

Граница между корпускулярными и волновыми свойствами

Е.Г. Якубовский

e-mail yakubovski@rambler.ru

Аннотация

Для представления электромагнитной волны и элементарных частиц на основании свойств частиц вакуума, вычислена граница, когда частицы проявляют волновые или корпускулярные свойства. Оба эти свойства связаны с основой строения материи и электромагнитной волны, частицами вакуума, свойства которых и описаны в предлагаемой статье.

Глава 1. Свойства частиц вакуума

Данная теория является разновидностью теории струн. В ней вводятся три дополнительных измерения, мнимая часть свойств пространства. Причем при переходе к квантовой и классической механике влияние мнимой части пространства сокращается. Но мнимая часть размера и массы частиц вакуума указывает на колебание частицы с амплитудой, равной мнимой части, что соответствует теории струн. Но данная теория описывает частицы, размером меньше элементарных частиц, что не может сделать теория струн. При этом была учтена мнимая кинематическая вязкость вакуума, и для ее объяснения были построены частицы вакуума относительно одной из основных элементарных частиц – электрона. Но максимум энергии фотона при использовании электрона нашей области пространства не удовлетворяет всей энергии космического излучения электромагнитного поля электроном в атоме. Поэтому существуют области космического пространства, где роль электрона играет масса Планка. В этой области пространства все элементарные частицы имеют большую массу в величину отношения массы Планка к массе нашего электрона. Частицы вакуума строятся относительно

массы Планка, играющей роль массы электрона. Тогда они являются свойством всего пространства с константами Планка. Всего имеется ограниченное количество пространств с разной массой электрона. Это количество определяется количеством решений задачи по одной общей массе частиц вакуума определять массы сгруппированных элементарных частиц в разных областях пространства. Найдено каким частицам соответствуют параметры Планка, и какие свойства описывают. Найдено и применение массы Планка, действительно такие частица и античастица существуют в определенной области пространства. Для описания мнимой кинематической вязкости вакуума произошел переход в комплексное пространство, добавилось еще три мнимых измерения. Но при этом на соотношения квантовой механики это мнимое пространство не сказывается. Все как в теории струн, новые пространственные измерения существуют, но на уравнения квантовой и классической механики эти измерения не влияют. Отмечу, что частицы вакуума помогают получить новые решения квантовой механики, описывают решение уравнений квантовой механики [7], [8].

Опишем частицы вакуума как непрерывную среду, подчиняющуюся уравнению Навье – Стокса. Для модели разреженного газа с малой скоростью движения, моделирующей свойства вакуума, справедливо уравнение Навье - Стокса.

$$\frac{\partial V_l}{\partial t} + V_k \frac{\partial V_l}{\partial x_k} = - \frac{\partial p}{\rho \partial x_l} + \nu \Delta V_l.$$

Причем кинематическая вязкость вакуума считаем равной

$$\nu = i \frac{\hbar}{2m}. \quad (1)$$

При этом скорость потока мельчайших частиц вакуума равна $V_l = -\frac{i\hbar}{m}\nabla_l \ln \psi$, где ψ волновая функция системы. Решение уравнения

Навье – Стокса должно удовлетворять условию $\frac{\partial V_l}{\partial x_k} - \frac{\partial V_k}{\partial x_l} = 0, \text{rot } \mathbf{V} = 0$.

Покажем, что скорость частицы, описываемая законом движения Ньютона для жидкости, непосредственно связана с волновой функцией, описываемой квантовой механикой. Подставим это значение скорости в уравнение Навье – Стокса

$$\frac{\partial i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{m^2} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l} \frac{\partial \nabla \ln \psi}{\partial x_l} = \frac{i\hbar}{2m} \frac{\partial^2 i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi}{\partial x_l^2} + \nabla \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt.$$

Где интеграл берется вдоль линии тока частиц вакуума $V_k dt = dx_k$,

$\int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt = \int_{(x_1^0, x_2^0, x_3^0)}^{(x_1, x_2, x_3)} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} dx_k$. Причем частная производная от этого

интеграла вдоль линии тока, равна

$$\frac{\partial}{\partial x_l} \int_{(x_1^0, x_2^0, x_3^0)}^{(x_1, x_2, x_3)} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} dx_k = \frac{d}{V_l dt} \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt = \frac{\partial p}{V_l \rho \partial x^k} V_k = \frac{dp}{V_l \rho dt} = \frac{\partial p}{\rho \partial x^l}$$

Это уравнение можно записать в виде

$$\nabla \left[\frac{\partial i \frac{\hbar}{m} \ln \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{m^2} \left(\frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l} \right)^2 / 2 + \frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} - \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt \right] = 0.$$

Проинтегрируем градиент, получим

$$i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m^2} \left(\frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l} \right)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt = -\frac{\hbar^2}{2m^2} \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + U / m.$$

Умножим на массу $m \psi$, перенесем второй член в правую часть, получим

уравнение Шредингера, причем справедливо $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_l^2} = \psi \left[\frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + \frac{1}{\psi^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_l} \right)^2 \right]$

$$\begin{aligned}
i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \psi \left[\frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_i^2} + \frac{1}{\psi^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_i} \right)^2 \right] + \psi \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt = \\
&= -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i^2} + U \psi; U = m \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt
\end{aligned}$$

Т.е. для скорости частиц вакуума получено уравнение Шредингера, причем волновая функция этого уравнения связана со скоростью частиц

соотношением $V_l = -\frac{i\hbar}{m} \nabla \ln \psi$ или $\psi = c \exp(i \int m V_l dx_l / \hbar)$, где потенциал равен

$$U = -m \int_{t_0}^t \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} V_k dt = -m \int_{(x_1^0, x_2^0, x_3^0)}^{(x_1, x_2, x_3)} \frac{\partial p}{\rho \partial x^k} dx_k.$$

локальной плоской волны

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp[-i(E\Delta t - \mathbf{p}_0 \Delta \mathbf{r}) / \hbar] [1 + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^3].$$

Эта формула является решением уравнения Шредингера в окрестности точки

\mathbf{r}_0 и при подстановке ψ в этом виде в уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i^2} + U_0 \psi + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \psi$$

Получаем равенство

$$E \psi = \left[\frac{p_0^2}{2m} + U_0 + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \right] \psi$$

Это равенство сводится к тождеству $E = \frac{p_0^2}{2m} + U_0$. А величина скорости равна

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{p}_0}{m} + 0(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2 \text{ в окрестности точки } \mathbf{r}_0.$$

Вычислим скорость среды в атоме водорода

$$V_r = -i \frac{\hbar}{m} \left(\frac{\partial \ln R_{nl}}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) = -i \frac{\hbar}{m} \left(\sum_{n=1}^{n_r} \frac{1}{r - \alpha_n} + \frac{l+1}{r} - \frac{1}{n} \right)$$

При этом в комплексном пространстве, где могут одновременно существовать импульс и координата, энергия и время, мнимая часть которых удовлетворяет соотношению неопределенности, можно представить скорость

в виде $\frac{dr}{dt} = V_t$ и определить зависимость комплексного радиуса от времени и начальных условий. Но для этого надо знать волновую функцию, или потенциал для скорости. Что и делают на ускорителях элементарных частиц, приближенно определяют траекторию с ошибкой.

Для вычисления потока среды надо умножить скорость на плотность вероятности

$$R_{nl}^2 V_r = -i \frac{\hbar}{m} R_{nl}^2 \left(\frac{\partial \ln R_{nl}}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) = -i \frac{\hbar}{m} R_{nl}^2 \left(\sum_{n=1}^{n_r} \frac{1}{r - \alpha_n} + \frac{l+1}{r} - \frac{1}{r} \right)$$

Тогда особенность скорости устраняется и образуется непрерывный поток. Особенность потока уничтожается. При изменении квантового числа скорость изменяется медленно, а волновая функция быстро. Это приводит к тому, что возникает сингулярность и образуется квант электромагнитной энергии.

