Расчет реактивного двигателя в комплексной плоскости с помощью одномерного решения уравнения Навье-Стокса

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

В данной статье предложен алгоритм с помощью присоединенной массы описать движение тела в атмосфере. Присоединенная масса - это свойство среды образовывать дополнительную массу, как я предполагаю с релятивистским знаменателем со скоростью звука вместо скорости света. Второй закон Ньютона для присоединенной массы предполагает два члена с одинаковой скоростью, один релятивистский со скоростью света, а другой присоединенная масса с релятивистским знаменателем со скоростью звука. Использование релятивистского знаменателя со скоростью звука – это новая идея, позволяющая по известным формулам с присоединенной массой, справедливой при малых скоростях тела, описать сверхзвук.

В ходе изложения я буду существенно использовать комплексные скорости, комплексную силу тяги, описание комплексной скорости см. [2], комплексная сила см. по аналогии с комплексной скоростью. Это связано с тем, что скорости в реактивных двигателях комплексные турбулентные, и описываются комплексными числами, и если Вы хотите получить правильную траекторию ракеты надо переходить в комплексную плоскость. Предложен способ расчета траектории ракеты в комплексной плоскости, так как тяга ракетного двигателя турбулентная комплексная. Полученная комплексная траектория благополучно пересчитывается в действительную, где действительная часть траектории – это среднее значение, а мнимая соответствует колебанию по синусу с амплитудой, равной мнимой части, умноженной на синус с частотой соответствующей мнимой части. При подсчете в действительной плоскости мнимую часть не учитывают, и она составляет ошибку метода. Как показал численный расчет на срезе сопла отношение мнимой части к действительной как $2^{0.5}$ к 1. При подсчете в действительной плоскости, происходит деление на мнимую единицу и используют мнимую часть как действительную. Т.е. ошибка по крайней мере 40%. Другие особенности комплексного турбулентного течения описаны в тексте сообщения. В результате по вертикальной действительной траектории определяем момент приземления, который уточняется с помощью мнимой части, умножаемой на синус, а по горизонтальной мнимой части определяем поправку попадания в цель. Алгоритм позволяет определить точку приземления ракеты по комплексной траектории.

1. Расчет двигателя в одномерном случае

Приведу расчет реактивного двигателя в одномерном случае. Но данное решение не удовлетворяет условию прилипания. Покажем, что толщина пограничного слоя, описывающая линейный рост решения относительно точки прилипания стремится к нулю. Решение в тонком пограничном слое заменим на линейное

$$V_z = \frac{\partial V_z}{\partial n}\delta \Rightarrow 1 = \frac{\partial \ln V_z(\delta)/V_z(n)}{\partial n}\delta$$

$$1 = \frac{\partial \ln V_z(\delta)/V_z(n)}{\partial n}\delta, \delta = \lim_{n\to 0}\frac{1}{\frac{\partial \ln V_z(\delta)/V_z(n)}{\partial n}} = +0, \lim_{n\to 0} V_z(n) = 0.$$

Получается, что толщина переходной зоны стремится к нулю.

Запишем уравнение Навье-Стокса в одномерном случае при постоянной плотности.

$$V\frac{dV}{dx} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\Delta V$$

Оно интегрируется и получается

$$V^2/2 + c^2 \ln\frac{S}{S_0} = \nu\frac{dV}{dx}$$

При постоянном значении давления скорость звука равна нулю, скорости равны нулю откуда определится нулевая константа интегрирования. Осуществим разделение переменных

$$2\nu \frac{dV}{V^2 - c^2 \ln\frac{S_0}{S}} = dx; c^2 = \frac{dP}{d\rho}.$$

Значение сечений или плотности определяется в начальной и конечной точке дозвукового течения. В случае сверхзвукового течения, значение сечения или плотности определяем вначале и конце сверхзвукового потока. Таким образом получаем постоянное значение скорости звука. Это как в квантовой механике рассматривается начальное и конечное состояние системы. Связь между ними реализуется через формулу

$$\frac{dm(t)}{dt} = \rho VS = \rho_0 V_0 S_0; S = S_0 V_0 / V; V_0 = \frac{\dot{m}(t)}{\rho_0 S_0}$$

Причем у дозвукового потока логарифм почти является константой, которая определяется отношением сечений

$$\frac{dV/C}{V^2/C^2 - 1} = \frac{du}{u^2 - 1} = Cdx/2\nu; C^2 = c^2 \ln S_0 / S_1; u = V/C.$$

Решением этого дифференциального уравнения является функция

$$u = \frac{1 + u_0 - (1 - u_0)\exp[-C(x - x_0)/\nu]}{1 + u_0 + (1 - u_0)\exp[-C(x - x_0)/\nu]}$$

Причем на расстоянии $x - x_0 = 100\nu / C$ реализуется скорость звука при изменении сечения $\frac{S_1}{S_0} = \frac{V_0}{C} = \frac{V_0}{c\sqrt{\ln S_0 / S_1}}$.

Уравнение неразрывности между начальными условиями и достижением скорости звука удовлетворяется. В промежуточных точках определяется сечение, для удовлетворения уравнению неразрывности $\frac{S(x)}{S_0} = \frac{u_0}{u(x)}$.

$$u = u_0 \frac{S_0}{S(x)} \frac{1 + u_0 - (1 - u_0)\exp[-C(x - x_0)/\nu]}{1 + u_0 + (1 - u_0)\exp[-C(x - x_0)/\nu]}$$

В случае постоянной плотности с увеличением скорости уменьшается сечение в дозвуковом потоке. В сверхзвуковом потоке с ростом скорости растет сечение.

Сверхзвуковая скорость имеет другое уравнение неразрывности

$$\frac{dm(t)}{dt} = \rho c_0^2 S / V = \rho_1 V_1 S_1; S = S_1 V_1 V / c_1^2; V_1 = \frac{\dot{m}(t)}{\rho_1 S_1}$$

Это уравнение в безразмерном виде запишется следующим образом

$$\frac{dV}{V^2 + c^2[\ln\frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1} + \ln\frac{S_0}{S_1\sqrt{\ln S_0/S_1}}]} = \frac{du}{u^2+1} = \int_{x_1}^{x} Cdx/2\nu; C^2 =$$

$$= c^2[\ln\frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1} + \ln\frac{S_0}{S_1\sqrt{\ln S_0/S_1}}]; u = V/C$$

$$u = \tan[C(x-x_1)/2\nu + \arctan u_1(1+i\alpha)] = \tan[\mathrm{Re}\psi + i\alpha/2], u_1 = 1$$

