1 & 0 \end{Vmatrix}.$$

При этом имеем соответствие

$$g^{ik} = (\mathbf{p},\mathbf{a}), g_{ik} = (-\mathbf{p},\mathbf{a}); \mathbf{p} = g^{\alpha 0} = -g^{0\alpha}, \mathbf{a} = g^{\alpha\beta} = -g^{\beta\alpha}, \alpha \neq \beta = 1,...,3$$

Значение метрического тензора равно

$$g^{\alpha 0} = -g^{0\alpha} = -\frac{2Q_\alpha\sqrt{1-V^2/c^2}}{mc^2}$$

$$g^{\alpha\beta} = -g^{\beta\alpha} = \frac{Q_\alpha}{mc^2}\frac{Q_\beta}{mc^2}, \alpha \neq \beta$$

.

Разлагая метрический тензор общего вида на симметричную действительную и антисимметричную мнимую часть по отдельности преобразуем эти части.

Таким образом получаем значение комплексного метрического тензора, преобразующегося по закону $g_{ik} = g^{*ik}$, но при этом обратное значение действительной м мнимой части преобразуется независимо.

При скорости тела, создающего поле, равной нулю, получаем точные формулы для 10 компонент метрического тензора ОТО. При наличии постоянной скорости движения тела, значения метрического тензора, вычисленные по этим формулам должны удовлетворять уравнениям ОТО. При этом функции

$$A_l = -A^l = A_l(t, x^1, x^2, x^3) = \frac{(ie + m\sqrt{\gamma})V_l}{[R - \frac{(\mathbf{R},\mathbf{V})}{c}]c}, l = 1,...,3;$$

$$A_0 = A^0 = \varphi(t, x^1, x^2, x^3) = -\frac{ie + m\sqrt{\gamma}}{R - \frac{(\mathbf{R},\mathbf{V})}{c}}$$

.

откуда $T_{00} = \mu_o c^2 u_0 u_0$. Тогда имеем из уравнения общей теории относительности (1.1)

$$R_{00} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(1 + \frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}})(1 + \frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}})(T_{00} - T/2)$$

$$R_{0\alpha} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(1 + \frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}})(1 + \frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}})T_{0\alpha} \quad , \qquad (1.19)$$

$$R_{\alpha\beta} = \frac{8\pi\gamma}{c^4}(1 + \frac{iq_1}{m_1\sqrt{\gamma}})(1 + \frac{iq_2}{m_2\sqrt{\gamma}})(T_{\alpha\beta} - g_{\alpha\beta}T/2) \qquad (1.20)$$

При этом использовано $g_{00}T = g_{00}\mu_o c^2 u_i u^i = g_{00}\mu_o c^2, T_{00} = \mu_o c^2 (u_0)^2$. Подставляя значение тензора энергии импульса, получим

$$R_{00} = 8\pi(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})[(u_0)^2 - g_{00}^{(0)}/2]\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)/(m_1 c^2)$$
$$R_{\alpha 0} = 8\pi(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})u_\alpha \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)/(m_1 c^2) \quad . (1.21)$$
$$R_{\alpha\beta} = 8\pi(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})(u_\alpha u_\beta - g_{\alpha\beta}^{(0)}/2)\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)/(m_1 c^2)$$

При малой поправки к тензору Галилея, имеем следующее уравнение по определению этой поправки и так как выполняется

$$R_{ik} = \frac{1}{2}[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}]h_{ik}, \quad (1.22)$$

где h_{ik} малая поправка к тензору метрического пространства Галилея, получим $R_{00} = (\Delta B_0 - 1/c^2 \partial^2 B_0/\partial t^2)/2$. Имеем уравнение для тензора $R_{\alpha 0} = 2(\Delta B_\alpha - 1/c^2 \partial^2 B_\alpha/\partial t^2)/2$, $R_{\alpha\beta} = 2(\Delta M_{\alpha\beta} - 1/c^2 \partial^2 M_{\alpha\beta}/\partial t^2)/2$. Двойка появилась, так как имеется две компоненты $(g_{\beta\alpha} + g_{\alpha\beta})dx^\alpha dx^\beta$ в метрическом интервале ds^2. Для чисто пространственного индекса в правую часть волнового уравнения войдут члены с производной от метрического тензора, которые являются величинами второго порядка малости.