С математической строгостью доказано, что уравнение Шредингера является частным случае среды, описываемой уравнением Навье-Стокса с кинематической вязкостью $\nu = i \frac{\hbar}{2m}$. Мнимая кинематическая вязкость приводит к комплексному значению скорости, комплексной массе и комплексному размеру, частиц среды, описываемых уравнением Навье-Стокса.

В общем случае надо изучать среду с этими свойствами, и свойства этой среды являются обобщением свойств квантовой механики. Но в том то и состоит вся прелесть свойств частиц вакуума, что они описываются по законам классической физики в комплексном пространстве. И только после усреднения классических частиц вакуума в комплексном пространстве появляются квантовые свойства. Это подтверждается описанием их свойств уравнением Навье-Стокса при мнимой кинематической вязкости.

Кинематической вязкости вакуума ν , полученной из предположения (1) соответствует формула

$$\nu = i \frac{\hbar}{2m_\gamma} = \Lambda c / 3, \quad (2)$$

где получается, что длина свободного пробега Λ выражается через массу частицы вакуума (кинематическая вязкость газа равна $\nu = c\Lambda / 3$). При этом окажется, что вычисленная далее по тексту масса частицы вакуума равна $m_\gamma = 5.04 \cdot 10^{-98}$ g

$$\Lambda = \frac{3i\hbar}{2m_\gamma c},$$

что позволяет оценить длину свободного пробега, которая будет определена по массе частицы, равна величине $\Lambda = 9.09 \cdot 10^{59}$ см. Вакуум является разреженным газом с большой длиной свободного пробега и мнимой кинематической вязкостью.

Отметим, что виртуальные частицы вакуума не определяют кинематические свойства вакуума в силу связанного состояния. В случае их свободного состояния скорость и концентрация этих частиц мала, и они не участвуют в кинематической вязкости вакуума и в плотности вакуума. Я уже не говорю о том, что они не могут группироваться в элементарные частицы и поля.

При этом группируясь в элементарные частицы, плотность вакуума возрастает, мнимая кинематическая вязкость надо разделить на величину m_{pl} / m_γ , длина свободного пробега уменьшается, так как играет роль масса элементарных частиц, и он приобретает действительную кинематическую вязкость с малой длиной свободного пробега с учетом скорости возмущения. Длина свободного пробега в газах, жидкости и твердом теле разная. При этом в газах скорость возмущения равна скорости звука, а в жидкости и твердом теле скорости света. При этом формула для кинематической вязкости

$$\Lambda \langle V \rangle (1 - \alpha) / 3 + i\hbar \alpha / m, \alpha = \frac{\exp\left[-\frac{\hbar^2}{(m_{pl}\Lambda \langle V \rangle)^2}\right]}{\exp\left[-\frac{\hbar^2}{(m_{pl}\Lambda \langle V \rangle)^2}\right] + \exp\left[-\frac{(m_{pl}\Lambda \langle V \rangle)^2}{\hbar^2}\right]};$$

Для разреженного газа длина свободного пробега Λ велика и вязкость становится мнимой, для малой длины свободного пробега получаем действительную вязкость. При этом вязкость разреженного газа пропорциональна плотности, а для малой длины свободного пробега от плотности практически не зависит, так как длина свободного пробега обратно пропорциональна плотности. При этом скорость возмущения в газах равна скорости звука, а в твердых телах и в жидкости скорости света. В твердых телах и жидкости вместо длины свободного пробега надо использовать характерный размер см. [10].

Но мнимая кинематическая вязкость вакуума равна $\nu = i\hbar / (2m_\gamma) = i \frac{10^{-27}}{5.04 \cdot 10^{-98} 2} = 9.09 \cdot 10^{69} \text{ cm}^2 / \text{sec}$. Вязкость вакуума равна

$\mu = \rho_\gamma \nu = 9.09 \cdot 10^{40} \frac{\text{g}}{\text{cm sec}}$, что больше вязкости твердого тела. Где величина

$\rho_\gamma = 10^{-29} \text{ g} / \text{cm}^3$ плотность вакуума. Вязкость железа при температуре 30°C

равна $\mu = 14 \cdot 10^{10} \frac{\text{g}}{\text{cm sec}}$, см. [9], стр.37.

Используется для скорости движения возмущения средний квадрат этой скорости, который равен скорости света. Вакуум состоит из диполей, образованных частицей и античастицей с массой Планка.

При этом эта частица не стабильна, как и позитроний, что следует из его описания как водородоподобной системы, состоящей из электрона и его античастицы, позитрона. Но при энергии частицы с массой Планка, равной $4.54 \cdot 10^{-77} \text{ erg}$, эта частица является стабильной. Эта энергия частицы соответствует сближению частицы и античастицы массы Планка и образованию диполя.

При этом энергия этой частицы изменится, определяясь по формуле $e^2 l_\gamma / [r - (\mathbf{r}, \mathbf{V}) / c]^2$ вместо величины e^2 / r , следовательно, волновая функция этой частицы изменится и, судя по энергии покоя этой частицы, она в этом случае является стабильной частицей. При этом волновая функция вакуума

будет представлять одну частицу с малой массой, определенной из дальнейших описаний. Возможен предельный переход при условии $l_\gamma \rightarrow 0$, в отличие от энергии электрона, у которого радиус конечен.

Источником массы частицы и античастицы с массой Планка является его электрическая энергия, равная $m_{Pl}c^2 = e^2 / r_g$.

Предполагается, что за основу теории частиц вакуума взята элементарная частица, электрон. Но он не описывает полный спектр излучения электромагнитных волн. Существуют космическое излучение электромагнитных волн, фотоны которых имеют энергию 10^{22} эВ. Для описания таких энергий надо использовать вместо массы электрона, нашей области пространства, массу Планка. Тогда максимальная энергия равна $E = \frac{m_{Pl}e^4}{2\hbar^2} = \frac{m_{Pl}c^2}{2 \cdot 137^2} = 13.6 \cdot 2.2 \cdot 10^{-5+27} / 0.9 / \sqrt{137} = 2.84 \cdot 10^{22}$ эВ. Параметры Планка известны с точностью до коэффициента пропорциональности. Правильное значение постоянной Планка надо получить, разделив на корень из 137. В случае теории частиц вакуума надо вместо массы электрона использовать массу Планка. Тогда масса электрона сравнивается с зарядом электрона в одинаковых единицах $m_{Pl}\sqrt{G} = \sqrt{\hbar c / 137} = e$ и будут играть существенную роль гравитационное поле в микромире. Существует частица и античастица с массой Планка.

Существует и другое обоснование необходимости перехода к массам Планка см. [11]. Действующая сила со стороны ядра на частицы вакуума, образующие электрон, больше собственной силы частицы вакуума в случае если использовать в частицах вакуума массу электрона и меньше, если использовать массу Планка. Если использовать электрон и позитрон в качестве частицы вакуума, то под действием ядра свойства электрона изменятся и спектр атома водорода будет искажен.