Тогда имеем формулу для средней и максимальной скорости потока в двигателе

$$u(x) = \frac{\tan(\mathrm{Re}\psi)[1-\tanh^2\alpha/2] + i\tanh\alpha/2(1+\tan^2\mathrm{Re}\psi)}{1+\tan^2(\mathrm{Re}\psi)\tanh^2\alpha/2} \sim \frac{\tan(\mathrm{Re}\psi)[1-\tanh^2\alpha/2]}{1+\tan^2(\mathrm{Re}\psi)\tanh^2\alpha/2} +$$

$$+\frac{i\sqrt{1+\tan^2\mathrm{Re}\psi}}{\sqrt{1+\tan^2(\mathrm{Re}\psi)\tanh^2\alpha/2}}$$

$$< u(\psi) >= \frac{1-\tanh^2\alpha/2}{1+\tanh^2\alpha/2} + \frac{2i}{\sqrt{1+\tanh^2\alpha/2}} = 1+\sqrt{2}i; \tan(\mathrm{Re}\psi) = \sqrt{\frac{1-\cos 2\mathrm{Re}\psi}{1+\cos 2\mathrm{Re}\psi}} = 1; \mathrm{Re}\psi \in [0,\pi]$$

$$u_{\max} = \frac{1}{\tanh\alpha/2}$$

Согласно формулам (2.1) и (2.2) мнимую часть скорости надо разделить $\tanh\alpha/2$ и извлечь корень из мнимой части. Тогда средняя и максимальная скорость на срезе ракеты будет равняться

$$< V > = < u(\varphi) c > \sqrt{\ln \frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1} + \ln \frac{S_0}{S_1\sqrt{\ln S_0/S_1}}} =$$

$$= \sqrt{3} c \sqrt{\ln \frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1} + \ln \frac{\rho_0 S_0 c}{\dot{m}\sqrt{\ln \rho_0 S_0 c/\dot{m}}}}$$

$$V_{\max} = c u_{\max} \sqrt{\ln \frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1} + \ln \frac{S_0}{S_1\sqrt{\ln S_0/S_1}}}; u_{\max} = \frac{1}{\tanh \alpha/2}$$

Получено точное решение уравнения Навье-Стокса для постоянного сечения S_1 и из него вычислена постоянная средняя скорость с учетом зависимости скорости звука от переменного сечения. Скорость потока в произвольном сечении равна

$$V(x) = \sqrt{3} c \frac{S(x)}{S_1} \sqrt{\ln \frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1} + \ln \frac{\rho_0 S_0 c}{\dot{m}\sqrt{\ln \rho_0 S_0 c/\dot{m}}}}$$

Максимальный размер двигателя ракеты определится из формулы, где использованы средние параметры скорости

$$\varphi_{\max} = \sqrt{3} c \sqrt{\ln \frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1} + \ln \frac{S_0}{S_1\sqrt{\ln S_0/S_1}}} \int_{x_1}^{L_{\max}} \frac{S(x)}{S_1} dx/\nu = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Двигатель может получиться коротким. Дозвуковая часть и сверхзвуковая часть должна образовывать стационарный поток, сужающийся и расширяющийся. Величина длины волны крайне мала $\lambda = \frac{\nu}{c} = \frac{0.5}{10^5} = 5 \cdot 10^{-6} см$, эта величина сравнима с длиной свободного пробега молекул газа. Т.е. предела, когда гидродинамика не справедлива, но при размере 1мм приближение сплошной среды справедливо. Т.е. необходимо $k = 10^6$ периодов, чтобы образовать двигатель размером 10см*20см*20см. Между тем поток установится при размере двигателя 1мм*2мм*2мм, т.е. $k = 10^4$ периодов. Но если двигатель с постоянным сечением не требует точности площади сечения поверхности, а плотность автоматически устанавливается по длине, то двигатель с переменным сечением требует точного задания сечения поверхности. Средняя скорость потока у двигателя с малой начальной скоростью или малым расходом больше $V_0=\frac{\dot m}{\rho_0 S_0}$. Средний расход равен $\dot m=\sqrt{3}\rho Sc\frac{S(L)}{S_1}\sqrt{\ln\frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1}+\ln\frac{c\rho_0 S_0}{\dot m\sqrt{\ln c\rho_0 S_0/\dot m}}}$, где для постоянной скорости потока для постоянного сечения, учтено уравнение неразрывности. При малой начальной скорости, уменьшенной в n+1 раз, и использования n+1 двигателей тяга возрастет $\frac{\dot m}{n+1}(n+1)=\dot m=\sqrt{3}\rho Sc\frac{S(L)}{S_1}\sqrt{\ln\frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1}+\ln\frac{(n+1)c}{V_0\sqrt{\ln c(n+1)/V_0}}}$ в $\frac{\sqrt{\ln\frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1}+\ln\frac{(n+1)c\rho_0 S_0}{\dot m\sqrt{\ln c\rho_0 S_0(n+1)/\dot m}}}}{\sqrt{\ln\frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1}+\ln\frac{c\rho_0 S_0}{\dot m\sqrt{\ln c\rho_0 S_0/\dot m}}}}$ раз. При числе двигателей, стремящихся к бесконечности получим уравнение $\frac{\dot m}{\rho Sc\frac{S(L)}{S_1}\sqrt{\ln\frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1}+\ln(n+1)}}=\sqrt{3}$; Получается, что тяга системы n+1 двигателей равна

$$F_n=\dot m<V>=3\rho Sc^2[\frac{S(L)}{S_1}]^2[\ln\frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1}+\ln\frac{(n+1)S_0}{S_1\sqrt{\ln S_0(n+1)/S_1}}](5\cdot 10^3/300),$$

$$\dot m=\sqrt{3}\rho Sc\frac{S(L)}{S_1}\sqrt{\ln\frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1}+\ln\frac{(n+1)S_0}{S_1\sqrt{\ln S_0(n+1)/S_1}}}(5\cdot 10^3/300)^{0.5}$$

Параметры камеры сгорания учитываются в коэффициенте пропорциональности у скорости потока, зависящей от температуры в камере сгорания, которая принята 5000 градусов Кельвина. При отношении тяги множества двигателей с уменьшенным расходом к тяге одного двигателя

$$F_n/F_1=[\ln\frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1}+\ln\frac{(n+1)S_0}{S_1\sqrt{\ln S_0(n+1)/S_1}}]/[\ln\frac{S(L)\sqrt{\ln S(L)/S_1}}{S_1}+\ln\frac{S_0}{S_1\sqrt{\ln S_0/S_1}}]$$

Составим таблицу коэффициентов безразмерной тяги или числу Махов тела $M_1 \sim F_1 / 3\rho Sc^2 S^2(L)/S_1^2$ в зависимости от отношения сечений и количества двигателей или начальной скорости тела $F_n / F_1 = M_n / M_1 = g[V_0 /(n+1)]$

$S(L)/S_1 = S_0 / S_1$	$M_1 \sim F_1 / 3\rho Sc^2 S^2(L)/S_1^2$	F_2 / F_1	F_3 / F_1	F_4 / F_1	F_5 / F_1
3	18.67	1.4	1.67	1.87	2.03
4	21.93	1.37	1.61	1.79	1.93
5	24.7	1.34	1.56	1.72	1.85

Необходимо сказать, что действующая на тело безразмерная сила пропорциональна Маху системы, а не ускорению см. [4] формула $F_l = \oint [-pn_l + \eta(\frac{\partial u_m}{\partial x^l} + \frac{\partial u_l}{\partial x^m})n_m]ds$.

В результате получается комплексная скорость. Я ее взял по модулю, как и площадь сечения двигателя согласно физическому смыслу комплексной скорости. Кроме того, воспользовался идеями о комплексном решении, описанном ниже по тексту, формулы (2.1), (2.2). Если рассчитывать точно тягу двигателя, то нужно воспользоваться средними значениями, вычисленными по алгоритму, приведенному ниже по тексту. Обращаю внимание, что в результате получится точный расчет на основе решения уравнения Навье-Стокса. Основной целью проекта описать некоторые свойства сверхзвукового движения тела, существование предельного числа маха при действительной силе для каждой ракеты.

