Решение проблемы описания многих тел с помощью парных траекторий и вычисление на этой основе энергии многоэлектронного атома

Проблема описания движения N тел, взаимодействующих с помощью гравитационного поля, не решена. Задача решается с помощью численных методов, которые при длительном счете приводят к ошибкам решения. Предлагается формула на основе парного взаимодействия, описывающая траектории всех взаимодействующих тел при не релятивистских скоростях движения. Аналогичным образом можно решить и задачу электрического взаимодействия N частиц. Зная траектории N частиц можно вычислить их постоянную часть, которая определяет суммарное главное квантовое число каждой частицы. Определяется и суммарный орбитальный момент каждой частицы. При этом зная квантовые числа парного взаимодействия, можно вычислить квантовое число каждой частицы системы с точностью до среднеквадратичного отклонения. Определен механизм миграции электронов на все более увеличивающееся расстояние. Т.е. электроны за счет среднего расталкивания удаляются на все большее расстояние. При этом другие электроны занимают их место и начинается механизм расталкивания этих пришедших электронов. Когда радиус миграции превышает размер материала, материал обедняется электронами и тело теряет упругие свойства и разрушается.

Дифференциальные уравнения движения N тел интегрируются приближенно либо с помощью рядов (аналитические методы), или численным интегрированием (численные методы) см. [1],[2],[3]. Но оба эти метода являются приближенными и при больших временах дают большую ошибку. В книге [4], реализуется расчет задачи трех тел, одно из которых имеет небольшую массу. Исследуется задача устойчивости этой системы тел. Но это частный случай решении задачи движения N тел. В книге [5], описаны применения известных методов для расчета траекторий трех небесных тел, одно из которых имеет малую массу.

Но имеется одна проблема, которая делает предлагаемое решение не правильным. В данном алгоритме учитывается взаимодействие всех тел Солнечной системы. Но согласно статье [10], взаимодействие Солнца распространяется на всю Солнечную систему, а взаимодействие отдельных планет имеет конечный радиус. Это связано с большой поверхностью Солнца, и малой поверхностью планет. Это проявилось при посылке космических кораблей на другие планеты. Была утеряна с ними связь, и только изменив частоту связь восстановили. Причина – граница гравитационного поля земли, причем размытая, которая приводит к изменению частоты передатчиков. Мне очень нравится моя теория о орбитах небесных тел, но, к сожалению, она не верная по изложенным причинам.

Возможность описания квантовой системы с помощью классического уравнения движения следует из аналогии между уравнением квантовой механики и уравнением Навье- Стокса в комплексном пространстве см. [6]. Но при этом необходимо получать потоки частиц с разными начальными данными и усреднять траектории по начальным данным.

Решение задачи N тел является актуальной проблемой небесной механики и для точного расчета движения космических искусственных тел является не заменимой. Предлагаемая теория позволяет точно рассчитывать траекторию космического аппарата, что на сегодняшний день является актуальнейшей проблемой космонавтики.

Рассмотрим вспомогательную задачу взаимодействия пар тел с особой приведенной массой. Тогда относительное взаимодействие и движение каждой пары можно определить. При этом необходимо приведенную массу считать особым образом по формуле $\frac{m_n m_k}{\sum_{l=1}^{N} m_l}$. Но как восстановить траекторию каждого тела? При этом координаты являются комплексные, где действительная часть соответствует среднему значению траектории, а мнимая часть среднеквадратичному отклонению В случае движения небесных тел, траектория действительная, но в случае движения элементарных частиц траектория комплексная и мнимая часть траектории описывает отклонение от среднего значения. Для этого запишем силу, действующую на одно тело

$$\frac{d^2\mathbf{r}^k}{ds^2} = -G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n(\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n)}{|\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n|^3}. \qquad (1.1)$$

Решим вспомогательную задачу о парном взаимодействии тел с приведенной инертной массой $m_n m_k / \sum_{l=1}^{N} m_l$, в гравитационном поле с потенциалом $U = -\gamma\frac{m_n m_k}{|\mathbf{R}^{kn}|}$ с относительным расстоянием $\mathbf{R}^{kn}$ между центром гравитационного поля и телом

$$\frac{m_n m_k}{\sum_{l=1}^{N} m_k}\frac{d^2\mathbf{R}^{kn}}{ds^2} = -\gamma\frac{m_k m_n\mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3}. \qquad (1.2)$$

Сократим эту формулу на m_k и просуммируем эту формулу по индексу n, исключая из суммы член с нулевым знаменателем и добавив член $\mathbf{R}^{kk} = 0$, получим формулу

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s}\frac{d^2\mathbf{R}^{kn}}{ds^2} = \frac{d^2\mathbf{R}_0^k}{ds^2} = -G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n\mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3} \qquad (1.3)$$

Где величина $\mathbf{R}_0^k$ определяется из равенства $\mathbf{R}_0^k = \frac{\sum_{n=1}^{N} m_n\mathbf{R}^{kn}}{\sum_{n=1}^{N} m_n}$.

Вычтем из уравнения (1.1) уравнение (1.3), получим

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s}\frac{d^2\mathbf{R}^{kn}}{ds^2} - \frac{d^2\mathbf{r}^k}{ds^2} = G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n(\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n)}{|\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n|^3} - G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n\mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3} = 0. \qquad (1.4)$$

Запишем уравнение с индексом p

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N}m_s}\frac{d^2\mathbf{R}^{pn}}{ds^2}-\frac{d^2\mathbf{r}^p}{ds^2}=G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n(\mathbf{r}^p-\mathbf{r}^n)}{|\mathbf{r}^p-\mathbf{r}^n|^3}-G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n\mathbf{R}^{pn}}{|\mathbf{R}^{pn}|^3}=0 \qquad (1.5)$$