По мере уменьшения потенциальной энергии этой частицы, частица и античастица с массой Планка сближаются на расстояние меньше их радиуса

r_{Pl} , компенсируя заряды, образуя диполь. По порядку величины, эту связь можно записать в виде $m_\gamma c^2 = e^2 l_\gamma / r_g^2$. Энергия этого диполя определяется по формуле

$$m_\gamma c^2 = eU_\gamma = e^2 \left(\frac{1}{r_{g+}} - \frac{1}{r_{g-}} \right) = e^2 \frac{r_{g-} - r_{g+}}{r_{g-} r_{g+}} = e^2 \frac{l_\gamma}{r_g^2}.$$

При этом волновые функции зарядов пересекаются, но между их центрами есть расстояние l_γ . При рассмотрении взаимодействия положительного заряда с диполем, заряд которого эквивалентен отрицательному, и притягивается к положительному заряду и имеем неравенство $r_{g-} > r_{g+}$, т.е. величина энергии в правой части равенства положительна. При взаимодействии с отрицательным зарядом, диполь становится положительным, приближается к отрицательному заряду, и значит, имеем неравенство $r_{g+} > r_{g-}$.

$$m_\gamma c^2 = eU_\gamma = e^2 \left(\frac{1}{r_{g-}} - \frac{1}{r_{e+}} \right) = e^2 \frac{r_{g+} - r_{g-}}{r_{g-} r_{g+}} = e^2 \frac{l_\gamma}{r_g^2}$$

При этом энергия диполя отрицательна, так как справедливо $m_\gamma c^2 - e^2 \frac{l_\gamma}{r_g^2} = 0$

Величину $r_\gamma = r_g$ назовем образующим радиусом диполя. В случае атома водорода образующий радиус состоит из двух разных диполей, диполя, образующего массой Планка и диполя образующего частицами вакуума с массой Планка. Средний эффективный радиус диполя равен $r_\gamma = \sqrt{r_g a_0}$, где a_0 это радиус Бора. По образующему радиусу диполя определяются эффективные свойства частиц вакуума по формулам (6),(8).

Объяснить введение образующего радиуса частицы вакуума можно следующим образом. Формула для потенциала мультипольного момента имеет вид

$$U_k = \frac{e^2 l^k}{R_0^{k+1}} P_k(\cos\chi).$$

При условии $k = 0$ эта формула описывает электромагнитное взаимодействие частицы и античастицы. Она является членами разложения потенциала

$$U = \frac{e^2}{|\mathbf{R}_0 - \mathbf{I}|} = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{e^2 l^k}{R_0^{k+1}} P_k(\cos \chi).$$

Формула для взаимодействия двух одинаковых мультиполей имеет вид

$$U_k = -\frac{e^2 l^k}{R_0^{k+1}} \sqrt{P_k(\cos \chi_1) P_k(\cos \chi_2)}$$

В случае частицы вакуума в атоме окружность, в которой расположены эти углы делится на k частей. Площадь каждой части составляет $1/k^2$ площади сферы. Итого имеем энергию взаимодействующих частиц вакуума надо умножить на величину $1/k^2$. Значит, имеем значение потенциала

$$\left(\sqrt{P_k(\cos \chi_1) P_k(\cos \chi_2)} = \frac{1}{k^2} \right)$$

$$U_k = -\frac{e^2 l^k}{k^2 R_0^{k+1}}.$$

Где энергия U_k соответствует энергии электрона в поле ядра атома.

Описание мультиполя с приближенной потенциальной энергий

$$\frac{e^2 l_\gamma^k}{k^2 r^{k+1}} \cong \frac{e^2}{k^2 r} \left(\frac{l_{\gamma k}}{a_0} \right)^k, \text{ можно представить, как величину заряда } e \sqrt{(l_\gamma / a_0)^k}$$

электрона, вращающегося в поле ядра с тем же зарядом. Радиус r_B , соответствующий радиусу Бора, полученный решением для атома водорода с таким зарядом $e \sqrt{(l_{\gamma k} / a_0)^k}$ ядра и электрона, равен

$$r_B = \frac{\hbar^2}{m_{Pl} e^2} \frac{m_{\gamma k}}{m_e} = \frac{\hbar^2}{m_{Pl} e^2} \left(\frac{a_0}{l_{\gamma k}} \right)^k \frac{m_{\gamma k}}{m_e} = 137^2 r_{Pl} \left(\frac{a_0}{l_{\gamma k}} \right)^k \frac{m_{\gamma k}}{m_e}.$$

Откуда энергия частицы вакуума, равна $\frac{e^2}{k^2 r_B} = \frac{e^2 l_{\gamma k}^k}{137^2 k^2 r_{Pl} a_0^k} \frac{m_e}{m_{\gamma k}} = \frac{m_e c^2}{137^2 k^2}$, где используем формулу (9)

$$\frac{l_{\gamma k}^k}{m_{\gamma k}} = \frac{c^2}{e^2} r_\gamma^{k+1}, \text{ где образующий радиус электронов в атоме водорода равен}$$

среднему геометрическому между радиусом Бора a_0 и электрическим радиусом массы Планка r_{Pl} , т.е. $r_\gamma = (a_0^k r_{Pl})^{\frac{1}{k+1}}$.

Потенциальная энергия диполя с вращающимся плечом определяется по формуле

$$E = \sqrt{\frac{e^2 \exp(i\theta)}{r^2} \frac{e^2 \exp(-i\theta)}{r^2}} = \frac{e^2}{r^2}$$

Представляя угол в экспоненциальной форме получим энергию диполя.

Определим размер мультиполя. Напряженность поля мультиполя частицы

вакуума равна $E = \frac{-(k+1)e l_{\gamma k}^k}{(r+i\lambda)^{k+2}}$. Электромагнитная масса мультиполя равна

$m_\gamma c^2 = \int_0^\infty \frac{E^2}{8\pi} 4\pi r^2 dr$. Значение электромагнитной массы электрона

$$\begin{aligned} m_{\gamma k} c^2 &= \int_0^\infty \frac{(k+1)^2 e^2 l_{\gamma k}^{2k}}{2(r+i\lambda)^{2k+4}} [(r+i\lambda)^2 - 2i\lambda(r+i\lambda) - \lambda^2] dr = \\ &= \frac{(k+1)^2 e^2 l_{\gamma k}^{2k}}{2} \left[-\frac{1}{(2k+1)(r+i\lambda)^{2k+1}} + \frac{2i\lambda}{(2k+2)(r+i\lambda)^{2k+2}} + \frac{(i\lambda)^2}{(2k+3)(r+i\lambda)^3} \right] \Big|_0^\infty = \\ &= \frac{e^2 (k+1)^2 l_{\gamma k}^{2k}}{2(i\lambda)^{2k+1}} \left[\frac{1}{2k+1} - \frac{1}{k+1} + \frac{1}{2k+3} \right] = \frac{e^2 (k+1) l_{\gamma k}^{2k}}{2(i\lambda)^{2k+1} (2k+1)(2k+3)} \end{aligned}$$

Значение электромагнитной массы частицы вакуума мнимое, как это следует из формулы (6). При этом размер частицы вакуума определяется по формуле

$$\lambda_k = \left[\frac{e^2 l_{\gamma k}^{2k} (k+1)}{2m_\gamma c^2 (2k+1)(2k+3)} \right]^{\frac{1}{2k+1}} / i = \left[\frac{r_\gamma^{k+1} l_{\gamma k}^k (k+1)}{2(2k+1)(2k+3)} \right]^{\frac{1}{2k+1}} / i \quad (3)$$

Размер частицы вакуума комплексный, что означает колебание или вращение с амплитудой, равной мнимой части размера. Получен новый результат, электромагнитный размер частицы вакуума зависит от новой константы, плеча мультиполя.

Где комплексная величина $l_{\gamma k}$ считается по формуле (8), и справедлива формула для образующей $r_\gamma = (a_0^k r_{Pl})^{\frac{1}{k+1}}$, где вместо a_0 используется величина радиуса Бора, или радиус кварка, или радиус массы Планка. Может

определяться радиусом частица или античастица. При упрощении выражения для радиуса частицы использовалась формула (3). При условии $k=0$ получаем радиус равный $\frac{e^2}{6im_p c^2}$. Модуль этого радиуса меньше границы применимости электродинамики $\frac{e^2}{m_p c^2}$, для частиц с массой Планка. Но в комплексной плоскости электродинамика остается справедливой, особенность потенциала устраняется.