2. Расчет двигателя с постоянным сечением

Приведу расчет реактивного двигателя в одномерном случае при постоянном сечении, с изменяющейся плотностью. Запишем уравнение Навье-Стокса в одномерном случае при постоянном сечении

$$V\frac{dV}{dx} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\Delta V$$

Оно интегрируется и получается

$$V^2/2 + c^2 \ln\frac{\rho}{\rho_0} = v\frac{dV}{dx}$$

При значении плотности в камере сгорания, равной плотности на срезе сопла скорости равны нулю откуда определится нулевая константа интегрирования. Осуществим разделение переменных

$$2v\frac{dV}{V^2 - c^2\ln\frac{\rho_0}{\rho}} = dx; c^2 = \frac{dP}{d\rho}.$$

Связь между ними реализуется через формулу, сечение полагаем постоянным

$$\frac{dm(t)}{dt} = \rho VS = \rho_0 V_0 S_0; \rho = \rho_0 V_0/V; V_0 = \frac{\dot{m}(t)}{\rho_0 S_0},$$

Причем у дозвукового потока логарифм почти является константой

$$\frac{dV/C}{V^2/C^2 - 1} = \frac{du}{u^2 - 1} = Cdx/2v; C^2 = c^2 \ln V/V_0; u = V/C.$$

Решением этого дифференциального уравнения является функция

$$u = \frac{1 + u_0 - (1 - u_0)\exp[-C(x - x_0)/v]}{1 + u_0 + (1 - u_0)\exp[-C(x - x_0)/v]}$$

Причем на расстоянии $x - x_0 = 100v/C$ реализуется скорость звука при изменении плотности $\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{V_0}{C} = \frac{V_0}{c\sqrt{\ln c/V_0}}$. В качестве скорости звука берем значение в граничных сечениях, при этом возникнет ошибка в фазе, но она влияет только на длину двигателя.

Уравнение неразрывности между начальными условиями и достижением скорости звука удовлетворяется. В промежуточных точках определяется плотность потока, для удовлетворения уравнению неразрывности $\frac{\rho(x)}{\rho_0} = \frac{u_0}{u(x)}$.

Но в случае постоянного сечения двигателя изменяется плотность среды, по мере увеличения скорости уменьшается плотность для дозвукового течения. Для сверхзвукового течения с ростом скорости растет плотность потока. Скорость потока с учетом изменения плотности определяется в начальной и конечной точке потока. В промежуточных сечениях плотность определяется из равенства

$$u = u_0 \frac{\rho_0}{\rho(x)} \frac{1 + u_0 - (1 - u_0)\exp[-C(x - x_0)/v]}{1 + u_0 + (1 - u_0)\exp[-C(x - x_0)/v]}$$

Сверхзвуковая скорость имеет другое уравнение неразрывности

$$\frac{dm(t)}{dt} = \rho c_0^2 S / V = \rho_1 V_1 S_1; \rho = \rho_1 V_1 V / c_1^2; V_1 = \frac{\dot{m}(t)}{\rho_1 S_1}$$

Уравнение для определения скорости выглядит следующим образом

Это уравнение в безразмерном виде запишется следующим образом

$$\frac{dV}{V^2 + c^2(\ln\frac{\rho}{\rho_1} + \ln\frac{\rho_0}{\rho_1})} = \frac{du}{u^2 + 1} = \int_{x_1}^{x} Cdx / 2v; C^2 = c^2(\ln\frac{\rho}{\rho_1} + \ln\frac{\rho_0}{\rho_1}) = c^2[\sqrt{3}\ln\sqrt{3} + \ln\frac{c}{V_0\sqrt{\ln c / V_0}}];$$

$$u = V / C$$

$$u = \tan[C(x - x_1)/2v + \arctan u_1(1 + i\alpha)] = \tan(\mathrm{Re}\psi + i\alpha/2], u_1 = 1$$

Тогда имеем формулу для средней и максимальной скорости потока в двигателе

$$u(x) = \frac{\tan(\mathrm{Re}\psi)[1 - \tanh^2\alpha/2] + i\tanh\alpha/2(1 + \tan^2\mathrm{Re}\psi)}{1 + \tan^2(\mathrm{Re}\psi)\tanh^2\alpha/2} \sim \frac{\tan(\mathrm{Re}\psi)[1 - \tanh^2\alpha/2]}{1 + \tan^2(\mathrm{Re}\psi)\tanh^2\alpha/2} + $$
$$+ \frac{i\sqrt{1 + \tan^2\mathrm{Re}\psi}}{\sqrt{1 + \tan^2(\mathrm{Re}\psi)\tanh^2\alpha/2}}$$

$$< u(\psi) >= \frac{1 - \tanh^2\alpha/2}{1 + \tanh^2\alpha/2} + \frac{i}{\sqrt{1 + \tanh^2\alpha/2}} = 1 + \sqrt{2}i; \tan(\mathrm{Re}\psi) = \sqrt{\frac{1 - \cos 2\mathrm{Re}\psi}{1 + \cos 2\mathrm{Re}\psi}} = 1; \mathrm{Re}\psi \in [0, \pi]$$

$$u_{\max} = \frac{1}{\tanh\alpha/2}$$

Согласно формулам (2.1) и (2.2) мнимую часть скорости надо разделить $\tanh\alpha/2$ и извлечь корень. Тогда средняя и максимальная скорость на срезе ракеты будет равняться при плотности равной значению в конечной точке дозвукового течения

$$< V >=< u(\varphi)c > \sqrt{\ln(\sqrt{3}\ln\sqrt{3}) + \ln\frac{c}{V_0\sqrt{\ln c / V_0}}} = \sqrt{3}c\sqrt{\ln(\sqrt{3}\ln\sqrt{3}) + \ln\frac{c}{V_0\sqrt{\ln c / V_0}}}$$

$$V_{\max} = cu_{\max}\sqrt{\ln u_{\max}\sqrt{\ln u_{\max}} + \ln\frac{c}{V_0\sqrt{\ln c / V_0}}}; u_{\max} = \frac{1}{\tanh\alpha / 2}$$

Максимальный размер двигателя ракеты определится из формулы

$$\varphi_{\max} = \sqrt{3}c\sqrt{\ln(\sqrt{3}\ln\sqrt{3}) + \ln\frac{c}{V_0\sqrt{\ln c / V_0}}}(L_{\max} - x_1)/2\nu = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Скорость потока определяется по формуле, где для постоянной скорости потока для неизменной плотности, учтено уравнение неразрывности, которое делает скорость потока переменной

$$V(x) = \sqrt{3}c\frac{\rho(x)}{\rho_1}\sqrt{\ln(\sqrt{3}\ln\sqrt{3}) + \ln\frac{c}{V_0\sqrt{\ln c / V_0}}}; \frac{\rho(L_{\max})}{\rho_1} = \sqrt{3}$$

Получается, что средняя скорость потока у двигателя с малой начальной скоростью или малым расходом больше $V_0 = \frac{\dot{m}}{\rho_0 S_0}$. Средний расход равен $\dot{m} = 3\rho Sc\sqrt{\ln(\sqrt{3}\ln\sqrt{3}) + \ln\frac{c\rho_0 S_0}{\dot{m}\sqrt{\ln c\rho_0 S_0 / \dot{m}}}}$. При малой начальной скорости, уменьшенной в n+1 раз, и использования n+1 двигателей тяга возрастет $\frac{\dot{m}}{n+1}(n+1) = \dot{m} = 3\rho Sc\sqrt{\ln(\sqrt{3}\ln\sqrt{3}) + \ln\frac{(n+1)c\rho_0 S_0}{\dot{m}\sqrt{\ln c\rho_0 S_0 (n+1)/\dot{m}}}}$ в $\frac{\sqrt{\ln(\sqrt{3}\ln\sqrt{3}) + \ln\frac{(n+1)c\rho_0 S_0}{\dot{m}\sqrt{\ln c\rho_0 S_0 (n+1)/\dot{m}}}}}{\sqrt{\ln(\sqrt{3}\ln\sqrt{3}) + \ln\frac{c\rho_0 S_0}{\dot{m}\sqrt{\ln c\rho_0 S_0 / \dot{m}}}}}$ раз. Определим неизвестный расход из уравнения $x = 3\sqrt{\ln(\sqrt{3}\ln\sqrt{3}) + \ln\frac{n+1}{x\sqrt{\ln(n+1)/x}}}; x = \frac{\dot{m}}{\rho c S};$ причем предполагаем $\rho = \sqrt{3}\rho_1 = \rho_0; S = S_0$. При условии $n = 0$ корень этого уравнения комплексный $x = 0.495 \pm 3.487i$, что означает колебание расхода с амплитудой, равной корню из мнимой части. При условии

$$n=1, x_1 = 2.181+1.085i; n=2, x_2 = 2.933+0.826i; n=3, x_3 = 3.519-0.177i;$$
$$n=4, x_4 = 3.143; n=8, x_8 = 3.347; n=12, x_{12} = 3.568$$