Т.е. имеем волновые уравнения

$$[\Delta M_{\alpha\beta} - \frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial x^{0^2}}] = 8\pi\frac{(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})}{m_1 c^2}(u_\alpha u_\beta - g_{\alpha\beta}^{(0)}/2)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$
$$[\Delta B_\alpha - \frac{\partial^2 B_\alpha}{\partial x^{0^2}}] = 8\pi\frac{(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})}{m_1 c^2}u_\alpha u_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) =$$
$$= 8\pi(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})/(m_1 c^2)u_\alpha[1 - O(V^2/c^2)]\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \quad .(1.23)$$
$$[\Delta B_0 - \frac{\partial^2 B_0}{\partial x^{0^2}}] = 16\pi\frac{(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})}{m_1 c^2}[(u_0)^2 - 1/2]\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) =$$
$$= 8\pi\frac{(iq_1 + m_1\sqrt{\gamma})(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})}{m_1 c^2}[1 - O(V^2/c^2)]\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

Где дельта функция берется в собственной системе координат. Второе и третье уравнение эквивалентны уравнениям Максвелла при малых скоростях движения зарядов.

Второе и третье уравнение запишется в виде

$$\Delta A_\alpha - \frac{\partial^2 A_\alpha}{\partial x^{0^2}} = 4\pi(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})u_\alpha u_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) =$$

$$[\Delta A_0 - \frac{\partial^2 A_0}{\partial x^{0^2}} = 8\pi(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})[(u_0)^2 - 1/2]\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) =$$

$$= 4\pi(iq_2 + m_2\sqrt{\gamma})[1 - O(V^2/c^2)]\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$$

Получим волновое уравнение с поправками второго порядка относительно безразмерной величины первого порядка $P_s = M_{s0} = \frac{Q_s}{mc^2}, P_0 = M_{00} = \frac{Q_0}{mc^2}$ и безразмерной величины второго порядка $M_{\alpha\beta}$. Запишем уравнение ОТО с точностью до третьего порядка малости

$$\begin{gathered}\Delta_a M_{sm} - \frac{\partial^2 M_{sm}}{\partial x^{0^2}} + \lambda_{sm}^{\delta\mu l} \frac{\partial M_{\delta\mu}}{\partial x^l} + \gamma_{sm}^{ikl} M_{i0} \frac{\partial M_{k0}}{\partial x^l} + \delta_{sm}^{iknl} \frac{\partial M_{i0}}{\partial x^n} \frac{\partial M_{k0}}{\partial x^l} = \\ = 4\pi(T_{sm} - g_{sm}T/2)\end{gathered} \quad . (1.24)$$

При этом при больших энергиях не будет выполняться условие $M_{\alpha\beta} = P_\alpha P_\beta$, а это будет независимая величина (уравнение выведено при малых поправках к метрическому тензору пространства Галилея).

2. **Получение из уравнения движения силу Лоренца**

При этом дополнительное уравнение движения материального тела следует из уравнений

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{lk}^i \frac{dx^l}{ds}\frac{dx^k}{ds} = 0, \quad (2.1)$$

где сила Лоренца входит в формулу для символа Кристоффеля Γ_{lk}^i в уравнении (2.1) при малой скорости движения. При этом, так как эта сила получена с помощью метрического тензора, она описывает силу Лоренца. Докажем, что в нерелятивистском случае формула (2.1) определяет силу, являющуюся электромагнитной и гравитационной. Т.е. силу, определяемую напряженностью магнитного и электрического поля, плюс сила гравитационного потенциала. Символ Кристоффеля $\Gamma_{i,kl}$ симметричен по индексам k,l

$$\Gamma_{i,kl} = \Gamma_{i,lk} = \frac{1}{2}(\frac{\partial g_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{li}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^i}). \qquad (2.2)$$

