# Независимые уравнения ОТО – это собственные значения тензора Риччи, равные собственным значениям тензора энергии-импульса

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Нелинейные уравнения в частных производных имеют особенности, отличные от линейных уравнений. В частности, нелинейные уравнения могут иметь счетное количество решений. Уравнение Шредингера связано с нелинейным уравнением Навье-Стокса и поэтому является нелинейным. Другая особенность нелинейных уравнений, количество неизвестных должно быть не больше количества аргументов. Наличие счетного количества ветвей решения и соответствие неизвестных и аргументов доказано в тексте статьи. Но уравнение ОТО содержит 10 компонент неизвестных метрического тензора при 4 аргументах. Это непорядок. На самом деле все решения уравнения ОТО приводятся к 4 независимым неизвестным. В общем случае независимыми неизвестными являются диагональные значения метрического тензора. Независимыми уравнениями являются собственные значения тензора Риччи. Собственные векторы определяются по тензору энергии-импульса. Или используется вакуумное решение, когда собственные векторы не нужны. Отмечу что решение Шварцшильда содержит диагональный метрический тензор. «В литературе нет конструктивного аналитического вывода метрики Керра, адекватного его физическому смыслу, и даже прямая проверка этого решения уравнений Эйнштейна связана с громоздкими вычислениями». Цитата из ЛЛ2. Не диагональный член метрики Керра связан с компонентой тензора $g_{t\varphi}$ и как показано в статье может быть сделан диагональным.

Существование счетного количества ветвей решения – общее свойство нелинейных уравнений в частных производных. Докажем это. Допустим имеем нелинейное уравнение в частных производных. Подставим в него решение в виде $U=\sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(q_1,...,q_N)$, умножим на величину $\varphi_n(q_1,...,q_N)$ и проинтегрируем по координатам, получим систему нелинейных уравнений

$$F_n(c_1,...,c_\infty)=0; n=1,...,\infty$$

Найдем частное решение этого уравнения и представим решение в виде $c_k = c_{k0}+\alpha_k$. Тогда получим уравнение относительно поправки

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_{nk}(\alpha_1,...,\alpha_\infty)(c_k-c_{k0})=\sum_{k=1}^{\infty} a_{nk}(\alpha_1,...,\alpha_\infty)\alpha_k=0, n=1,...,\infty$$

Для существований не нулевого решения этого уравнения, надо чтобы его определить равнялся нулю. Первое значение нулевого определителя определится из условия $|a_{nk}(\alpha,...,\alpha)|=0$. Откуда получим решение, с точностью до множителя. Этот комплексный множитель определим из условия равенства нулю определителя. В результате итераций получим счетное количество значений коэффициента $\alpha_k, k=1,...,\infty$. Получается счетное количество решений нелинейного уравнения в частных производных. Значит действие можно представить в виде $S(U)-S(U_n)=0$. Получается нелинейное уравнение по определению решения. Оно имеет основное решение $U=U_n$ и счетное количество других возможно комплексных решений. Также справедливо и N равенств в случае если решение вектор. Причем все компоненты вектора переменные функции такого же количества переменных что и размерность вектора. Имеем систему N уравнений по определению неизвестных решений $\frac{\partial S(U_1,...,U_N)}{\partial x_k}=\frac{\partial S(U_{1n},...,U_{Nn})}{\partial x_k}$, тогда все функции определятся, как и более старшие производные. Т.е. в уравнениях в частных производных размерность неизвестной функции должна быть не больше размерности независимых аргументов.

Уравнение общей теории относительности имеет 10 неизвестных зависящих от 4 аргументов. Это непорядок. Но определяются диагональные элементы метрического тензора. Независимыми неизвестными являются диагональные значения метрического тензора. На самом деле уравнение общей теории относительности содержит 4 независимых собственных значения тензора Риччи, а собственные векторы определяются по тензору энергии-импульса. Или же решение вакуумное и тогда собственные векторы не нужны. Пример решения уравнения ОТО в такой постановке см. [1].