Но длина волны колебаний мнимой части по порядку величины равна $\lambda = \frac{\nu}{c_s} = 10^{-6} cm$ и приближение сплошной среды для этой длины волны не работает, т.е. вычисленная частота колебаний не реализуется. Необходимо использовать модуль комплексного расхода. Получается, что тяга системы n+1 двигателей равна

$$\Phi_{n+1} = \frac{F_{n+1}}{\rho S c^2} = \frac{\dot{m} < V >}{\rho S c^2} = | x_n |^2 \; 5 \cdot 10^3 / 300,$$
$$\frac{\dot{m}}{\rho S c} = | x_n | (5 \cdot 10^3 / 300)^{0.5}$$

Отношение тяги нескольких двигателей с уменьшенным расходом к тяге одного двигателя.

$$\Phi_{n+1} / \Phi_1 = [\ln(\sqrt{3} \ln \sqrt{3}) + \ln \frac{(n+1)c}{V_0 \sqrt{\ln c(n+1)/V_0}}] / [\ln(\sqrt{3} \ln \sqrt{3}) + \ln \frac{c}{V_0 \sqrt{\ln c / V_0}}] =$$
$$= | x_n |^2 \; / \; | x_0 |^2$$

Двигатель на переменной плотности потока может быть коротким. Достаточно чтобы для стационарности потока 10^4 периодов тангенса для дозвукового потока и столько же для сверхзвукового потока.

Получена комплексная скорость среды в двигателе ракеты, но какова ее величина в действительной плоскости. Физический смысл комплексной безразмерной величины, это ее комплексная безразмерная траектория в комплексном пространстве

$$\frac{dx}{dt} = \mathrm{Re} V(x) + i \, \mathrm{Im} V(x), x = x(t, x_0)$$

Когда я использовал ламинарное решение для вычисления комплексного турбулентного решения при одном члене ряда, то для получения графиков Никурадзе я использовал корень из приведенной к почти единице, мнимой части скорости. Когда я использовал ряд с переменным знаком мнимой части то не извлекал корень из мнимой части, а брал модуль. Я считаю, что эти два способа решения эквивалентные, извлечение корня необходимо, когда величина мнимой части одного знака, если мнимые части имеют разный знак, то корень извлекается автоматически при суммировании мнимых частей разного знака. Но надо мнимую часть привести к почти единице, см. [2]. В данном случае это величина $\alpha \operatorname{Im}[x(t,x_0)]$. Тогда действительная траектория $y(t,x_0)$ равна

$$y(t,x_0) = \operatorname{Re}[x(t,x_0)] + \frac{\sqrt{2\alpha \operatorname{Im}[x(t,x_0)]}}{\alpha} \sin\{\int\limits_{t_0}^{t} \operatorname{Im}[x(u,x_0)]du + \arg x_0\} \qquad (2.1)$$

Тогда средний квадрат действительной величины равен

$$< y^2(t,x_0) >= \{\operatorname{Re}[x(t,x_0)]\}^2 + \operatorname{Im}[x(t,x_0)]/\alpha \qquad (2.2)$$

Где среднее от синуса или удвоенного косинуса равно нулю. А средняя величина при одномерном движении при усреднении по $\arg x_0$ значения синуса приводит к среднему значению синуса нулевое.

$$< y(t,x_0) >=< \sqrt{\{\operatorname{Re}[x(t,x_0)]\}^2 + \operatorname{Im}[x(t,x_0)]/\alpha} >= \sqrt{\{\operatorname{Re}[x(t)]\}^2 + \operatorname{Im}[x(t)]/\alpha}$$

При этом величина квадрата мнимой части на срезе сопла в случае резонансного решения будет пропорциональна $1/\alpha^2$, как и до извлечения квадратного корня из мнимой части, но извлечется квадратный корень из множителя перед $1/\alpha$. Будут увеличены скорости перед мнимой частью внутри двигателя. Эта мнимая часть внутри двигателя величина малая, но будет увеличена. Комплексное решение получается при сверхзвуковом потоке, дозвуковой поток описывается действительной скоростью.

Подставляя в значение скорости $< V[x(t,x_0)] >= \sqrt{\{\operatorname{Re} V[x(t)]\}^2 + \operatorname{Im} V[x(t)]/\alpha}, x(t) =< y(t,x_0) >$ средние значения параметров, получим среднюю скорость на среднем расстоянии $< y(t,x_0) >$.

Тогда можно получить зависимость средней скорости $\frac{d < y(t,x_0) >}{dt}$ от средней координаты $< y(t,x_0) >$ для любой координаты внутренности двигателя.

Основные свойства комплексного решения выявлены. Но имеется еще одна особенность решения. Уравнения комплексных линий тока обратимы по времени, что не скажешь об уравнения (2.1), при обратимости синус меняет знак. Поэтому надо добиться чтобы синус в точках решения равнялся нулю. Но надо сохранить турбулентные колебания синуса. Поэтому алгоритм следующий

$$\begin{gathered} y(t,x_0) = \mathrm{Re}[x(t,x_0)] + \frac{\sqrt{2\alpha\,\mathrm{Im}[x(t_k,x_0)]}}{\alpha}\sin\{\mathrm{Im}[x(t_k,x_0)](t-t_0)+\arg x_0\} \\ \mathrm{Im}[x(t_k,x_0)](t_k-t_0)+\arg x_0 = \pi k; k = \mathrm{int}\{\mathrm{Im}[x(t,x_0)](t-t_0)/\pi+\arg x_0/\pi\} \end{gathered} \qquad (2.3)$$

В точках решения t_k синус равен нулю, при этом турбулентные колебания сохранены. Получилось непрерывное турбулентное решение с колебаниями, так как в скачке мнимой части синус равен нулю, причем в дискретных точках мнимой части оно обратимое, так как мнимая часть формулы равна нулю. Среднее действительное решение непрерывное и обратимое.

Графики Никурадзе для песочной шероховатости удалось построить. Каждый тип шероховатости требует отдельного подхода см. [2]. Теория определяет средний модуль тангенса наклона шероховатости. По ней удалось вычислить песочную шероховатость, причем формула для песочной шероховатости зависит от безразмерного давления или числа Рейнольдса. Формула эмпирическая, но иначе графики Никурадзе зависимости коэффициента сопротивления трубопровода с круглым сечением от числа Рейнольдса и степени шероховатости не получались. Получена общая формула коэффициента сопротивления для ламинарного и турбулентного режима для всех значений числа Рейнольдса. Причем при больших числах Рейнольдса, что соответствует сверхзвуку, безразмерная песочная шероховатость, совпадает со средним модулем тангенса наклона. Есть надежда что данный алгоритм распространяется на движение тела в атмосфере, но требуется расчет и проверка, в частности есть картинки течения для движения сферы см. [2], надо проверить совпадение картинок. Все это связанные задачи решения уравнения Навье-Стокса. При действительном дозвуковом ламинарном решении проблем с мнимой частью нет, действительное дозвуковое решение не содержит особенности, ламинарное решение гладкое.