Сечение образовавшейся частицы вакуума в системе центра инерции при образовании диполя, со средним расстоянием между частицами, равным величине l_γ , состоящего из частицы и античастицы с массой Планка «радиуса» $r_g = 1.35 \cdot 10^{-34} \text{ cm}$, равно по порядку величины

$$\sigma = \pi \lambda_k^2.$$

σ сечение образования пары частица античастица с массой Планка в виде мультиполя. В квантовой механике используется величина эффективного сечения $d\sigma$, которое зависит от углов, энергии массы и прочих свойствах частиц. Проинтегрированное значение эффективного сечения для элементарных частиц является одним числом в не релятивистском случае, а не функцией. Так полное сечение упругого рассеяния равно

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l$$

Парциальное сечение рассеяния представляется каждым членом этой суммы.

В ультрарелятивистском случае появляется зависимость сечения от энергии в случае элементарных частиц. Мнимый размер частиц вакуума, много больший плеча мультиполя l_{jk} нивелирует дипольные и мультипольные свойства частиц вакуума, превращая их в шарики с мнимым радиусом, характеризующих их колеблющиеся свойства. В случае частиц вакуума, комплексное значение сечения описывает колеблющуюся величину, что свойственно частицам вакуума и не отражено в эффективном сечении

элементарных частиц. Теории описывающей сечение рассеяния частиц вакуума не существует, поэтому используем первое приближение в виде комплексного размера, которое работает в случае нерелятивистских частиц. Но это первое приближение является достаточным для описания свойств частиц вакуума по классическим законам в комплексном пространстве см. комментарий на стр. 5.

Релятивистская формула рассеяния электронов и позитронов на электроне имеет вид

$$d\sigma = r_e^2 \frac{m^2 c^4 (\varepsilon^2 + \mathbf{p}^2 c^2)^2}{4 \mathbf{p}^4 c^4 \varepsilon^2} \left[\frac{4}{\sin^4 \theta} - \frac{3}{\sin^2 \theta} + \left(\frac{\mathbf{p}^2 c^2}{\varepsilon^2 + \mathbf{p}^2 c^2} \right)^2 \left(1 + \frac{4}{\sin^2 \theta} \right) \right] d\Omega, r_e = \frac{e^2}{mc^2}$$

При релятивистских скоростях площадь сечения рассеяния стремится к малой величине, так как имеется дисперсия скорости. При малых скоростях стремится к большой величине, так как имеется дисперсия скорости. Среднеквадратичное отклонение скорости, это мнимая часть скорости. Имеется комплексное эффективное значение радиуса электрона, которое совпадает с вычисленным комплексным радиусом электрона (3) и которое соответствует усреднению формулы для сечения рассеяния в комплексном пространстве. У импульса мнимое среднеквадратичное отклонение mc , учитывая модуль импульса, получим $\int_{mc^2}^{\infty} \frac{m^2 c^4 4\varepsilon^4}{4\varepsilon^6} d\varepsilon / mc^2 = 1$.

Параметры l_{jk} определятся из формулы (7), параметр $r_\gamma = \frac{e^2}{m_{\gamma p} c^2} = 1.35 \cdot 10^{-34} \text{ cm}$, причем эти параметры вычислены в случае массы Планка. В этом случае $m_{\gamma p} = m_{Pl}$ равно массе Планка.

Параметры l_{jk} определятся из формулы (8), параметр $r_\gamma = \frac{e^2}{m_{\gamma p} c^2}$, причем эти параметры вычислены в случае электрон, позитронной пары. В этом случае $m_{\gamma p} = m_{Pl}$ равно массе электрона или позитрона.

Значение концентрации определяем после вычисления массы частицы вакуума m_γ . Кроме того, нужно определить расстояния между частицей и античастицей с массой Планка в составе частицы вакуума l_γ .

Электромагнитный радиус массы Планка равен значению $r_{\text{пл}} = r_g = \hbar / 137 m_{\text{пл}} c = l_{\text{пл}} / \sqrt{137}$.

$$n = \frac{1}{4\sqrt{2}\sigma\Lambda} = \frac{m_{\gamma k} c}{6\sqrt{2}\pi\lambda_k^2 i\hbar} = \frac{m_{\gamma k} c}{-d_k (r_\gamma^{k+1} l_\gamma^k)^{2k+1} i\hbar} = \frac{\rho_\gamma}{m_{\gamma k}}$$

$$d_k = 6\sqrt{2}\pi \left[\frac{(k+1)}{2(2k+1)(2k+3)} \right]^{\frac{2}{2k+1}}; d_\infty = 6\sqrt{2}\pi$$

Откуда имеем

$$\left(\frac{c}{-\rho_\gamma i\hbar d_k} \right)^{\frac{2k+1}{2k}} \frac{m_{\gamma k}^{\frac{2k+1}{k}}}{r_\gamma^{\frac{k+1}{k}}} = l_{\gamma k} \quad (4)$$

При этом можно определить массу частицы вакуума, и значит величину размера мультиполя, образующего частицу вакуума

$$m_{\gamma k} c^2 = e^2 l_{\gamma k}^k / r_\gamma^{k+1} \quad (5)$$

Подставляя в (5) значение $l_{\gamma k}$ получим величину массы частицы вакуума m_γ

$$m_{\gamma k} = \left(-i\rho_\gamma r_\gamma^3 d_k \frac{\hbar}{c r_\gamma} \right)^{1/2} \left(-\frac{137 i \rho_\gamma r_\gamma^4 c^2 d_k}{e^2} \right)^{\frac{1}{4k}} =$$

$$= \left(-137 i \rho_\gamma r_\gamma^3 m_{\text{пл}} d_k \right)^{1/2} \left(-\frac{137 i d_k E_\gamma}{E_{\text{em}}} \right)^{\frac{1}{4k}} = m_{\text{пл}} \left(-i\rho_\gamma d_k / \rho_{\text{пл}} \right)^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4k}} \quad (6)$$

$$\rho_{\text{пл}} = m_{\text{пл}} / l_{\text{пл}}^3; E_{\text{em}} = m_{\text{пл}} c^2, r_\gamma = l_{\text{пл}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{137 c^3}}, m_{\text{пл}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{137 G}}, \rho_{\text{пл}} = \frac{137 c^5}{\hbar G^2}$$

Отметим что плотность вакуума входит в формулы с отрицательной мнимой единицей. Это означает, что плотность вакуума - это среднеквадратичное отклонение плотности при среднем нулевом значении. Плотность вакуума не постоянная, а колеблется относительно нулевого значения. При условии $k = 1$ фаза массы частицы вакуума равна $\arg m_\gamma = -3\pi/8$. Это значение фазы

частицы вакуума обеспечивает отношение действительной и мнимой части массы равное 2.41, при экспериментальном значении 2.55.

Масса частицы вакуума комплексная, что описывает темную энергию и темную материю.

Но как обеспечивается преобладание темной материи над темной энергией и наоборот. Взаимодействие диполя с мультиполем определяется равенством $m_1 m_k \exp(i\varphi_1 + i\varphi_k) = m_1 m_k [\cos(\varphi_1 + \varphi_k) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_k)]$. Мнимая часть взаимодействия компенсируется. Если в данной области пространства $\langle \varphi_k \rangle = 0$, то преобладает темная материя $m_1 m_k \cos \varphi_1$ и сила взаимодействия положительная, реализуется гравитация. Если справедливо $\langle \varphi_k \rangle = \pi/2$ то преобладает темная энергия $-m_1 m_k \sin \varphi_1$ и сила взаимодействия отрицательная, реализуется антигравитация. Соотношение между ними сохраняется.