Вычтем из уравнения (1.4) уравнение (1.5), получим уравнение

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N}m_s}\frac{d^2\mathbf{R}^{kn}}{ds^2}-\frac{d^2\mathbf{r}^k}{ds^2}-\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N}m_s}\frac{d^2\mathbf{R}^{pn}}{d\tau^2}+\frac{d^2\mathbf{r}^p}{d\tau^2}=$$

$$=G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n(\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n)}{|\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n|^3}-G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n\mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3}-G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n(\mathbf{r}^p-\mathbf{r}^n)}{|\mathbf{r}^p-\mathbf{r}^n|^3}+G\sum_{n=1,n\neq k}^{N}\frac{m_n\mathbf{R}^{pn}}{|\mathbf{R}^{pn}|^3} \qquad (1.6)$$

Подстановка величины $\mathbf{R}^{kn}$ равной $\mathbf{R}^{kn}=\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n$ обращает это уравнение в тождество. Равенство правой части этой формулы нулю очевидно. Докажем равенство нулю левой части. Она равна

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N}m_s}\frac{d^2(\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n)}{ds^2}-\frac{d^2\mathbf{r}^k}{ds^2}-\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N}m_s}\frac{d^2(\mathbf{r}^p-\mathbf{r}^n)}{ds^2}+\frac{d^2\mathbf{r}^p}{ds^2}=$$

$$=\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N}m_s}\frac{d^2\mathbf{r}^k}{ds^2}-\frac{d^2\mathbf{r}^k}{ds^2}-\sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N}m_s}\frac{d^2\mathbf{r}^p}{ds^2}+\frac{d^2\mathbf{r}^p}{ds^2}= \qquad .$$

$$=\frac{d^2\mathbf{r}^k}{ds^2}-\frac{d^2\mathbf{r}^k}{ds^2}-\frac{d^2\mathbf{r}^p}{ds^2}+\frac{d^2\mathbf{r}^p}{ds^2}=0$$

Т.е. получено частное решение системы уравнений (1.6). В результате использования этого частного решения получим частное решение системы уравнений движения. Но так как уравнение движения имеет единственное решение как единственное решение задачи Коши для системы обыкновенных уравнений движения по закону Ньютона, это частное решение является единственным решением уравнения движения.

При этом система содержит следующие первые интегралы

$$\frac{\mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3}+\frac{\mathbf{R}^{np}}{|\mathbf{R}^{np}|^3}+\frac{\mathbf{R}^{pk}}{|\mathbf{R}^{pk}|^3}=0\,. \qquad (1.7)$$

Эти первые интегралы получаются суммированием уравнений (1.2), деленных на величину $m_n m_k$ и использованию равенства $\mathbf{R}^{kn} = \mathbf{r}^k - \mathbf{r}^n$.

Эти первые интегралы (1.7) соответствуют первым интегралам стандартной системы парных относительных уравнений

$$\frac{m_n m_k}{m_n + m_k}\frac{d^2\mathbf{R}^{kn}}{ds^2} = -G\frac{m_k m_n \mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3},$$

которые получаются аналогично интегралу (1.7) и равны

$$(m_k + m_n)\frac{\mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3} + (m_n + m_p)\frac{\mathbf{R}^{np}}{|\mathbf{R}^{np}|^3} + (m_p + m_k)\frac{\mathbf{R}^{pk}}{|\mathbf{R}^{pk}|^3} = 0.$$

Также справедливы первые интегралы

$$\mathbf{R}^{kn} + \mathbf{R}^{np} + \mathbf{R}^{pk} = 0$$

При этом уравнение движения определится из равенства, которое следует из равенства (1.4), правая часть которого равна нулю, в соответствии с доказанным свойствам $\mathbf{R}^{kn} = \mathbf{r}^k - \mathbf{r}^n$

$$\sum_{n=1}^{N} \frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N} m_s}\frac{d^2\mathbf{R}^{kn}}{ds^2} = \frac{d^2\mathbf{r}^k}{ds^2}.$$

Проинтегрировав это равенство, получим уравнение движения каждого из N тел

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_0^k(s) &= \frac{d\mathbf{r}^k(0)}{ds}s + \mathbf{r}^k(0) + \sum_{n=1}^{N} \frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N} m_s}[\mathbf{R}^{kn}(s) - \frac{d\mathbf{R}^{kn}(0)}{ds}s - \mathbf{R}^{kn}(0)] = \\ &= \frac{d\mathbf{r}^k(0)}{ds}s + \mathbf{r}^k(0) + \mathbf{R}_0^k(s) - \frac{d\mathbf{R}_0^k(0)}{ds}s - \mathbf{R}_0^k(0)\end{aligned} \quad .(1.8)$$

Т.е. движение каждого тела определяется движением центра инерции парной системы тел. Начальные условия определяются из условия $\frac{d\mathbf{r}^k(0)}{ds}s + \mathbf{r}^k(0) = \frac{d\mathbf{R}_0^k(0)}{ds}s + \mathbf{R}_0^k(0)$. При условии $\sum\limits_{n=1}^{N} \frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N} m_s}[\frac{d\mathbf{r}^n(0)}{ds}s + \mathbf{r}^n(0)] = 0$

начальные условия $\frac{d\mathbf{r}^k(0)}{ds}s+\mathbf{r}^k(0)=\frac{d\mathbf{R}_0^k(0)}{ds}s+\mathbf{R}_0^k(0)$ удовлетворяются тождественно. Начальные условия запишутся в виде $\mathbf{R}^{kn}(0)=\mathbf{r}^k(0)-\mathbf{r}^n(0);\frac{d\mathbf{R}^{kn}}{ds}(0)=\frac{d\mathbf{r}^k}{ds}(0)-\frac{d\mathbf{r}^n}{ds}(0)$. Зная начальные условия можно определить плоскость траектории, в которой происходит движение. При этом энергия и момент импульса парных траекторий определятся по формуле

$$E_{kn}=\frac{m_k m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}[\frac{d\mathbf{R}^{kn}}{ds}(0)]^2/2-G\frac{m_k m_n}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|}+\frac{M_{kn}^2\sum_{q=1}^{N} m_q}{2m_k m_n\,|\mathbf{R}^{kn}(0)|^2}$$

$$=\frac{m_k m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}[\frac{d\mathbf{R}^{kn}}{ds}(0)]^2/2-G\frac{m_k m_n}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|}+\frac{m_k m_n[\frac{d\mathbf{R}^{kn}}{ds}(0),\mathbf{R}^{kn}(0)]^2}{2\sum_{q=1}^{N} m_q\,|\mathbf{R}^{kn}(0)|^2};\mathbf{M}_{kn}=\frac{m_k m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}[\frac{d\mathbf{R}^{kn}}{ds}(0),\mathbf{R}^{kn}(0)]$$