Введение дополнительного члена в уравнение движения и новый способ расчета траектории

Приведено обоснование введения дополнительного члена, пропорционального плотности воздуха, но при большом числе Махов ракеты имеющего существенное значение. Вычислено максимально значение Маха ракеты при действительной реактивной силе. При комплексной реактивной силе получено условие бесконечного Маха ракеты при некоторых условиях. По поводу комплексного турбулентного решения см. [2]. Предложен новый способ расчета траектории, в комплексной плоскости с пересчетом в действительную плоскость.

Стандартные уравнения движения баллистической ракеты имеют вид

$$\frac{dx}{dt} = V\cos\theta; \frac{dy}{dt} = V\sin\theta;$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\alpha u(1+\sqrt{2}i)C - F_{сопр.}}{m(t)} - g\frac{R^2}{(R+y)^2}\sin\theta$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\mathrm{Re}\{g\frac{R^2}{[R+y(t)]^2}\frac{\cos\theta(t)}{V(t)}\} - \mathrm{Im}[g\frac{R^2}{[R+y(t_k)]^2}\frac{\cos\theta(t_k)}{V(t_k)}]\times$$

$$\times\sin\{\mathrm{Im}[g\frac{R^2}{[R+y(t_k)]^2}\frac{\cos\theta(t_k)}{V(t_k)}](t-t_0)\};$$

$$\mathrm{Im}\{g\frac{R^2}{[R+y(t_k)]^2}\frac{\cos\theta(t_k)}{V(t_k)}\}(t_k-t_0) = \pi k; k = \mathrm{int}\{\mathrm{Im}\{g\frac{R^2}{[R+y(t)]^2}\frac{\cos\theta(t)}{V(t)}\}(t-t_0)/\pi\}$$

$$F_{сопр.} = kV^2; k = 0.5cS\rho_{среды}; \alpha = \dot{m}(t)$$

Тут необходимо сказать, что тяга двигателя комплексная и уравнения движения надо интегрировать в комплексной плоскости с последующим синусоидальным изменением мнимой части при вычислении действительной части решения см. формулы (2.1), (2.2), (2.3). Причем углы определяются как действительные, иначе неизбежная расходимость синуса и косинуса. Причем углы определятся из физического смысла непрерывного комплексного турбулентного решения с сохранением турбулентных колебаний. Или считать по формуле действительных углов

$$\frac{d\theta}{dt} = -\mathrm{Re}\{g\frac{R^2}{[R+y(t)]^2}\frac{\cos\theta(t)}{V(t)}\} - \mathrm{Im}[g\frac{R^2}{[R+y(t)]^2}\frac{\cos\theta(t)}{V(t)}]$$

Тогда при действительной правой части формула не изменится, мнимая часть будет равна нулю.

Наличие мнимой части решения снижает точность попадания до колебания мнимой части. Причем комплексное решение детерминированное и точное, как и турбулентное, но с учетом колебания мнимой части по синусу. Расчет в действительной плоскости должен давать большую ошибку и в лучшем случае определяет среднее значение. Я не понимаю, когда пишут точность попадания 10 метров, возможно это с помощью дополнительной коррекции.

Но тяга реактивного двигателя комплексная и если мнимая часть преобладает, то ошибка метода пропорциональна отношению действительной части к мнимой, так как мнимую часть тяги рассматривают как действительную и происходит деление всех уравнений на мнимую единицу, при этом малая часть действительной тяги двигателя выступает как мнимая часть, и ошибка пропорциональна отношению расчетной мнимой части, деленной на действительную часть. Если же мнимая и действительная часть тяги сравнимы по величине, то расчет в действительной плоскости дает 50% ошибку, и надо считать в комплексной плоскости.

Причем получив комплексное решение влияние мнимой части надо считать только в последней точке, получив поправку к средней траектории. По действительному среднему решению определяем вертикальную близкую к нулю высоту. Уточняем мнимую вертикальную координату для нахождения времени приземления. Потом уточняем горизонтальную мнимую координату приземления. Частот колебаний турбулентного решения определяется скоростью тела, деленной на характерный размер траектории, длину огибающей траектории $f=\dfrac{V}{s(t)}=\dfrac{10^5}{10^8}=\dfrac{1}{1000}s;\lambda=1000km$. Точность определения времени приземления должна быть меньше 1000s. Но подсчет в комплексной плоскости выявит среднее значение координаты с учетом мнимой части $z_k=\sqrt{(\operatorname{Re}x_k)^2+a\operatorname{Im}x_k};k=1.2$, где a - характерный размер ракеты и необходимо дальнейшее уточнение.

Но эту идею надо проверять, зависимость мнимой части по синусу не следует из формул, а является правдоподобным предположением. Оно подтверждается тем, что средний квадрат этой действительной формулы совпадает с комплексным значением квадрата модуля. Если бы действительная часть турбулентного решения изменялось по другой формуле, то ее средний квадрат не совпадал бы с квадратом модуля точного комплексного решения. Ни один из полиномов уравнений математической физики не обладает этим свойством. Поэтому можно с уверенностью сказать, что турбулентный режим описывается с помощью синуса. Причем начальная фаза синуса мнимой части при описании потока в двигателе в случае комплексных начальных условий равна фазе комплексного начального условия. В случае комплексного описания тела, начальным условиям координаты удовлетворяет действительная часть, так как начальные условия у тела действительные, и только если начальная координата комплексная, возникает фаза у синуса в случае комплексного решения. Начальные условия комплексные, если тело в начале траектории колеблется, например, ракета в момент старта. Тогда мнимая фаза равна амплитуде колебаний, деленной на характерный размер ракеты.

Предлагается второе уравнение использовать в виде

$$\frac{m(t)}{m}\frac{dV}{dt}+\frac{d}{dt}\frac{V}{\sqrt{1-V^2/c^2}}=\frac{\alpha u(1+\sqrt{2}i)C-F_{сопр.}}{m}-g\frac{m(t)}{m}\frac{R^2}{(R+y)^2}\sin\theta$$

Причем считать в комплексной плоскости из-за комплексной тяги. При этом численный счет благополучно преодолевает релятивистский знаменатель, и модуль скорости может быть больше скорости звука.

Но применение метода расчета в комплексной плоскости требует точного учета коэффициента сопротивления, иначе точность вычисления точки приземления будет определяться погрешностью коэффициента сопротивления. Необходимо получить коэффициент сопротивления с большой точностью.

При этом присоединенная масса m добавленного члена пропорциональна плотности воздуха и мала. Ракета «Союз» достигает космической скорости в разреженной атмосфере, где плотность воздуха мала, и поэтому этот член мал. Ракеты на сверхзвуке достигают сверхзвуковые скорости в атмосфере, и этот член велик. Причем как показали исследования скорость звука тела велика, и этот член приобретает существенное значение при достижении этой увеличенной скорости звука. Следует различать два понятия, скорости звука тела и скорость звука среды. Скорость звука однородной бесконечной среды не зависит от скорости центра тяжести среды, и определяется по формуле $c^2 = \frac{dp}{d\rho}$. Скорость звука тела зависит от скорости тела, и как будет доказано в дальнейшем зависит от формы тела. Зависимость от формы тела приводит к большому значению скорости звука тела.