Частицы вакуума обладают всеми свойствами темной энергии и темной материи. Их плотность в свободном пространстве постоянна. Это связано с тем, что частицы вакуума при больших расстояниях между ними расталкиваются из-за мнимой массы. При малых расстояниях между диполями, между ними действуют электрические силы. Граница

определяется из равенства $\frac{m_\gamma^2 G}{r^2} = \frac{e^2 l_\gamma \exp(-r/a_0)}{r^3}$. Граничное расстояние,

начиная с которого гравитационные силы будут больше электромагнитных

сил $r = a_0 \ln \frac{e^2 l_\gamma}{m_\gamma^2 G a_0 \ln \frac{e^2 l_\gamma}{a_0 m_\gamma^2 G}} = a_0 \ln \frac{c^2 r_\gamma^2}{a_0 m_\gamma G \ln \frac{e^2 l_\gamma}{a_0 m_\gamma^2 G}} = 169.5 a_0$. Это новый результат,

в формулу вошли новые константы. При этом концентрация частиц вакуума равна

$$n = \frac{\rho}{m_{\gamma k}} = \frac{\rho}{m_{Pl} (-i\rho_\gamma d_k / \rho_{Pl})^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4k}}} \quad (7)$$

Где ρ плотность системы из элементарных частиц, например, плотность частицы с массой Планка в атоме равна $\rho = \frac{3m_{Pl}}{4\pi a_0^3}$, где m_{Pl} масса Планка, a_0 радиус Бора с массой Планка. Мнимая часть концентрации описывает ее колебание и в сумме равна нулю, так как имеется комплексно-сопряженные члены.

При этом величина размера диполя равна

$$\begin{aligned} l_{\gamma k} &= \left(\frac{c}{-\rho_{\gamma} i \hbar d_k} \right)^{1+\frac{1}{2k}} \frac{m_{\gamma k}^{2+\frac{1}{k}}}{r_{\gamma}^{1+\frac{1}{k}}} = \frac{cm_{\gamma k}^2}{-\rho_{\gamma} i \hbar r_{\gamma} d_k} \left(\frac{cm_{\gamma k}^2}{-\rho_{\gamma} i \hbar r_{\gamma}^2 d_k} \right)^{\frac{1}{2k}} = \\ &= r_{\gamma} \left(-\frac{137i\rho_{\gamma} r_{\gamma}^4 c^2 d_k}{e^2} \right)^{\frac{1}{2k} + \frac{1}{4k^2}} = \\ &= r_{\gamma} (-i\rho_{\gamma} d_k / \rho_{Pl})^{\frac{1}{2k} + \frac{1}{4k^2}}; E_{\gamma} = \rho_{\gamma} r_{\gamma}^3 c^2, E_{em} = e^2 / r_{\gamma} \end{aligned} \quad (8)$$

Величина размера частиц вакуума равна

$$\lambda_k = r_{\gamma} (d_k / 6\sqrt{2}\pi)^{1/2} (-i\rho_{\gamma} d_k / \rho_{Pl})^{\frac{1}{2(2k+1)} + \frac{1}{4k(2k+1)}} / i$$

При бесконечности индекса имеем следующие значения параметров

$$l_{\gamma k} = \left(\frac{c}{-\rho_{\gamma} i \hbar d_k} \right)^{1+\frac{1}{2k}} \frac{m_{\gamma k}^{2+\frac{1}{k}}}{r_{\gamma}^{1+\frac{1}{k}}} = \frac{cm_{\gamma k}^2}{-\rho_{\gamma} i \hbar r_{\gamma} d_k} \left(\frac{cm_{\gamma k}^2}{-\rho_{\gamma} i \hbar r_{\gamma}^2 d_k} \right)^{\frac{1}{2k}} = r_{\gamma} (-i\rho_{\gamma} d_k / \rho_{Pl})^{\frac{1}{2k} + \frac{1}{4k^2}} = r_{\gamma}$$

Вычислим величину $\frac{l_{\gamma k}^k}{m_{\gamma k}}, k \geq 1$, которая потребуется в дальнейшем, и которая является действительной величиной. Свойства массы и размера могут быть определены с точностью до множителя, но используемые в квантовой механике параметры (9) не зависят от этого множителя.

$$\frac{l_{\gamma k}^k}{m_{\gamma k}} = \frac{c^2 r_{\gamma}^{k+1}}{e^2} = \frac{r_{\gamma}^k}{m_{Pl}} = \frac{l_{Pl}^k}{m_{Pl}}. \quad (9)$$

Минимальная масса частиц вакуума равна

$$m_{\gamma 1} = m_{Pl} (-i\rho_{\gamma} d_1 / \rho_{Pl})^{\frac{3}{4}} = 5.06 \cdot 10^{-98} \text{ g} \quad \text{Минимальный размер равен}$$

$$l_{\gamma 1} = l_{Pl} (-i\rho_{\gamma} d_1 / \rho_{Pl})^{\frac{3}{4}} = 3.67 \cdot 10^{-128} \text{ cm}; \rho_{Pl} = \frac{137c^5}{\hbar G^2}. \quad \text{Минимальное время}$$

$$t_{\gamma 1} = t_{Pl} (-i\rho_{\gamma} d_1 / \rho_{Pl})^{\frac{3}{4}} = 1.23 \cdot 10^{-138} \text{ s}. \quad \text{Эти параметры можно принять как минимальное значение, или как квант массы, размера и времени.}$$

Надо отметить, что вычисленные параметры, масса частиц вакуума, плечо мультиполя и минимальное время являются комплексными, и являются частным случаем теории струн. При вычислении параметров квантовой механики вся эта мнимость сокращается, и остается действительное описание квантовой механики.

Потенциальная энергия атома водорода считается по формуле

$$U_k = -\frac{l_{\gamma k}^k e^2}{k^2 a_0^{k+1}} \frac{m_e}{m_{\gamma k}} = -\frac{r_{\gamma}^{k+1} m_e c^2}{k^2 a_0^{k+1}} = -\frac{r_{Pl} m_e c^2}{k^2 a_0} = -\frac{m_e c^2}{137^2 k^2}. \quad \text{При выводе формулы для потенциальной энергии электрона в атоме использовалась формула}$$

$$\frac{l_{\gamma k}^k}{m_{\gamma k}} = \frac{c^2 r_{\gamma k}^{k+1}}{e^2} \quad \text{и определение образующей } r_{\gamma k} = (a_0^k r_{Pl})^{\frac{1}{k+1}}; r_{Pl} = \frac{e^2}{m_{Pl} c^2}; a_0 = \frac{\hbar^2}{m_{Pl} e^2} \quad \text{и считалось количество взаимодействий в потенциале ядра.}$$

Вычислим энергию ядра атома водорода с помощью массы кварков. Она равна

$$U_k = -\frac{l_{\gamma k}^k e^2}{k^2 a_u^{k+1}} \frac{2m_u}{m_{\gamma k}} = -\frac{2r_{\gamma k}^{k+1} m_u c^2}{k^2 a_u^{k+1}} = -\frac{2r_{Pl} m_u c^2}{k^2 a_0} = -\frac{2m_u c^2}{k^2}; r_{\gamma k} = (r_0^k r_{Pl})^{\frac{1}{k+1}}; r_0 = r_{Pl}.$$

Так как ядро атома твердое образование частиц вакуума, в отличии от газообразного состояния электрона в атоме, надо использовать соотношение $r_0 = r_{Pl}$, и не использовать радиус Бора массы Планка. Количество взаимодействий между частицами вакуума надо умножить на два, так как в ядре атома имеется взаимодействие между первой и второй частицей вакуума и между второй и первой частицей. Аналогичные вычисления можно проделать и для нижнего кварка. В результате для протона получим

потенциальную энергию $2(2m_u + m_d)c^2 = 2(2 \cdot 3 + 6)Mev = 24Mev$, а для нейтрона $2(2m_d + m_u)c^2 = 2(2 \cdot 6 + 3)Mev = 30Mev$ при энергии нуклона $30Mev$ см. [12]§117.