Согласно формулам парного взаимодействия радиус меняется по закону

$$r=a(e\cosh\xi-1);t=\sqrt{\frac{a^3}{G\sum_{q=1}^{N} m_q}}(e\sinh\xi-\xi)$$

.

$$r\cong\sqrt{\frac{G\sum_{q=1}^{N} m_q}{a}}t=c\sqrt{\frac{r_g}{a}}t$$

Т.е. тела с гиперболической и параболической траекторией удаляются из солнечной системы со скоростью близкой к скорости света.

Т.е. тела с гиперболической и параболической траекторией удаляются из солнечной системы со скоростью близкой к скорости света. Величина параметра $a=\frac{p}{e^2-1},p=\frac{L^2\sum_{q=1}^{N} m_q}{Gm^2M^2},e=\sqrt{1+\frac{2EL^2\sum_{q=1}^{N} m_q}{G^2m^3M^3}}>1,a=\frac{GmM}{2E},\frac{r_g}{2a}=\frac{2\sum_{q=1}^{N} m_q E}{mMc^2}$

Энергия пары тел считается по формуле
$E_{kn} = \frac{m_k m_n V_{kn}^2(0)}{2\sum_{q=1}^{N} m_q} + \frac{m_k m_n [\mathbf{V}^{kn}(0),\mathbf{R}^{kn}(0)]^2}{2\sum_{q=1}^{N} m_q R^{kn2}(0)} - \frac{G m_k m_n}{R^{kn}(0)}$. Получим увеличение радиуса по закону $r^k = \sqrt{\frac{2\sum_{q=1}^{N} m_q E^{kn}}{m_k m_n}} t = \sqrt{V^{kn2}(0) + \frac{[\mathbf{V}^{kn}(0),\mathbf{R}^{kn}(0)]^2}{R^{kn2}(0)} - \frac{2G\sum_{q=1}^{N} m_q}{R^{kn}(0)}} t$

При этом траектория частицы равна $\mathbf{r}_0^k(\varphi) = \sum_{n=1}^{N} \frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q} \frac{\mathbf{R}^{kn}(\varphi)}{|\mathbf{R}^{kn}(\varphi)|} \frac{p_{kn}}{1 + e_{kn}\cos(\varphi_{kn} - \varphi_{kn0})}; \varphi_{kn} - \varphi_{kn0} = \int_0^{\varphi} \frac{M_{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}(u)|^2} du$. Имеем

$$p_{kn} = \frac{M_{kn}^2 \sum_{q=1}^{N} m_q}{G m_k^2 m_n^2}, e_{kn} = \sqrt{1 + \frac{E_{kn} M_{kn}^2 \sum_{q=1}^{N} m_q}{G^2 m_k^3 m_n^3}}.$$

Единичные ортогональные орты $\frac{\mathbf{R}^{kn}(0)}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|}, \frac{[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]|}$, направленные на локальные координаты x,y. Имеем окончательную формулу для траектории тел

$$\mathbf{r}_0^k(t) = \sum_{n=1}^{N} \frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q} [\frac{\mathbf{R}^{kn}(0)}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|}(\cos\eta_{kn} - e_{kn}) + \frac{[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]|}\sqrt{1-e_{kn}^2}\sin\eta_{kn}] \frac{G m_k m_n}{2|E_{kn}|} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{P} \frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q} [\frac{\mathbf{R}^{kn}(0)}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|}(e_{kn} - \cosh\xi_{kn}) + \frac{[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]|}\sqrt{e_{ku}^2 - 1}\sinh\xi_{kn}] \frac{G m_k m_n}{2E_{kn}} =$$

$$= \mathbf{r}_0^k(t) = \sum_{n=1}^{N} \frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q} [\frac{\mathbf{R}^{kn}(0)}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|}(\cos\eta_{kn} - e_{kn}) + \frac{[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]|}\sqrt{1-e_{kn}^2}\sin\eta_{kn}] \frac{G m_k m_n}{2|E_{kn}|} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{P} \frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q} [\frac{\mathbf{R}^{kn}(0)}{|\mathbf{R}^{kn}(0)|} \frac{e_{kn} - \cosh\xi_{kn}}{e_{kn}\sinh\xi_{kn} - \xi_{kn}} + \frac{[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]}{|[\mathbf{R}^{kn}(0),\mathbf{M}_{kn}]|}\sqrt{e_{ku}^2 - 1} \frac{\sinh\xi_{kn}}{e_{kn}\sinh\xi_{kn} - \xi_{kn}}] \times$$

$$\times \sqrt{V^{kn2}(0) + \frac{[\mathbf{V}^{kn}(0),\mathbf{R}^{kn}(0)]^2}{R^{kn2}(0)} - \frac{2G\sum_{q=1}^{N} m_q}{R^{kn}(0)}} t \quad .$$

$$t = \sqrt{\frac{a_{kn}^3}{G\sum_{q=1}^{N} m_q}}(e_{kn}\sinh\xi_{kn} - \xi_{kn}); t = \sqrt{\frac{a_{kn}^3}{G\sum_{q=1}^{N} m_q}}(\eta_{kn} - e_{kn}\sin\eta_{nm})$$