План моего сообщения таков, я вычислю максимальную скорость тела для электромагнитной волны, что опубликовано в интернете. Релятивистский знаменатель со скоростью звука – это моя идея и в технической литературе не используется. Расчет для электромагнитной волны справедлив и для звуковой волны, поэтому я использую для расчета скорости звука тела электромагнитные волны, просто так сложилось, я написал материал для электромагнитных волн и не хочу его менять. Далее я описываю свойства звуковой волны, доказываю, что при действительной силе скорость тела ограничена, а при использовании комплексной силы, что приведет к комплексной скорости, может расти.

3. Расчет фазовой скорости тела в случае электромагнитной волны, входящей в релятивистский знаменатель и определяющий увеличенную максимальную скорость тела при действительной тяги

Получен интересный результат скорость возмущения тела, вытянутого вдоль скорости, увеличивается. Релятивистский знаменатель при этом остается действительным. Ракета при этом должна иметь специальную форму, продольный размер должен быть больше поперечного. Для сферического тела это невозможно. Оказывается, что скорость света является предельной для сферического тела, для продолговатого тела другая формула для предельной скорости возмущения. Это делает преобразование Лоренца специальной теории относительности зависящим от формы тела. Релятивистские формулы я давно рассматривал с переменной скоростью возмущения, фазовой скоростью света. Оказалось, что скорость возмущения зависит от формы тела. Но принцип относительности с переменной предельной скоростью возмущения устоял. Но параметры, определенные с конечной предельной скоростью возмущения должны пересчитываться в собственную систему координат, где часы, измеритель расстояния – локатор, и тело неподвижные. Отметим, что для описания элементарных частиц формулы не изменятся, они имеют сферическую форму и фазовая скорость для них совпадает со скоростью света в вакууме. Следует различать фазовую скорость среды и фазовую скорость тела. Фазовая скорость однородной бесконечной среды не зависит от скорости ее центра тяжести. Фазовая скорость тела, зависит от скорости тела - опыт Физо. Как показано в статье фазовая скорость тела зависит от его формы. Релятивистский знаменатель оказался с фазовой скоростью тела, что говорит о правильности моей идеи о преобразовании Лоренца с фазовой скоростью, разной для разных тел и систем координат.

Если рассмотреть одномерное движение, то получим следующее уравнение при начальной нулевой скорости

$$\frac{mV}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = \int F dt .$$

Если рассмотреть одномерный случай, который соответствует сферическому телу малых размеров - решение

$$\frac{V}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = \frac{\int F dt}{m} . \qquad (3.1)$$

При этом скорость меняется по закону

$$\frac{V^2}{c^2} = \frac{(\int \frac{F dt}{mc})^2}{1+(\int \frac{F dt}{mc})^2} . \qquad (3.2)$$

Предельным значением получим скорость света c при действительной силе. При комплексной силе возможна бесконечная скорость при условии $\int \frac{F dt}{mc} = i$, при действительной силе скорость ракеты ограничена скоростью света.

Но если рассмотреть трехмерное пространство и узкое тело, то скорость и сила будет дельта функцией от поперечной координаты.

$$\frac{V^2 \delta(r)}{c^2} = \frac{(\int \frac{F dt}{mc})^2 \delta(r)}{1+(\int \frac{F dt}{mc})^2 \delta(r) r} = (\int \frac{F dt}{mc})^2 \delta(r) .$$

В самом деле, имеем, используя аппроксимацию обобщенной функции

$$\frac{1}{1+(\int \frac{F dt}{mc})]^2 \delta(r) r} = \frac{1}{1+(\int \frac{F dt}{mc})^2 \frac{\exp(-r^2/2\sigma^2)}{\sigma\sqrt{2\pi}} r} = \frac{1}{1+(\int \frac{F dt}{mc})^2 \gamma} = 1; .$$

$$\gamma = \delta(r) r = 0; \gamma = \frac{\exp(-r^2/2\sigma^2)}{\sigma\sqrt{2\pi}} r; \lim_{\sigma\to 0} \gamma = 0;$$

Свойство дельта функции $\gamma = \delta(r) r = 0$. Коэффициент, учитывающий не сферичность тела, получается аппроксимацией дельта функции, умноженной на радиус, при продольном размере больше поперечного

$\gamma = \frac{\exp(-r^2/2\sigma^2)}{\sigma\sqrt{2\pi}} r; \lim_{\sigma\to 0}\gamma = 0; \lim_{r\to 0}\gamma = 0$. С одной стороны, имеем на бесконечности времени скорость сферического тела равна скорости света, а с другой стороны имеем значение скорости тела, бесконечно узкому в направлении движения, равной бесконечности. Значит, для конечного тела установится промежуточное значение скорости, по модулю большее скорости света.

Если записать уравнение движения продолговатого тела, то получим

$$\frac{V^2}{c^2} = \frac{(\int \frac{Fdt}{mc})^2}{1+(\int \frac{Fdt}{mc})^2 \gamma}; \gamma = \frac{\exp(-r^2/2\sigma^2)r}{\sigma\sqrt{2\pi}}. \quad (3.3)$$

Влияние узкого тела аппроксимируется дельта функции, умноженной на радиус. Минимум максимальной скорости для узкого тела при действительной силе определяется по формуле $\frac{1}{\beta^2} = \gamma = \frac{\exp(-r^2/2\sigma^2)}{\sigma\sqrt{2\pi}} r$. При поперечном радиусе тела, равном нулю достигается максимальная скорость, при поперечном радиусе конечном, образуется конечная фазовая скорость тела, больше скорости света и максимум скорости тела при действительной силе равен его фазовой скорости. При радиусе тела равном продольному размеру тела максимум скорости тела равен скорости света $\gamma = 1$. Скорость света достигается при сферическом радиусе тела, равном продольному.

Но существуют простые физические соображения, описывающие увеличение скорости света в узком пространстве. Телесный угол распространения электромагнитной волны в сфере равен $\Delta\varphi$. В случае если сферу растянуть вдоль оси z, то телесный угол уменьшится и станет равным $\frac{\Delta\varphi a^2}{a_z^2}$, где a радиус не растянутой сферы, величина a_z длина растянутой части сферы. Плотность импульса электромагнитной волны пропорциональна скорости света и плотности электромагнитной волны. Так как сфера определяет скорость распространения, равную скорости света, значит в случае вытянутой сферы - эллипсоида с круговым сечением фазовая скорость распространения $c_F \dfrac{\Delta\varphi a^2}{a_z^2} = c\Delta\varphi$, при этом происходит распространение вдоль оси z с увеличенной фазовой скоростью $c_F = c\dfrac{a_z^2}{a^2}$. При этом скорость распространения вдоль другой оси уменьшится и будет равна $c_F = c\dfrac{a^2}{a_z^2}$ из тех же самых рассуждений. Обобщает выведенные формулы полученная зависимость в случае кругового сечения $a_x = a_y = a$ имеем формулу $c_F = c(\dfrac{a_z^2}{a^2}\cos^2\theta + \dfrac{a^2}{a_z^2}\sin^2\theta)$, которая при условии $\theta = 0$ определяет продольную скорость, а при $\theta = \pi/2$ поперечную скорость с правильной формулой для фазовой скорости шара.

Общая формула для скорости распространения

$$c_F = c(\frac{a_z^2}{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}\cos^2\theta + \frac{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}{a_z^2}\sin^2\theta). \qquad (3.4)$$

В случае равенства всех осей эллипсоида, получается скорость света, как и следовало ожидать. В случае сферы $a_x = a_y = a = a_z$ имеем $c_F = c$. Где углы θ, φ определяют направление световой скорости.