Не диагональный элемент метрики Керра может быть сделан диагональным

$$(1-\frac{r_g r}{\rho^2})c^2 dt^2 + \frac{2r_g r}{\rho^2} ac\sin^2\theta d\varphi dt = [1-\frac{r_g r}{\rho^2}(1-\frac{2a\omega_\varphi \sin^2\theta}{c})]c^2 dt^2; \frac{2a\,|\,\omega_\varphi\,|\sin^2\theta}{c} < 1$$

Количество уравнений соответствует количеству независимых потенциалов, единого электромагнитного, гравитационного или звукового потенциала. Единое поле содержит единый потенциал, заряд и единая скорость возмущения см. [2]. Метрический тензор имеет значение

$$\lambda_0 = 1 + 2\frac{qA_0}{mc^2} + (\frac{qA_0}{mc^2})^2[1 + F_0(\frac{qA_0}{mc^2}, \frac{qA_1}{mc^2}, \frac{qA_2}{mc^2}, \frac{qA_3}{mc^2})]$$

$$\lambda_1 = -1 - \frac{qA_l V^l}{mc^3} + (\frac{qA_1}{mc^2})^2[1 + F_1(\frac{qA_0}{mc^2}, \frac{qA_1}{mc^2}, \frac{qA_2}{mc^2}, \frac{qA_3}{mc^2})]$$

$$\lambda_2 = -1 - \frac{qA_l V^l}{mc^3} + (\frac{qA_2}{mc^2})^2[1 + F_2(\frac{qA_0}{mc^2}, \frac{qA_1}{mc^2}, \frac{qA_2}{mc^2}, \frac{qA_3}{mc^2})]$$

$$\lambda_3 = -1 - \frac{qA_l V^l}{mc^3} + (\frac{qA_3}{mc^2})^2[1 + F_3(\frac{qA_0}{mc^2}, \frac{qA_1}{mc^2}, \frac{qA_2}{mc^2}, \frac{qA_3}{mc^2})]$$

Данное решение получается из определения собственных значений у матрицы

$$\begin{Vmatrix} 1-\lambda+2\frac{qA_0}{mc^3}+(\frac{qA_0}{mc^2})^2 & 2\frac{qA_1}{mc^2}+\frac{qA_0}{mc^2}\frac{qA_1}{mc^2} & 2\frac{qA_2}{mc^2}+\frac{qA_0}{mc^2}\frac{qA_2}{mc^2} & 2\frac{qA_3}{mc^2}+\frac{qA_0}{mc^2}\frac{qA_3}{mc^2} \\ 2\frac{qA_1}{mc^2}+\frac{qA_1}{mc^2}\frac{qA_0}{mc^2} & -1-\lambda+k_1 & \frac{qA_1}{mc^2}\frac{qA_2}{mc^2} & \frac{qA_1}{mc^2}\frac{qA_3}{mc^2} \\ 2\frac{qA_2}{mc^2}+\frac{qA_2}{mc^2}\frac{qA_0}{mc^2} & \frac{qA_2}{mc^2}\frac{qA_1}{mc^2} & -1-\lambda+k_2 & \frac{qA_2}{mc^2}\frac{qA_3}{mc^2} \\ 2\frac{qA_3}{mc^2}+\frac{qA_3}{mc^2}\frac{qA_0}{mc^2} & \frac{qA_3}{mc^2}\frac{qA_1}{mc^2} & \frac{qA_3}{mc^2}\frac{qA_2}{mc^2} & -1-\lambda+k_3 \end{Vmatrix}$$

$$k_p = -\frac{qA_l V^l}{mc^3} + (\frac{qA_p}{mc^2})^2$$

Это уравнение получается из интервала СТО

$$ds^2 = (\sqrt{1 - V^2 / c^2} + \frac{qA_l V^l}{mc^2})(\sqrt{1 - V^2 / c^2} + \frac{qA_l V^l}{mc^2})c^2 dt^2 =$$

$$= [g_{lk}^0 - (\delta_{lk} - \delta_{l0})\frac{qA_l V^l}{mc^3} + \delta_{k0}\frac{qA_l}{mc^2} + \delta_{l0}\frac{qA_k}{mc^2} + \frac{qA_l}{mc^2}\frac{qA_k}{mc^2}]dx^l dx^k$$

$$g_{lk}^0 = (1, -1, -1, -1)$$

## Литература


1. Якубовский Е.Г. Общее асимптотическое решение уравнения ОТО «Энциклопедический фонд России», 2020, 7 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1586465363.pdf
2. Якубовский Е.Г. Единая теория электромагнитного, звукового и гравитационного поля «Энциклопедический фонд России», 2020, 17 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1607640649.pdf