Так как энергия парного взаимодействия отрицательная, парные взаимодействия описываются эллиптическими траекториями. В случае гиперболической или параболической парной траектории она приводит к смещению центра тяжести системы. Тело как бы увлекает за собой систему и ее центр тяжести смещается. Скорость смещения равна

$$\Delta x^{u} = -\frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}\sqrt{V^{un2}(0) + \frac{[\mathbf{V}^{un}(0),\mathbf{R}^{un}(0)]^2}{R^{un2}(0)} - \frac{2G\sum_{q=1}^{N} m_q}{R^{un}(0)}}\Delta t; \frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q} = 10^{-30} << 1$$

$$\Delta y^{u} = \sqrt{e_{un}^{2} - 1}\frac{m_n}{\sum_{q=1}^{N} m_q}\sqrt{V^{un2}(0) + \frac{[\mathbf{V}^{un}(0),\mathbf{R}^{un}(0)]^2}{R^{un2}(0)} - \frac{2G\sum_{q=1}^{N} m_q}{R^{un}(0)}}\Delta t$$

Для тел меньшей массы, чем Солнце скорость изменения координаты нужно рассматривать относительно Солнца, тогда вес тела меньшей массы будет равен 1 и его координата совпадет с парной траекторией Солнце - тело меньшей массы. Вес других пар будет мал. Если пара тело и Солнце имеет положительную энергию, то тело будет удаляться со своей скоростью, а вклад тело и другое тело мал. Траектория всех тел определяется по отношению к Солнцу, а вклад других тел соответствует множителю, равному их массе, деленной на сумму масс, т.е. деленной на массу Солнца. Если имеется положительная энергия пары двух тел, то ее вклад в скорость изменения координаты каждого из этих двух тел будет малыми, определяется вклад Солнца и тело. Причем даже на большом удалении от Солнца действует это правило, вклад Солнца в траекторию небесных тел превышает вклады других планет. Изложенные факты являются следствием предложенной теории и не могут быть получены из рассмотрения численного интегрирования. Нужно сказать, что вклад Солнца в траекторию небесных тел ограничивается Солнечной системой, по-видимому имеется граница действия гравитации.

Если величина $m_u = m_n$, то вклад начальной скорости (она соответствует положительной энергии парного взаимодействия) в скорость изменения положения тел будет уменьшен. Начальная скорость определяет скорость относительного движения двух тел, а скорость изменения положения тел рассматривается относительно неподвижного центра инерции.

При этом построенное решение подставить в вычисленные траектории планет $\mathbf{r}_0^k(s)-\mathbf{r}_0^n(s)$ и воспользоваться $\mathbf{R}^{kn}=\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n$, то получим $\mathbf{R}^{kn}=\mathbf{r}_0^k(s)-\mathbf{r}_0^n(s)$. В самом деле

$$\mathbf{r}_0^k(s)-\mathbf{r}_0^n(s)=\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\mathbf{R}^{kp}(s)-\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}\mathbf{R}^{np}(s)=$$

$$=\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}(\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^p)-\sum_{p=1}^{N}\frac{m_p}{\sum_{s=1}^{N}m_s}(\mathbf{r}^n-\mathbf{r}^p)=\mathbf{r}^k-\mathbf{r}^n=\mathbf{R}^{kn}$$

В случае положительной энергии менее массивного тела возможен гравитационный маневр, т.е. увеличение скорости малого тела и малое изменение скорости большого. Выведем формулу изменения скорости малого тела при гравитационном маневре. Если прицельное расстояние первого тела равно b, а скорость малого налетающего тела на бесконечности равна V, то направление на тело определяется

$$\cos\varphi=(\frac{p}{r}-1)/e.$$

Откуда для эксцентриситета больше единицы имеем разность направлений на бесконечности

$$\Delta\varphi=2\arccos\frac{-1}{e}=\pi-2\arcsin\frac{1}{e}.$$

Где имеем определение параметров

$$e=\sqrt{1+\frac{2EL^2}{mG^2M^2m^2}}=\sqrt{1+\frac{b^2V^4}{G^2M^2}},L=mbV,E=mV^2/2.$$

Откуда для угла отклонения имеем формулу $\alpha = \pi - \Delta\varphi = 2\arcsin\frac{1}{\sqrt{1+\frac{b^2V^4}{G^2M^2}}}$

. Так как орбитальный момент остался неизменен, проекция скорости налетающей частицы на направление налета остается неизменной на бесконечности радиуса, значит скорость тела увеличится на величину

$$\Delta V = V(\frac{1}{\cos\alpha} - 1) = V(\frac{1}{\sqrt{1-4\sin^2\alpha/2\cos^2\alpha/2}} - 1) =$$

$$= V(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{4G^2M^2}{G^2M^2+b^2V^4}\sqrt{1-\frac{G^2M^2}{G^2M^2+b^2V^4}}}} - 1) = V\alpha^2/2 = 2V\frac{G^2M^2}{b^2V^4}; bV^2 >> GM$$

Для получения значительного вклада в гравитационный маневр, прицельное расстояние должно быть не велико. При условии $\frac{G^2M^2}{G^2M^2+b^2V^4} = 0{,}29848414$ получаем увеличение скорости в величину 15303. При более точном вычислении этого параметра сказываются релятивистские эффекты.

При этом в силу эквивалентности пространства и времени в разных системах отсчета, для времени k тела справедливо

$$t^k = \frac{dt^k(0)}{ds}s + t^k(0) + T_0^k(s) - \frac{dT_0^k(0)}{ds}s - T_0^k(0); T_0^k(s) = \sum_{n=1}^{N}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s}t^{kn}(s),$$

Где величина собственного времени вспомогательной задачи взаимодействия двух тел $t^{kn}(s)$ определяется по формуле

$$t^{kn} = \int_0^s ds\sqrt{1+[\frac{dr(s)}{ds}]^2/g_{00} + r^2(s)\{[\frac{d\theta(s)}{ds}]^2 + \sin^2\theta(s)[\frac{d\varphi(s)}{ds}]^2\}}/\sqrt{g_{00}},$$

где величина s соответствует метрическому интервалу. При этом центр тяжести оказывается релятивистки инвариантным, и задача решена приближенно в релятивистском случае.