При использовании свойств частиц вакуума очень часто необходимо прибегать к интерполяции. Находится значение ранга мультиполя, который может иметь действительное не целое значение. Т.е. быть образованным из соседних частиц вакуума.

Введем экспоненциальный множитель у энергии частиц вакуума

$$E(r) = -\frac{m_e}{m_{\gamma 1}} e^2 l_{\gamma 1} \exp(-\alpha_m r) / \tilde{\lambda}_e^2 r^2 = -m_e c^2 r_{\gamma 1}^2 \exp(-\alpha_m r) / \tilde{\lambda}_e^2 r^2 = -\frac{m_e c^2}{137^2 r^2} \exp(-\alpha_n r)$$

При этом у частиц вакуума имеем соотношение $\frac{l_{\gamma 1}}{m_{\gamma 1}} = \frac{c^2}{e^2} r_{\gamma}^2$ см. формулу

(9) и имеем $r_{\gamma} = \frac{e^2}{mc^2}; \tilde{\lambda} = \frac{\hbar}{mc}$. Величина радиуса r нормирована на радиус

Бора, имеем для потенциальной энергии

$$E(r) = -\frac{m_e c^2}{137^2} \frac{\exp(-\alpha_n r)}{r^2}; \exp(-\alpha_n) = 1 - \frac{\alpha_n}{n^2}; \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = n^2.$$

$$\alpha_n = n^2 [1 - \exp(-\alpha_n)] = n^2 [1 - \exp(-n^2)]$$

При этом показатель экспоненты у плеча частицы вакуума определяется по формуле $-l_{\gamma} \exp(-\alpha_n r)$.

$$\int_0^1 E(r) r^2 dr = -\int_0^1 \frac{m_e c^2}{137^2} \exp(-\alpha_n r) dr = \frac{m_e c^2}{137^2} \frac{\exp(-\alpha_n) - 1}{\alpha_n} = -\frac{m_e c^2}{137^2 n^2}.$$

При интегрировании от нуля до бесконечности, асимптотическое выражение для показателя экспоненты переходит в точное значение

$$\int_0^{\infty} E(r) dr = -\int_0^{\infty} \frac{m_e c^2}{137^2} \exp(-n^2 r) dr = -\frac{m_e c^2}{137^2 n^2}.$$

Этот результат является подтверждением свойств квантовой механики, в него не вошли новые константы.

Глава 2. Физический смысл напряженности электромагнитного поля

Покажем, что существуют заряженные частицы вакуума, обеспечивающие векторный и скалярный потенциал электромагнитного поля. Ротор меняет знак при переходе из правой декартовой системы координат в левую. Это можно доказать расписав определение ротора в декартовой системе координат и поменяв знак в одном столбце у оператора дифференцирования и этой же компоненте скорости.

$$\nabla_l \times \mathbf{V} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & -\mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \partial & \partial & \partial \\ \partial x_1 & \partial x_2 & \partial x_3 \\ V_1 & -V_2 & V_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \partial & \partial & \partial \\ \partial x_1 & \partial x_2 & \partial x_3 \\ V_1 & V_2 & V_3 \end{vmatrix} = -\nabla_r \times \mathbf{V}$$

индекс r соответствует правой системе координат, индекс l левой. При этом дивергенция знак не меняет. Распишем величину комплексной скорости в виде

$$\mathbf{V} = (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

и подействуем оператором дивергенция на обе части равенства

$$\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2.$$

Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\text{Re } \mathbf{V}, \text{Im } \mathbf{V}$ возьмем левую дивергенцию. При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. При этом имеем соотношение $\nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^*$. Так как при этом в плоскости $\text{Re } \mathbf{V}, \text{Im } \mathbf{V}$ действительная часть не изменит знака, а мнимая часть изменит знак, получим

$$\begin{aligned} \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 &= \nabla_r \mathbf{V} = \nabla_l \mathbf{V}^* = \\ &= \nabla_l (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \nabla_r (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_r (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2. \end{aligned}$$

При этом воспользовались тем, что правая и левая дивергенция равны. Откуда получаем $\nabla_r(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = 0$, и значит, $(\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = i \cdot \nabla_r \times \mathbf{A}$, т.е. мнимая часть комплексной скорости соленоидальная.

Аналогично расписываем скорость, подействовав оператором ротор

$$\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2,$$

но при этом величину скорости представим в виде $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t}$, где величина

\mathbf{A} действительна, а скорость c это скорость возмущения в среде. Перейдем в комплексно сопряженное пространство и в плоскости векторов $\text{Re } \mathbf{V}, \text{Im } \mathbf{V}$ возьмем левый ротор, получим соотношение $\nabla_r \times \mathbf{V} = \nabla_l \times \mathbf{V}^*$. При этом направление мнимой компоненты скорости совпадает с направлением оси, у которой меняем знак. Так как при этом действительная часть изменит знак, а мнимая часть нет, ($\nabla_l \times = -\nabla_r \times$ и взята комплексно сопряженная часть), имеем

$$\begin{aligned} \nabla_r \times \mathbf{V} &= \nabla_l \times \mathbf{V}^* = \nabla_l \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 - \nabla_l \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 = \\ &= -\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 + \nabla_r \times (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*)/2 \end{aligned}$$

т.е. получим $\nabla_r \times (\mathbf{V} + \mathbf{V}^*) = 0$. Это соотношение эквивалентно $(\mathbf{V} + \mathbf{V}^*)/2 = -\text{grad } \varphi$. Итак, имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} &= -\nabla \varphi + i \cdot \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{V}_0^* + \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} &= -\nabla \varphi - i \cdot \nabla \times \mathbf{A} \end{aligned}$$

Из этого равенства имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_0 &= -\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} + i \cdot \nabla \times \mathbf{A} \\ \mathbf{V}_0^* &= -\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{c \partial t} - i \cdot \nabla \times \mathbf{A} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Комплексный поток частиц вакуума пропорционален соотношению

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{H} = [\nabla S \rho_v + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}_v S}{\partial t} - i \nabla \times \mathbf{j}_v S / c],$$

что следует из формулы (2.1), где этот вектор описывает скорость поперечной деформации частиц вакуума и является напряженностью электромагнитного поля, имея размерность заряда, деленного на квадрат радиуса.

При этом векторный потенциал описывает поступательную скорость частиц вакуума, и равен величине $\mathbf{A} = \mathbf{j}_v S / c = q n_v \mathbf{V}_v S / c$.

Скалярный потенциал определяется величиной концентрации частиц вакуума $\varphi = S \rho_v = q S n_v$. Заряд частицы вакуума равен $q = e \sqrt{l / [r - (\mathbf{r}, \mathbf{V}) / c]}$, где l размер диполя. Взаимодействуя с другими диполями, образуется электромагнитное поле $\varphi = e / [r - (\mathbf{r}, \mathbf{V}) / c]$. При этом плотность частиц вакуума определяется по формуле $n_v = 1 / (S \sqrt{l / [r - (\mathbf{r}, \mathbf{V}) / c]})$, где величина S эффективная поверхность, определяемая масштабом задачи. При уменьшении радиуса напряженность поля растет, и плотность частиц вакуума растет тоже. При этом должен участвовать минимальный размер частицы l . Из соотношения размерности и симметрии получаем формулу для концентрации частиц вакуума в данной системе. Значит, имеем формулу для создаваемого поля частицами вакуума в свободном пространстве $\varphi = e / [r - (\mathbf{r}, \mathbf{V}_v) / c]$, $\mathbf{A} = e \mathbf{V}_v / (c [r - (\mathbf{r}, \mathbf{V}_v) / c])$.