Данное описание включает и тарелку при определенном угле $a/a_z >> 1, a_x = a_y = a, \theta = \pi/2$.

Разрешим уравнение (3.3) относительно скорости, считая, что начальная скорость равна нулю, получим введя константу, учитывающую продолговатый размер тела

$$\beta^2\gamma\Phi^2 + \beta^2 - \Phi^2 = 0, \Phi = \int_0^t \frac{Fdt}{mc}; \beta = \frac{V}{c}$$

Откуда определяем действующий импульс

$$\Phi = \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2\gamma}}.$$

Двигатель при этом может работать бесконечное время, приближаясь к нулю релятивистского знаменателя. Откуда определяется предельно достижимая фазовая скорость при действительной силе

$$c_F = \frac{c}{\sqrt{\gamma}} = c\sqrt{\frac{\exp(r^2/2\sigma^2)\sqrt{2\pi}}{r}\sigma} =$$

$$= c(\frac{a_z^2}{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}\cos^2\theta + \frac{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}{a_z^2}\sin^2\theta); r \le \sigma$$

$$\frac{r^2}{4\sigma^2} + \ln\sqrt{\frac{\sigma\sqrt{2\pi}}{r}} \sim \ln(\frac{a_z^2}{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}\cos^2\theta + \frac{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}{a_z^2}\sin^2\theta);$$

$$\frac{\sigma\sqrt{2\pi}}{r} = (\frac{a_z^2}{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}\cos^2\theta + \frac{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}{a_z^2}\sin^2\theta)^2 >> 1$$

$$c_F = \frac{c}{\sqrt{\gamma}} = c(\frac{a_z^2}{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}\cos^2\theta + \frac{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}{a_z^2}\sin^2\theta)$$

Для тарелки $\theta = \frac{\pi}{2}, a_x = a_y = a$ и распространение вдоль радиуса a плоской тарелки $a_z \to 0$ получаем обратную формулу $c_F = \frac{c}{\sqrt{\gamma}} = c\frac{a^2}{a_z^2}$ и получим бесконечную скорость при условии $a_z \to 0$. При условии $a_z \to 0$ определится максимальная скорость вдоль радиуса, т.е. максимальная скорость тарелки. При этом надо выделить угол, определяющий направление скорости, определяющее неизвестным нам двигателем тела. Возможное описание этого двигателя приведено в статье [1].

Следует различать фазовую скорость среды и фазовую скорость тела. Фазовая скорость однородной бесконечной среды не зависит от скорости ее центра тяжести. Фазовая скорость тела, зависит от скорости тела - опыт Физо. Как показано в статье фазовая скорость тела зависит от его формы.

Но как интерпретировать подобную зависимость. Просто фазовая скорость тела не является константой, а зависит от формы тела, и эта фазовая скорость входит в релятивистский знаменатель. Скорость возмущения для узкого тела вдоль продольного большого размера $\theta = 0, a_x = a_y = a$ определяется по формуле

$$c_F = c\sqrt{\frac{\exp(r^2/2\sigma^2)\sqrt{2\pi}}{r}\sigma} = c\frac{a_z^2}{a^2}; \frac{r}{\sigma} = 0.7925 + 1.28268i \to \frac{a_z}{a} = 1 + 2.08 \cdot 10^{-4} i\,.$$

Причем формула определения фазовой скорости через параметры $\frac{\exp(r^2/2\sigma^2)\sqrt{2\pi}}{r}\sigma$ определяет комплексное отношение $\frac{r}{\sigma}$ и является плохой. Правильное определение фазовой скорости при формуле для эллипса формула (3.4). Определены значения параметров сферического тела. Определена фазовая скорость продолговатого тела вдоль оси продолговатости. Необходимо получить фазовую скорость произвольного тела.

Релятивистский знаменатель оказался с фазовой скоростью тела, что говорит о правильности моей идеи о преобразовании Лоренца с фазовой скоростью, разной для разных тел и систем координат.

Приближенное значение осей эллипса, которым моделируется произвольное выпуклое тело, определяются по формуле

$$a_z^2 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3z^2(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi / 4\pi$$
$$a_x^2 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3x^2(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi / 2\pi\,.$$
$$a_y^2 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3y^2(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi / 2\pi$$

Вычислены коэффициенты у этих формул из условия равенства квадрату радиуса для сферы

Полученные формулы будут точными для эллипсоида - вытянутого или сплюснутого, для тел другой формы они будут приближенными

$$\frac{z^2}{a_z^2} + \frac{x^2}{a_x^2} + \frac{y^2}{a_y^2} = 1; \frac{z^2}{a_z^2} + \frac{r^2}{b^2} = 1; z_1^2 + r^2 = b^2; z_1 = \frac{bz}{a_z}; b^2 = a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi = \frac{a_x^4 + a_y^4}{a_x^2 + a_y^2};\,.$$
$$\frac{r^2}{b^2} = \frac{x^2}{a_x^2} + \frac{y^2}{a_y^2};$$

В самом деле

$$a_z^2 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3z^2(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi / 4\pi = -\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3a_z^2 \cos^2\theta d\cos\theta d\varphi / 4\pi = a_z^2$$

$$a_x^2 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3x^2(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi / 2\pi = -\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3a_x^2 \sin^2\theta\cos^2\varphi d\cos\theta d\varphi / 2\pi = a_x^2 .$$

$$a_y^2 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3y^2(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi / 2\pi = -\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3a_y^2 \sin^2\theta\sin^2\varphi d\cos\theta d\varphi / 2\pi = a_y^2$$

Интегралы вычислены для эллипсоида.

Но надо сказать, что вычислена фазовая скорость тела, а не среды. В дальней зоне тела $R > k(a_x a_y a_z)^{2/3}(\frac{a_z^2}{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}\cos^2\theta + \frac{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}{a_z^2}\sin^2\theta)$, когда справедливо приближение плоской волны, скорость света станет равной фазовой скорости среды. В промежуточной зоне справедливо промежуточное значение скорости света.

Выводы

Проанализирован режим движения с релятивистским знаменателем со скоростью света. Показано, что любая вытянутая ракета имеет максимальную фазовую скорость тела, больше скорости света в вакууме, значит и максимальную скорость тела равной увеличившейся фазовой скорости света. Предложена формула для максимальной скорости распространения. Релятивистский знаменатель оказался с фазовой скоростью света. Если писать преобразование Лоренца по вычисленной формуле, то получится бессмыслица, размер тела зависит от его формы. Поэтому надо пересчитывать вычисленные размеры в собственную систему координат, где часы, локатор и тело, определяющие расстояние неподвижные.