При описании движения нуклонов, находящихся в ядре атома и вращающихся электронов, необходимо задать силу притяжения нуклонов, и получим малый радиус ядра, так как радиус нуклона определяется массой нуклона, а нуклоны взаимодействуют между собой с малым радиусом. Взаимодействием электронов между собой пренебрегаем, так как они отталкиваются друг от друга, т.е. образуют свободные частицы при большом времени взаимодействия и это парное взаимодействие учитывать не надо. Нуклоны притягиваются, образуя центрально симметричное поле и их взаимодействие надо учитывать. При этом притягивающиеся силами сильного взаимодействия протоны, создадут потенциальный барьер, преодолеть который можно только при комплексной скорости.

Задача о движении двух тел в центрально симметричном поле сводится к задаче об относительном движении тела. При этом необходимо определить только относительное движение двух тел.

Докажем, что полученная траектория движения удовлетворяет уравнению движения, для чего возьмем вторую производную от формулы (1.8), получим

$$\frac{d^2\mathbf{r}^k}{d\tau^2} = \sum_{n=1}^{N} \frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N} m_s} \frac{d^2\mathbf{R}^{kn}}{d\tau^2} = -G \sum_{n=1, n\neq k}^{N} \frac{m_n \mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3}$$

Используя равенство $\mathbf{R}^{kn} = \mathbf{r}^k - \mathbf{r}^n$, получим уравнение движения

$$\frac{d^2\mathbf{r}^k}{d\tau^2} = -G \sum_{n=1, n\neq k}^{N} \frac{m_n \mathbf{R}^{kn}}{|\mathbf{R}^{kn}|^3} = -G \sum_{n=1, n\neq k}^{N} \frac{m_n(\mathbf{r}^k - \mathbf{r}^n)}{|\mathbf{r}^k - \mathbf{r}^n|^3}.$$

Т.е. доказано, что траектории отдельных тел, вычисленные с помощью парных траекторий, удовлетворяют уравнению движения. Кроме того, полученная формула для траектории отдельных взаимодействующих тел удовлетворяет начальным условиям и значит, задача N тел по определению траекторий взаимодействующих тел сводится к определению парных траекторий пары тел, которая может быть решена аналитически.

При этом необходимо определять плоскость, в которой происходит движение пары тел. Т.е. необходимо задавать момент инерции системы пары тел в центрально симметричном поле и энергию тела по начальным условиям. Кроме того, решение содержит две константы соответствующие начальным условиям радиуса и угла траектории пары тел, итого решение зависит от 4 констант, причем движение в одной плоскости, т.е. начальные условия это две проекции скорости и две начальные координаты. Задача упрощается в случае поля тяготения Ньютона или силы притяжения Кулона, когда движение периодично и осуществляется либо по эллипсу, либо по гиперболе.

В самом деле, при движении по эллипсу координаты описывают траекторию (см. [8] §15), лежащую в одной плоскости

$$r = a(1 - e\cos\xi) = a_0 n_{kn}^2 (1 - \sqrt{1 - \frac{l_{kn}(l_{kn}+1)}{n_{kn}^2}} \cos\xi_{kn}).$$

где e эксцентриситет эллипса, который считается по формуле $e = \sqrt{1 + \frac{2EM^2}{m\alpha^2}} = \sqrt{1 - \frac{l(l+1)}{n^2}}, U = -\frac{\alpha}{r}, \alpha = Gm_1 m_2, m = m_1 m_2 / \sum_{s=1}^{N} m_s,$ $a = \frac{\alpha}{2|E|} = a_0 n^2$ большая полуось. Где величина E это полная энергия тела и величина M это момент инерции тела. Причем взаимодействует одна частица с другой, т.е. заряд каждой частицы равен единице.

В случае гиперболических траекторий имеем изменение радиуса

$$r = a(e\cosh\xi - 1) = a_0 n_{kn}^2 (\sqrt{1 - \frac{l_{kn}(l_{kn}+1)}{n_{kn}^2}} \cosh\xi_{kn} - 1)$$

При этом угол ξ определяется из равенства

$$t = \sqrt{\frac{ma^3}{\alpha}}(\xi - e\sin\xi) = \frac{\hbar a_0 n_{kn}^3}{e^2}(\xi_{kn} - \sqrt{1 - \frac{l_{kn}(l_{kn}+1)}{n_{kn}^2}} \sin\xi_{kn}).$$

Плоскость парной траектории можно определить по начальным условиям для движения каждого тела.

В результате вычисления парных траекторий получим следующие безразмерные координаты

$$R_{kn}/a_0 = n_{kn}^2(1-\sqrt{1-\frac{l_{kn}(l_{kn}+1)}{n_{kn}^2}}\cos\xi_{kn}).$$

При этом траектория всех тел запишется в виде

$$y_{10}^k = \sum_{n=1}^{Z}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s}R^{kn}(\xi_{kn})\sin\theta_{kn}\sin\varphi_{kn}$$

$$y_{20}^k = \sum_{n=1}^{Z}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s}R^{kn}(\xi_{kn})\sin\theta_{kn}\cos\varphi_{kn}\ .$$

$$y_{30}^k = \sum_{n=1}^{Z}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s}R^{kn}(\xi_{kn})\cos\theta_{kn}$$

При этом для каждой плоскости вращения тела надо задать угол φ_{kn} пересечения с плоскостью y_{10}^k, y_{20}^k. Кроме того, в плоскости, перпендикулярной направлению пересечения надо задать угол θ_{kn}, определяющий наклон плоскости вращения относительно плоскости y_{10}^k, y_{20}^k. Кроме этих квантовых чисел парное взаимодействие будут характеризовать углу $\varphi_{kn}, \theta_{kn}$.