При значении метрического тензора близком к метрическому тензору пространства Галилея, получим линейную часть силы

$$-F_i / mc^2 = \Gamma_{i,0k}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds} + \Gamma_{i,k0}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds} + \Gamma_{i,00}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds}, i = 1,...,3, \qquad (2.4)$$

где для величины $\Gamma_{i,0k}, \Gamma_{i,k0}$ получим следующее выражение

$$\Gamma_{i,0k} = \Gamma_{i,0k} = \frac{1}{2}\frac{iq_1 + m_1\sqrt{\gamma}}{c^2 m_1}\frac{\partial A_i}{\partial x^k} - \frac{1}{2}\frac{iq_1 + m_1\sqrt{\gamma}}{c^2 m_1}\frac{\partial A_k}{\partial x^i}, k \neq 0, \qquad (2.5)$$

$$\Gamma_{i,00} = \frac{1}{2}(\frac{\partial g_{i0}}{\partial x^0} + \frac{\partial g_{0i}}{\partial x^0} - \frac{\partial g_{00}}{\partial x^i}), i \neq 0$$

где величина A_l является четырехмерным электродинамическим потенциалом. Получаем силу Лоренца, равную

$$\begin{aligned}
-F^n / m_1 c^2 &= (g_0^{ni} - \frac{q_1 A_n}{m_1 c_F^2}\frac{q_1 A_i}{m_1 c_F^2})[\frac{iq_1 + m_1\sqrt{\gamma}}{c^2 m_1}(\frac{\partial A_i}{\partial x^k} - \frac{\partial A_k}{\partial x^i})]\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds} + \\
&+ \frac{1}{2}(\frac{\partial g_{i0}}{\partial x^0} + \frac{\partial g_{0i}}{\partial x^0} - \frac{\partial g_{00}}{\partial x^i})\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds} = \\
&= (g_0^{ni} - \frac{q_1 A_n}{m_1 c_F^2}\frac{q_1 A_i}{m_1 c_F^2})[-\frac{q_1 - im_1\sqrt{\gamma}}{c^2 m_1}(\frac{\partial \operatorname{Im} A_i}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Im} A_k}{\partial x^i}) + \\
&+ \frac{iq_1 + m_1\sqrt{\gamma}}{c^2 m_1}(\frac{\partial \operatorname{Re} A_i}{\partial x^k} - \frac{\partial \operatorname{Re} A_k}{\partial x^i})]\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds} - \\
&(g_0^{ni} - \frac{q_1 A_n}{m_1 c_F^2}\frac{q_1 A_i}{m_1 c_F^2})\frac{iq_1 + m_1\sqrt{\gamma}}{c^2 m_1}(\frac{\partial A_i}{\partial x^0} - \frac{\partial A_0}{\partial x^i})\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds}, i = 1,...,3,
\end{aligned} \qquad (2.6)$$

Общий вид действующей силы в линейном приближении равен

$$-F^n/m_1c^2=\sum_{k=0}^{3}\ (g_0^{ni}-\frac{q_1A_n}{m_1c_F^2}\frac{q_1A_i}{m_1c_F^2})\frac{iq_1+m_1\sqrt{\gamma}}{c^2m_1}(\frac{\partial A_i}{\partial x^k}-\frac{\partial A_k}{\partial x^i})\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^k}{ds},i=0,...,3$$

т.е. никакого дополнительного члена в уравнение движения (2.1), учитывающего влияния электромагнитного поля, вводить не надо. Кроме того, описывается и гравитационная сила, входящая в потенциал A_0.

Уравнение движения с учетом поправки имеет вид

$$\frac{dmV_k}{dt}=q(\delta_{kn}+\frac{qA_k}{mc^2}\frac{qA_n}{mc^2})(E_n+\frac{e_{npq}}{c}V_pH_q)\,.$$

При этом поправка имеет 3 порядок малости по полю и первый порядок малости по скорости частиц. Если учитывать члены второго порядка малости по скорости, и второго порядка малости по энергии, то у этих членов ошибка меньше.