4.Соображения о максимальной скорости тела в атмосфере при действительной тяге, принципиальная возможность получения бесконечной комплексной скорости

Уравнение движения с учетом релятивистского знаменателя запишем в виде

$$\frac{d}{dt}\frac{V}{\sqrt{1-V^2/c^2}}=\frac{\alpha u(1+\sqrt{2}i)C-F_{сопр.}}{m}-g\frac{m(t)R^2}{m(R+y)^2}\sin\theta-\frac{m(t)}{m}\frac{dV}{dt}=$$
$$=\frac{\alpha u(1+\sqrt{2}i)C-kV^2}{m}-\frac{m(t)}{m}\frac{dV}{dt}-g\frac{m(t)R^2}{m(R+y)^2}\sin\theta$$

Если записать уравнение движения продолговатого тела, то получим

$$\frac{V^2}{c^2}=\frac{\{\int[\frac{\alpha u(1+\sqrt{2}i)C-kV^2}{mc}-\frac{m(t)}{m}\frac{dV}{cdt}-g\frac{m(t)R^2}{mc(R+y)^2}\sin\theta]dt\}^2}{1+\{\int[\frac{\alpha u(1+\sqrt{2}i)C-kV^2}{mc}-\frac{m(t)}{m}\frac{dV}{cdt}-g\frac{m(t)R^2}{mc(R+y)^2}\sin\theta]dt\}^2\gamma}=\frac{(\int\frac{Fdt}{mc})^2}{1+(\int\frac{Fdt}{mc})^2\gamma}.\quad(4.1)$$

При этом предельное значение Маха ракеты при действительной силе равно $M=\beta=1/\sqrt{\gamma}=\frac{a_z^2}{a_x^2\cos^2\varphi+a_y^2\sin^2\varphi}\cos^2\theta+\frac{a_x^2\cos^2\varphi+a_y^2\sin^2\varphi}{a_z^2}\sin^2\theta$. При условии, комплексной силы, если импульс равен

$$\Phi(t)=\int\frac{F}{mc}dt=i/\sqrt{\gamma}=i(\frac{a_z^2}{a_x^2\cos^2\varphi+a_y^2\sin^2\varphi}\cos^2\theta+\frac{a_x^2\cos^2\varphi+a_y^2\sin^2\varphi}{a_z^2}\sin^2\theta)=$$
$$=i\frac{a_z^2}{a^2}>>1, a_x=a_y=a, \theta=0 \quad(4.2)$$

скорость ракеты устремится к бесконечности, но практическая реализация этой идеи описана ниже по тексту. Но поддерживать этот режим сложно, нужна определенно изменяющаяся комплексная скорость реактивной струи в соответствии со скоростью ракеты. Но принципиально проблема бесконечной скорости ракеты решается. Практически можно реализовать за счет комплексной силы большую скорость ракеты. По поводу комплексного решения см. [2]. Получим уравнение движения

$$\Phi(t)=\int\frac{Fdt}{mc}=\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2\gamma}},\quad(4.3)$$

Так как режим работу реактивного двигателя турбулентный, значит скорость течения в нем комплексная и тяга реактивного двигателя комплексная см. [2]. Значит скорость является комплексной, и преодолевает особенность, бесконечность релятивистского знаменателя не образуется. Если $|\beta|>\frac{1}{\sqrt{\gamma}}$, тогда интеграл от импульса становится комплексным

$$\Phi(t) = \int [\frac{\alpha u(1+\sqrt{2}i)C - kV^2}{mc} - \frac{m(t)}{m}\frac{dV}{cdt} - g\frac{m(t)R^2}{mc(R+y)^2}\sin\theta]dt = \frac{\beta(t)}{\sqrt{1-\gamma\beta^2(t)}} =$$

$$= i\frac{\beta(t)}{\sqrt{\gamma\beta^2(t)-1}} = \frac{i}{\sqrt{\gamma - 1/\beta^2(t)}}$$

При действительном импульсе $\Phi(t)$ стремящемся к бесконечности, число Маха имеет ограниченное значение, меньшее

$$\beta = 1/\sqrt{\gamma} = \frac{a_z^2}{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}\cos^2\theta + \frac{a_x^2\cos^2\varphi + a_y^2\sin^2\varphi}{a_z^2}\sin^2\theta = \frac{a_z^2}{a^2} >> 1, a_x = a_y = a, \theta = 0$$

получилось такое значение скорости ракеты, моделируемой вытянутым в направлении движения эллипсом. Получается, что при действительном $\Phi(t)$ максимальный Мах ракеты может быть не больше квадрата отношения продольного размера к поперечному. При комплексном $\Phi(t)$ Мах ракеты становится комплексным, преодолевается скорость звука, и комплексная скорость ракеты может расти не ограниченно. При этом достигнув большой скорости величин

$$\Phi(\infty) = \frac{i}{\sqrt{\gamma - 1/\beta^2(\infty)}} = \int_{t_0}^{\infty} [\frac{\alpha u(t)(1+\sqrt{2}i)C - kV^2(t)}{mc} - \frac{m(t)}{m}\frac{dV(t)}{cdt} - g\frac{m(t)R^2}{mc(R+y)^2}\sin\theta]dt$$

и для сходимости интеграла необходима постоянная реактивная скорость истечения газов из ракеты, определяемая величиной

$$\alpha(1+\sqrt{2}i)u(\infty)C = k\{[\operatorname{Re}V(\infty)]^2 - [\operatorname{Im}V(\infty)]^2 + 2i\operatorname{Re}V(\infty)\operatorname{Im}V(\infty)\} + g\frac{m(\infty)R^2}{(R+y)^2}\sin\theta.$$

При условии $\beta(\infty) \to \infty$ получаем условие бесконечной скорости тела см. формулу (4.2).

Приложение

Вывод формулы для релятивистского знаменателя со скоростью звука для среды, или присоединенной массы

Можно получить преобразование Лоренца из инвариантности метрического интервала следуя выводу преобразований Лоренца в [3] §4. Отметим основные моменты этого вывода. Инвариантен метрический интервал с фазовой скоростью звука или электромагнитной волны. В случае электромагнитной или звуковой волны он равен нулю

$$ds^2 = c_d^2 d\tau^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2 =$$
$$= c_d'^2 d\tau'^2 - (dx'^1)^2 - (dx'^2)^2 - (dx'^3)^2 = 0 .$$

Отмечу что фазовая скорость элементарных частиц совпадает со скоростью света в вакууме. Но при описании присоединенной массы в гидродинамике и эффективной массы в физике твердого тела релятивистский знаменатель с фазовой скоростью звука есть. Отмечу, что масса тела или частицы зависит от свойств среды и присоединенная масса не исключение. Это масса тела, которая определяется плотностью среды и его объем зависит от формы тела.

При этом связь между штрихованными и не штрихованными координатами дается формулой

$$dx^1 = dx'^1 \cosh\psi + c_d' dt' \sinh\psi \qquad c_d dt = dx'^1 \sinh\psi + c_d' dt' \cosh\psi .$$
$$dx^2 = dx'^2, dx^3 = dx'^3 .$$

Рассмотри движение при условии $dx'^1 = 0$, имеем

$$dx^1 = c_d' dt' \sinh\psi \qquad c_d dt = c_d' dt' \cosh\psi .$$

Делим эти два уравнения, имеем

$$\frac{dx^1}{c_d dt} = \frac{V}{c_d} = \tanh\psi .$$

Где V, c_d скорости не штрихованной системы координат, относительно штрихованной. Тогда преобразование координат запишется в виде

$$dx^1 = (dx'^1 + c_d' dt' \frac{V}{c_d})\gamma; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c_d^2}}} \qquad c_d dt = (dx'^1 \frac{V}{c_d} + c_d' dt')\gamma . \qquad (2.5)$$

Где скорость c_d определяется для двигающейся среды, а скорость c_d' для неподвижной. Но эти формулы справедливы для среды, и для присоединенной массы, обусловленной свойствами среды.

Литература

1. Якубовский Е.Г. Следствия из энергии диполя или обоснование идеи Николы Тесла «Энциклопедический фонд России», 2020, 8 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1585399514.pdf
2. Якубовский Е.Г. Исследование решения уравнения Навье – Стокса II «Энциклопедический фонд России», 2018, 78 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1568217785.pdf
3. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. Теоретическая физика том II, Теория поля М.: Наука, 1973, 504стр.
4. Якубовский Е.Г. Определение скорости движения тела и вязкой среды при произвольном числе Рейнольдса «Энциклопедический фонд России», 2020, 15 стр. http://www.russika.ru/userfiles/390_1598196192.pdf