Кроме того, можно ввести инварианты вращения

$$y_{10}^k = -\sum_{n=1}^{Z}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s}n_{kn}^2\sqrt{1-\frac{l_{kn}(l_{kn}+1)}{n_{kn}^2}}\cos\xi_{kn}\sin\theta_{kn}\sin\varphi_{kn}$$

$$y_{20}^k = -\sum_{n=1}^{Z}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s}n_{kn}^2\sqrt{1-\frac{l_{kn}(l_{kn}+1)}{n_{kn}^2}}\cos\xi_{kn}\sin\theta_{kn}\cos\varphi_{kn}\ .$$

$$y_{30}^k = -\sum_{n=1}^{Z}\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s}n_{kn}^2\sqrt{1-\frac{l_{kn}(l_{kn}+1)}{n_{kn}^2}}\cos\xi_{kn}\cos\theta_{kn}$$

Эти квантовые числа равны $\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s} n_{kn}^2 \sqrt{1 - \frac{l_{kn}(l_{kn}+1)}{n_{kn}^2}} \begin{cases} \sin\theta_{kn}\sin\varphi_{kn} \\ \sin\theta_{kn}\cos\varphi_{kn} \\ \cos\theta_{kn} \end{cases}$.

Возводя этот член в квадрат и суммируя постоянную часть, получим следующий постоянный инвариант

$$\sum_{n=1}^{Z} \left(\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s}\right)^2 n_{kn}^2 [n_{kn}^2 - l_{kn}(l_{kn}+1)]/2 .$$

При этом инвариантные величины имеют значение

$$n_{10}^k = \sum_{n=1}^{Z} \frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s} n_{kn}^2 \sin\theta_{kn}\sin\varphi_{kn}$$

$$n_{20}^k = \sum_{n=1}^{Z} \frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s} n_{kn}^2 \sin\theta_{kn}\cos\varphi_{kn} .$$

$$n_{30}^k = \sum_{n=1}^{Z} \frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s} n_{kn}^2 \cos\theta_{kn}$$

При этом выскажем предположение, что энергия k тела определяется постоянной частью траектории вращения, и равна

$$E_k = -\frac{Z^2 m_k e^4}{2\hbar^2 [\sum_{n=1}^{N} \frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s} n_{kn}^2 \pm \sqrt{\sum_{n=1}^{Z} \left(\frac{m_n}{\sum_{s=1}^{N} m_s}\right)^2 [n_{kn}^4 - n_{kn}^2 l_{kn}(l_{kn}+1)]/2}]}$$

при взаимодействии электрона с электроном не учитывается в силу его малости и неизвестности главного квантового числа. При этом описывается вращение и ядра. Второй член в знаменателе описывает дисперсию первого члена, и равен нулю при квазиклассическом описании движения $l_{kn} \to \infty$. В случае конечного значения l_{kn} этот член не равен нулю и описывает дисперсию основного члена, причем при одном внешнем электроне дисперсия равна нулю.

Получим постоянную величину орбитального момента системы

$$\sum_{n=1}^{N}\ (\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N} m_s})^2 n_{kn}^2 l_{kn}(l_{kn}+1)] = n_k^2 l_k(l_k+1)\,, \qquad (1.9)$$

и значение орбитального числа l_k, равного

$$l_k = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \sum_{n=1}^{Z}\ (\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N} m_s})^2 l_{kn}(l_{kn}+1) n_{kn}^2 / n_k^2}$$

$$n_k^2 = \sum_{n=1}^{Z}\ \frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N} m_s} n_{kn}^2 \pm \sqrt{\sum_{n=1}^{Z}\ (\frac{m_n}{\sum\limits_{s=1}^{N} m_s})^2 [n_{kn}^4 - n_{kn}^2 l_{kn}(l_{kn}+1)]/2} = .$$

$$= \frac{Z}{A} n^2 \pm \sqrt{\frac{Z}{2A^2} n^2 [n^2 - l(l+1)]} = \frac{Z}{A} n^2 \{1 \pm \sqrt{\frac{1}{2Z}[1 - \frac{l(l+1)}{n^2}]}\}$$

При этом энергия системы равна

$$E_k = -m_e c^2 [\frac{(Z\alpha)^2}{2n_k^2} + \frac{(Z\alpha)^4}{2n_k^3}(\frac{1}{l_k+1} - \frac{3}{4n_k})].$$

Эта формула в случае одной частицы переходит в формулу квантовой механики для одной частицы

Вычислим по этому алгоритму энергию атома гелия. Главное квантовое число для обоих электронов равно 1. Орбитальное квантовое число равно $l_{kn} = 0$. Вклад взаимодействия двух протонов с электроном в главное квантовое число равен $n_k^2 = 1 \pm 1/2$, вклад взаимодействия электронов между собой $\frac{m_e}{2m_p + 2m_e}$ и он имеет малое значение. Итого получаем энергию равной $E_k = -Z^2/2n_k^2 = -2/(1 \pm 1/2) = (-1.33, -4)$ ат. ед. при экспериментальном значении -2.9 ат. ед. Метод самосогласованного поля при сложных вычислениях определяет энергию электронов гелия в основном состоянии -2.75 ат. ед.

При ядре, состоящем из многих нуклонов, главное квантовое число отдельного электрона равно

$$n_k^2 = \frac{Z}{A} n^2 \{1 \pm \sqrt{\frac{1}{2Z}[1 - \frac{l(l+1)}{n^2}]}\} = \frac{Z}{A} n^2 \{1 \pm \sqrt{\frac{1}{2Z}[\frac{n_r}{l+1} + \frac{n_r+1}{l} + O(\frac{n_r^2}{l^2})]}\},$$

где величина орбитального момента системы определяется по формуле (1.9). При условии $l \to \infty$ дисперсия равна нулю. Дисперсия мала и при большом заряде ядра. При этих условиях формула определяет энергию состояния без дисперсии. Причем в случае атома гелия среднеквадратичное отклонение суммируется со средним значением. Среднее значение соответствует круговой орбите. Но в случае множества частиц они двигаются по сумме эллиптических орбит.