При рассмотрении сил, действующих на тело, очевидна необходимость использования взаимодействия пары тел, для описания системы. Ведь если величина A_i определяется зарядом $iq_1+m_1\sqrt{\gamma}$, получается, что она воздействует сама на себя.

Лагранжиан отдельной частицы определяется массой этой частицы, и для одной частицы, Лагранжиан не содержит другую частицу. Введение дополнительной частицы, определяющей метрический тензор не законная операция, метрический тензор определяется одной частицей. Надо изменить идеологию ОТО, введя взаимодействие между каждыми двумя частицами. Иначе в метрический тензор в приближении второго порядка необходимо искусственно вставлять потенциал взаимодействия с другой частицей, что справедливо только в приближении первого порядка, когда справедлив принцип суперпозиции. А что делать с приближением третьего и четвертого порядка.

Для суммирования вклада отдельных частиц, надо складывать их метрический интервал, как инвариантную величину, определяя метрический интервал парного взаимодействия.

Используя характерный радиус элементарных частиц и массивных тел, получаем уравнение $\lambda_\alpha = \frac{2e^2}{m_\alpha c^2} - \frac{2\gamma m_\alpha}{c^2}$, описывающее сумму гравитационного радиуса и электромагнитного радиуса одинаковых частиц. Знак минус в гравитационном радиусе возник из-за того, что одинаковые массы притягиваются, а заряды отталкиваются см. [1]. Имеем в общем случае два корня, равных

$$m_\alpha = -\frac{\lambda_\alpha c^2}{4\gamma} \pm \sqrt{(\frac{\lambda_\alpha c^2}{4\gamma})^2 + \frac{e^2}{\gamma}}.$$

Причем при большой величине $\frac{\lambda_\alpha c^2}{2\gamma}$, что соответствует размеру элементарных частиц, имеем два действительных корня $m_\beta = -\frac{\lambda_\alpha c^2}{2\gamma}, m_\alpha = \frac{2e^2}{\lambda_\alpha c^2}$, т.е. при величине

$$\lambda_\alpha = r_{ge} = \frac{2e^2}{m_e c^2},$$

равной радиусу электрона, получим две частицы с λ_α положительным. Отметим, что радиус частицы может быть комплексным. Получится одна частица с массой электрона, а другая массивная частица с отрицательной массой $m_\beta = -\frac{\lambda_\alpha c^2}{2\gamma} = -\frac{e^2}{m_e \gamma} = -\frac{\hbar c}{137 m_e \gamma} = -\frac{m_{Pl}^2}{137 m_e} \approx -\frac{(2.2 \cdot 10^{-5})^2}{137 \cdot 10^{-27}} = -3.53 \cdot 10^{15} g$.

Другая частица имеет размер $\lambda_\beta = \frac{2e^2}{m_\beta c^2} = -\frac{2\gamma m_e}{c^2} = -\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-7-27}}{9 \cdot 10^{20}} = -1.4 \cdot 10^{-54} cm$, т.е. малую поверхность рассеяния. Если подставить значение массы m_β в уравнение для радиуса $\lambda_\beta = -\frac{2\gamma m_\beta}{c^2} = \frac{2e^2}{m_e c^2}$, т.е. получим радиус первой частицы, т.е. электрона. Т.е. такая подстановка при вычислении радиуса массивной частицы не правильна.

По этим формулам каждой элементарной частице можно поставить в соответствие массивную частицу с отрицательной массой, имеющую малую поверхность рассеяния, т.е. трудно обнаруживаемую, в связи с малыми размерами и не рассеивающие электромагнитное излучение. Эти частицы являются кандидатами в частицы темной материи.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля т. II, Наука, М.,1973,564с.
2. *Якубовский Е.Г.* Физический смысл уравнений квантовой механики, электродинамики и уравнения ОТО. «Энциклопедический фонд России». 2014г., 65с., http://russika.ru/sa.php?s=890
3. *Брумберг В.А.* Релятивистская небесная механика. М.: Наука, 1972г, 382стр.