Вычислим потенциал электрона в атоме водорода через свойства частиц вакуума. Электрическая энергия электрона, т.е. электрическая энергия разноименно заряженных частиц вакуума по порядку величины равна. Количество частиц надо разделить на два, так как учитываются положительно и отрицательно заряженные частицы. При этом имеем

$$N_e = \frac{m_e}{m_\gamma} = 6 \cdot 10^{22}.$$

Определим энергию электрона в атоме водорода

$$\begin{aligned}
q\varphi &= -\frac{e^2 l N_e}{a_0^2 2} = -\frac{e^2 l m_e}{a_0^2 2m_\gamma} = -\frac{e^2 m_e 137 r_\gamma^2 c}{a_0^2 2\hbar} = -\frac{e^2 m_e 137 r_e a_0 c}{a_0^2 2\hbar} = \\
&= -m_e c^2 \frac{r_e}{2a_0} = -\frac{e^2}{2a_0} = -m_e c^2 / (2 \cdot 137^2) = \\
&= -m_e e^4 / (2\hbar^2) = -13.6 eV
\end{aligned}$$

где для радиуса частицы вакуума r_γ берется средняя величина между радиусом Бора a_0 , и радиусом электрона r_e .

При этом величины потенциала определяются с точностью до неизвестной функции $\mathbf{A} = \mathbf{A}' + \text{grad}\psi, \varphi = \varphi' - \frac{\partial\psi}{c\partial t}$. Т.е. имеем соотношение

$$\mathbf{j}_v = \mathbf{j}'_v + \text{grad}\psi_v, \rho_v = \rho'_v - \frac{\partial\psi_v}{c\partial t}.$$

Т.е. получается, что величина тока частиц вакуума определена с точностью до градиента скаляра, а плотность частиц вакуума с точностью производной по времени от неизвестной функции. Т.е. плотность частиц вакуума переменна во времени, а сила тока определена с точностью до пространственной компоненты. Но оказывается, что плотность частиц вакуума и сила тока определены с точностью до волны частиц вакуума. Взяв величину дивергенции от силы тока и производную по времени от плотности тока, получим уравнение неразрывности потока частиц вакуума. При этом относительно величины ψ_v получим волновое уравнение. Относительно заряженных частиц вакуума может свободно распространяться волна со скоростью света, не испытывая затухания, в случае отсутствия материальных тел.

Для комплексной напряженности поля $\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{H}$ справедливо (2.2), что следует из уравнений Максвелла

$$\Delta\mathbf{F} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\mathbf{F}}{\partial t^2} = 4\pi(\nabla\rho + \frac{1}{c^2} \frac{\partial\mathbf{j}}{\partial t} - i\nabla \times \mathbf{j}/c) \quad (2.2)$$

тогда подставляя $\mathbf{F} = \mathbf{E} + i\mathbf{H} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{c\partial t} + i\cdot\nabla\times\mathbf{A}$, определяет волновое уравнение относительно напряженности. Можно записать (2.2) в виде

$$\Delta\mathbf{U} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{U}}{\partial t^2} = -4\pi\mathbf{u}. \quad (2.3)$$

Где величина $\mathbf{U} = \mathbf{E} + i\mathbf{H} = [\nabla S\rho_v + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\mathbf{j}_v S}{\partial t} - i\nabla\times\mathbf{j}_v S/c]$ комплексный поток частиц вакуума, что следует из (2.1), а величина $\mathbf{u} = -\nabla\rho - \frac{1}{c^2}\frac{\partial\mathbf{j}}{\partial t} + i\nabla\times\mathbf{j}/c$ комплексный поток источника электромагнитного поля, электронов.

Это связь двух комплексных потоков, движущегося электрона и потока движения заряженных частиц вакуума. Причем движущиеся электроны описываются решением уравнения Навье – Стокса или задачей множества тел, и состоят из совокупности частиц вакуума. Если имеем двигающиеся заряженные частицы, то окружающая среда с частицами вакуума малой плотности придет в детерминированное движение. В четырехмерном пространстве интеграл от потока двигающейся частицы равен вытекающему из этой трехмерной гиперповерхности количеству частиц вакуума, причем вытекающий поток пропорционален градиенту по четырем компонентам от скорости потока частиц вакуума. При этом интеграл по замкнутой трехмерной гиперповерхности преобразуется в интеграл по четырехмерному объему отдельно для каждой l компоненте векторов

$$\int_{\Omega} 4\pi u_l dx dy dz dt = -\oint_S (\nabla U_l)_n ds_n = -\int_{\Omega} \nabla\nabla U_l dx dy dz dt.$$

В результате получается волновое уравнение (9) в силу четырехмерного определения градиента и дивергенции.

Глава 3. Одновременное существование корпускулярных и волновых свойств электромагнитной волны

В квантовой электродинамике описаны волновые и корпускулярные свойства электромагнитной волны. Между тем при определении векторного потенциала и скалярного потенциала при решении уравнений Максвелла, имеется решение пропорциональное частоте и волновому числу. Это решение описывает калибровочную часть векторного и скалярного потенциала. Покажем, что это действительное решение описывает квантовые свойства, косвенно определяемые массой частицы и описывает корпускулярные свойства частицы. Другая часть решения уравнений Максвелла описывает волновые свойства решения, является мнимой и определяется мнимым зарядом.

3.1 Необходимость добавления дополнительных членов к антисимметричному тензору электромагнитного поля

Попробуем построить вектор Пойнтинга в случае равенства нулю классического электрического и магнитного напряжения для этой системы координат. Согласно квантовой механике переносимый импульс равен $\hbar\mathbf{k}$ с переносимой энергией $\hbar\omega$. Но это соотношение справедливо для спектра вектор потенциала калибровочной части электромагнитного поля. Спектр вектора потенциала равен $a_\mu(\mathbf{k}) = k_\mu c(\mathbf{k}) + e_\mu^a(\mathbf{k})b_a(\mathbf{k})$, где первый член соответствует спектру потенциала калибровочного поля см. [1] и квантовому описанию энергии частиц и поля

$$p_0 = \frac{E}{c} = -\frac{e\varphi(\mathbf{k})}{c} = \hbar\omega, \mathbf{p} = \frac{e\mathbf{A}(\mathbf{k})}{c} = \hbar\mathbf{k}, a_\mu = k_\mu c(\mathbf{k})$$

Калибровочная часть

векторного потенциала определяет импульс и энергию электромагнитного поля. Имеем формулу для вектор-потенциалов и их спектра

$$A_\mu(\mathbf{x}) = \int a_\mu(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{x}) d^4\mathbf{k}.$$

Возможна ситуация, когда величина энергии не равна нулю из-за наличия градиентной калибровочной части электромагнитного поля $eA_i = e \frac{\partial f}{\partial x^i}, e\varphi = -\frac{\partial f}{c\partial t}$ (калибровочное поле соответствует квантовому описанию энергии частиц). Поток и плотность энергии равна нулю, так как магнитное и электрическое поле равно нулю и при нулевой напряженности поля имеем нулевое значение импульса поля, хотя оно согласно квантовой механике отлично от нуля. Эту ситуацию нужно исправить, вводя дополнительный член в связи напряженности и вектор потенциалов. Оказалось, что дополнительный член соответствует гравитационному полю, и образует градиентные компоненты гравитационного поля. Компоненты антисимметричного тензора электромагнитного поля будучи умноженными на мнимую единицу становятся эрмитовыми. Путем использования обоснованных действительных членов $\frac{\partial^2 \chi}{\partial x^i \partial x^k}$ описывают гравитационные добавки к электромагнитному полю. Рассматривается слабое гравитационное поле. Слабое поле соответствует линейному полю.