Измеренное главное квантовое число для каждой частицы многоэлектронного атома имеет фиксированное значение. Но оно может иметь диапазон значений для каждой частицы, связанный с перераспределением собственной энергии между различными частицами в разные моменты времени. При этом энергия взаимодействия между электронами может иметь диапазон отрицательной энергии. При учете взаимодействия электрона с электроном появляется скачкообразным образом положительная энергия парного взаимодействия двух электронов и гиперболическая орбита с $n_{kn}^2 = -\frac{1}{k^2 a_0^2}$ см. [7] §36. При этом изменяется эксцентриситет и изменение положительного безразмерного радиуса выглядит следующим образом $R = \frac{m_e}{(2m_p + 2m_e)k^2 a_0^2}(e\cos\xi - 1)$. Т.е. электроны могут находиться в интервале радиуса $R \in [0, \frac{(e-1)m_e}{(2m_p + 2m_e)k^2 a_0^2}], e > 1$. После скачка энергии радиус останется неизменным, откуда определится фаза радиуса, но она должна быть больше чем далее вычисленное ξ_0. Причем электроны сближаются согласно парным траекториям, что следует из уравнения изменения радиуса. Отрицательная сила их сближающая равна разности между малой отрицательной и большой положительной энергией, т.е. производной с обратным знаком. В дальнейшем сила взаимодействия между двумя электронами станет положительной отталкивающей $F = -\frac{\partial U}{\partial r} = e^2 / r^2$. Когда они сблизились и произошло столкновение между электронами, в момент столкновения происходит перестройка решения, из косинуса, решение переходит в гиперболический косинус с мнимой фазой. При дальнейшем увеличении времени $\xi > \arccos(1/e) = \xi_0$ так как радиус может стать отрицательным надо использовать формулу

$$R = \frac{m_e}{(2m_p + 2m_e)k^2 a_0^2}[e\cosh(\xi - \xi_0 + i\xi_0) - 1], \cosh i\xi_0 = 1/e; \xi \geq \xi_0 .$$

При этом имеем непрерывную функцию $R(\xi_0) = 0$, описывающую столкновение. Параболическая траектория определяет $\xi_0 = 0$. Причем для непрерывного перехода от формулы для круговой траектории, эллиптической траектории, переходящей в гиперболическую траекторию, гиперболическая траектория имеет комплексный радиус. При этом радиус гиперболической траектории будет иметь вид

$$R = \frac{m_e}{(2m_p + 2m_e)k^2 a_0^2}[e\cosh(\xi - \xi_0)\cos\xi_0 + ie\sinh(\xi - \xi_0)\sin\xi_0 - 1\} .$$

Так как мнимая часть этой величины сравнима с действительной частью, это означает, что среднеквадратичное отклонение, равное мнимой части, близко к среднему значению и частица колеблется между средним значением и отклонением. При параболической траектории имеем

$$r = \frac{p}{2}(1 + \eta^2), t = \sqrt{\frac{mp^3}{e^2}}\frac{\eta}{2}(1 + \frac{\eta^2}{2}); \eta \in [-\infty, \infty]; p = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{me^2} = a_0 l(l+1) .$$

Но это произойдет через длительное время. Электроны удалятся на расстояние 10 атомов бора за время $t = \frac{l(l+1)}{e}\sqrt{5m_p a_0^3} = l(l+1)\sqrt{\frac{5m_p}{m_e}}\tau$, где величина τ

характерное время квантовой механики. Т.е. частица удаляется от центра атома, не образуя дисперсию координаты.

Если учесть парное взаимодействие электронов, то они удалятся один от другого за длительное время в случае если их энергия взаимодействия равна нулю. Парные электроны должны разбегаться по гиперболическому косинусу, а совокупность электронов по другой зависимости, учитывающая притяжение электронов к ядру. Если энергия взаимодействия двух электронов положительна, то невозможно предсказать расстояние между электронами, оно колеблется в широких пределах. При этом через некоторое время электрон одного атома, назовем его атомом А, перейдет в другой атом В, а электрон другого атома В перейдет в атом А, т.е. произойдет обмен электронов между разными атомами. Изменение радиуса объема, занятого мигрирующей частицей происходит за характерное время на характерное расстояние со скоростью света $\tau = \frac{a_0}{c}$. Этот обмен длится характерное время квантовой механики, умноженное на куб отношения характерного размера макросистемы на характерный размер микромира – радиус Бора $\tau\sqrt{\frac{m_p}{2m_e}}(\frac{a}{a_0})^3 = 3\cdot 10^{29}\tau = 3\cdot 10^{11} s = 3\cdot 10^4\, year$, после чего электроны начинают покидать атомы тела, и материал радиусом 10см разрушается.

При этом зависимость от времени имеет вид (добавляется еще два квантовых числа)

$$\frac{te^2\sqrt{2}}{\hbar a_0 n_{kn}^3} = \xi_{kn} - \sqrt{1 - \frac{l_{kn}(l_{kn}+1)}{n_{kn}^2}}\sin\xi_{kn}$$

При этом имеем $4N^2 + N$ аргументов квантовых чисел $n_{kn}, l_{kn}, \theta_{kn}, \varphi_{kn}, m_n$.

При этом точность не релятивистского приближения равна по порядку величины $V^2/c^2 = 10^{-8}$ для планеты Земля, скорость движения которой равна $V = 2.9\cdot 10^4\,\mathrm{m/sec}$.

Гамильтониан с релятивистской поправкой относительного движения двух тел при исключенном движении системы как целого, равен (см. [9], §65, задача 2).

$$H = \frac{p^2}{2}\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right) - \frac{\gamma m_1 m_2}{r} - \\ - \frac{p^4}{8c^2}\left(\frac{1}{m_1^3}+\frac{1}{m_2^3}\right) - \frac{\gamma}{2c^2 r}[p^2 + (\mathbf{p},\mathbf{n})^2].$$

Причем учет релятивисткой поправки к значению гамильтониана приводит к относительной погрешности, равной $\frac{p^2}{8c^2}\left[\frac{m_2}{m_1^2(m_1+m_2)}+\frac{m_1}{m_2^2(m_1+m_2)}\right]$,

$\frac{\gamma m_1 m_2}{2c^2(m_1+m_2)r}(1+\cos^2\theta), \cos\theta = (\mathbf{p},\mathbf{n})/p$.

При этом зная уравнение траектории, можно определить условия столкновения двух тел, траектория каждого из которых задается уравнением

$$\mathbf{r}^k(\tau) = \mathbf{R}_0^k(\tau).$$

Так как направление начальных условий для данной задачи многих частиц можно выбрать из условия равенства нулю стационарной фазы, можно определить 1 относительных направлений скоростей двух тел, лежащих в одной плоскости, и 3 координаты точки столкновения. При этом имеется три условия совпадения координат, которые сводятся к двум независимым уравнениям, и двух условиях метода стационарной фазы в этой точке, итого 4 уравнения и 4 неизвестных.

Предлагаемая задача определения траектории N тел справедлива для любого центрально-симметричного взаимодействия парных тел, только парное движение будет определяться не по эллипсу, а по более сложной неявно заданной кривой в одной плоскости

Для определения парной траектории двух частиц сведем задачу к движению одной частицы в центрально симметричном поле потенциала ядра. Для этого воспользуемся уравнением Гамильтона-Якоби

$$g^{ik}\frac{\partial S}{\partial x^i}\frac{\partial S}{\partial x^k}-m^2c^2=0.$$

В силу того, что движение происходит в одной плоскости $\theta=\pi/2$, запишем уравнение Гамильтона – Якоби

$$\frac{1}{g_{00}}(\frac{\partial S}{cdt})^2-g_{00}(\frac{\partial S}{\partial r})^2-\frac{1}{r^2}(\frac{\partial S}{\partial\varphi})^2-m^2c^2=0. \qquad (1.10)$$

Ищем величину S в виде

$$S=-E_0t+M\varphi+S_r(r). \qquad (1.11)$$

С постоянной энергией E_0 и моментом импульса M. Подставим (1.11) в (1.10), получим

$$S_r(r)-S_r(r_{\min})=\int\limits_{r_{\min}}^{r}\frac{1}{g_{00}}[\frac{E_0^2}{g_{00}^2c^2}-(m^2c^2+\frac{M^2}{r^2})/g_{00}]^{1/2}dr \qquad (1.12)$$

Зависимость радиуса от времени определяется из формулы $\frac{\partial S}{\partial E_0}=const$

$$t-t_{\min}=\int\limits_{r_{\min}}^{r}\frac{E_0}{g_{00}^3c^2}[\frac{E_0^2}{g_{00}^2c^2}-(m^2c^2+\frac{M^2}{r^2})/g_{00}]^{-1/2}dr.$$

Траектория определяется уравнением $\frac{\partial S}{\partial M}=const$

$$\varphi-\varphi_{\min}=\int\limits_{r_{\min}}^{r}\frac{M}{g_{00}^2r^2}[\frac{E_0^2}{g_{00}^2c^2}-(m^2c^2+\frac{M^2}{r^2})/g_{00}]^{-1/2}dr$$

При этом электроны, вращаясь в атоме, неизбежно через длительное время столкнутся с ядром согласно предлагаемой теории. При этом электрон взаимодействует с протоном, образует нейтрон и нейтрино $pe^-\to n\nu_e$, а нейтрон, взаимодействуя с нейтрино, распадается на протон и электрон $\nu_e n\to pe^-$, приходя к равновесию между этими двумя реакциями. Но надо сказать, что сечение взаимодействия этих двух реакций очень малое, нейтрино почти не взаимодействует с веществом, а совпадение траекторий электрона и центра взаимодействия очень редкое, как и столкновение частиц солнечной системы. Если две частицы при своем движении не могут пересечься, то уже для трех частиц, возможно, что электрон столкнется с ядром, что следует из проведенного решения уравнения движения.

Отметим, что вычисленные траектории взаимодействующих тел являются стационарными. В случае излучения энергии взаимодействующими телами, их энергия, так и траектория изменятся.

Литература

1. *Г.А. Чеботарев* Аналитические и численные методы небесной механики. М.: «Наука», 1965г., 368с.
2. *М.Ф. Субботин* Введение в теоретическую астрономию. М.: «Наука», 1978г., 1968г.
3. *Г.Н. Дубошин* Небесная механика. Аналитические и качественные методы. М.: «Наука»,1978г., 456с.
4. *А.П. Маркеев* Точки либраций в небесной механике и космодинамике. М.: «Наука», 1978г., 312с.
5. *Д. Брауэр, Дж. Клеменс.* Методы небесной механики. М.: «Мир», 1964г., 516с.
6. *Якубовский Е.Г.* ЧАСТИЦЫ ВАКУУМА, ОПИСЫВАЮЩИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ПОЛЯ Реферативный журнал «Научное обозрение» 2016, т.2, стр.58-80, http://science-review.ru/abstract/pdf/2016/2/662.pdf
7. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика Нерелятивистская теория т.III, Наука, М.,1989г., 768с.
8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика т.I, Наука, М.,1965г., 294с.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля т.II, Наука, М.,1973г., 504с.
10. *Якубовский Е.Г.* Отклонение гравитационного поля Солнца «Энциклопедический фонд России», 2019, 7 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1602107903.pdf