3.2. Построение комплексного вектора Умова-Пойнтинга

Вектор переносимой энергии равен

$$\text{Im} S_i = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}, \mathbf{H}]_i = \frac{c}{4\pi} g^{ks} E_s \left(\frac{\partial \text{Im} A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial \text{Im} A_i}{\partial x^k} \right) = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^a.$$

Где g^{ks} контравариантная часть метрического тензора пространства Минковского. При напряженности магнитного поля равной нулю согласно классическим уравнениям Максвелла энергия не переносится. Но энергия переносится и при напряженности магнитного поля равной нулю, что следует из эффекта Аронова – Бома в микромире. Электрон отклоняется при воздействии нулевого поля H , если величина векторного потенциала не

нулевая. Получается, что, если выполняется условие

$$\frac{\partial A_p}{\partial x^q} - \frac{\partial A_q}{\partial x^p} = 0, p, q = 0, \dots, 3 \text{ в некоторой области пространства, напряженность}$$

электрического и магнитного поля равняется нулю, а как показывает квантовая механика, сила продолжает действовать, отклоняя электрон, поле H и E продолжает существовать. Имеется дополнительный член, определяющий поля H и E , кроме соленоидальных действительных полей

$$\mathbf{H} = \text{rot}\mathbf{A} \text{ и поля } E_l = \frac{\partial A_0}{\partial x^l} - \frac{\partial A_l}{\partial x^0}.$$

Используемая на сегодняшний день часть энергии связана с мнимой, антисимметричной дисперсионной частью электромагнитной энергии, связанной с соленоидальной частью энергии. Введем действительную, продольную, симметричную часть электромагнитной энергии, равную градиентной части энергии

$$\text{Re} S_i = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l \left(\frac{\partial \text{Re} A_k}{\partial x^i} + \frac{\partial \text{Re} A_i}{\partial x^k} \right) = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^i \partial x^k} = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^s$$

Тогда полный комплексный тензор энергии равен

$$S_i = \frac{c}{4\pi} g^{kl} E_l (F_{ik}^s + iF_{ik}^a) = \frac{c}{4\pi} E^k F_{ik}^{sa}$$

Величина мнимой, соленоидальной, антисимметричной напряженности электрического поля определяется по формуле

$$\text{Im} g^{kl} E_l = g^{kl} \left(\frac{\partial \text{Im} A_0}{\partial x^l} - \frac{\partial \text{Im} A_l}{\partial x^0} \right) = g^{kl} F_{l0}^a, A^0 = -\varphi, \text{ соответствующей}$$

поперечной волне. Введем градиентную, симметричную, действительную часть напряженности электрического поля

$$\text{Re} E^k = g^{kl} E_l = g^{kl} \left(\frac{\partial \text{Re} A_0}{\partial x^l} + \frac{\partial \text{Re} A_l}{\partial x^0} \right) = g^{kl} F_{l0}^s = g^{kl} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^0},$$

соответствующей продольной волне. Имеем $\chi = \psi$ в силу эквивалентности пространства-времени. Тогда вектор Пойнтинга запишется в виде

$$S_i = \frac{cg^{kl}}{4\pi} (F_{l0}^s + iF_{l0}^a) F_{ik}^{sa} = \frac{cg^{kl}}{4\pi} F_{l0}^{sa} F_{ik}^{sa}.$$

В этих формулах переменные индексы изменяются от 1 до 3. Определенный таким способом вектор Пойнтинга совпадает со старым определением этого вектора при градиентной части, равной нулю. При соленоидальной части, равной нулю, поток энергии может не равняться нулю из-за градиентной части энергии.

Электромагнитному полю A_l соответствует, соленоидальная, антиэрмитова часть поля $\text{Im} F_{lk} = \frac{\partial \text{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \text{Im} A_k}{\partial x^l}$, которая имеет положительный и отрицательный знак и мнимое собственное число. Антиэрмитова часть умножается на мнимую единицу и становится эрмитовой, с действительным собственным числом.

Для векторного и скалярного потенциала получим волновое размерное уравнение с мнимым зарядом и массой электрона

$$\Delta A_k - \frac{\partial^2 A_k}{c^2 \partial t^2} = 4\pi(-ie + m\sqrt{\gamma})n_k u \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = 4\pi r u_k, k = 0, \dots, 3.$$

Где величина γ , это гравитационная постоянная. Согласно ОТО при малых поправках к тензору Галилея, поправка гравитационного поля подчиняется волновому уравнению. Это уравнение справедливо, его действительная часть описывает слабое гравитационное поле, а мнимая часть слабое электромагнитное поле. Слабость поля проявляется в его линейности, сильное поле подчиняется нелинейным уравнениям. Введение мнимого заряда позволяет единым образом описывать электромагнитное и гравитационное поле, т.к. формула для взаимодействия одинаковых зарядов и масс будет иметь одинаковый вид. Кроме того, мнимый заряд позволяет одновременно описывать электромагнитное и гравитационное поле.

Рассмотрим тензор с индексами, изменяющимися от 0 до 3 у соленоидальной части потенциала $\text{Im} F_{lk} = \frac{\partial \text{Im} A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \text{Im} A_k}{\partial x^l}$ образует мнимую часть

потенциала, а градиентная часть с индексами, изменяющимися от 0 до 3

$\text{Re } F_{lk} = \frac{\partial \text{Re } A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \text{Re } A_k}{\partial x^l} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$, образует действительную часть

потенциала. Дифференцируя уравнение (3.2.1) по величине x^l и комплексно сопряженное уравнение по величине x^l и меняя индексы в комплексно сопряженном уравнении, и вычитая и складывая эти уравнения, получим

$$\begin{aligned} \Delta \left(\frac{\partial \text{Im } A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \text{Im } A_k}{\partial x^l} \right) - \frac{\partial^2 \frac{\partial \text{Im } A_l}{\partial x^k} - \frac{\partial \text{Im } A_k}{\partial x^l}}{c^2 \partial t^2} &= 4\pi \left(\text{Im} \frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} - \text{Im} \frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l} \right), \\ \Delta \left(\frac{\partial \text{Re } A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \text{Re } A_k}{\partial x^l} \right) - \frac{\partial^2 \frac{\partial \text{Re } A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \text{Re } A_k}{\partial x^l}}{c^2 \partial t^2} &= \frac{\partial^2}{\partial x^l \partial x^k} \left(\Delta \chi - \frac{\partial^2 \chi}{c^2 \partial t^2} \right) = \\ &= 4\pi \left[\text{Re} \frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} + \text{Re} \frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l} \right] = \\ &= 4\pi m \sqrt{\gamma} \left(\frac{\partial u_l}{\partial x^k} \prod_{m=1}^3 \delta(x_m - x_{m0}) + \frac{\partial u_k}{\partial x^l} \prod_{m=1}^3 \delta(x_m - x_{m0}) \right) \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

Имеем, что матрица $\text{Im} \frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} - \text{Im} \frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}$ анти эрмитова, т.е. собственные числа мнимые, а матрица $\text{Re} \frac{\partial \rho u_l}{\partial x^k} + \text{Re} \frac{\partial \rho u_k}{\partial x^l}$ эрмитова, т.е. собственные числа действительны.

Внутри соленоида суммирование величин $\frac{\partial u_2}{\partial x^1} - \frac{\partial u_1}{\partial x^2} = \frac{\partial e_{213} (x_1 \omega_3 - x_3 \omega_1)}{\partial x^1} - \frac{\partial e_{123} (x_2 \omega_3 - x_3 \omega_1)}{\partial x^2} = -2\omega_3$ определяет угловую скорость вращения частиц в обмотках соленоида. Если начало отсчета находится вне соленоида, величина x_1 в знаменателе меняет свой знак, а в числителе остается величина x_1 , так как просто произошла добавка к величине x_1 константы, поэтому получается, что ротор для точек вне соленоида равен нулю. Процесс рассматривается при неизменном значении

x_3 . Величина $\frac{\partial u_2}{\partial x^1} + \frac{\partial u_1}{\partial x^2}$ для точек внутри соленоида (начало координат внутри соленоида) равна нулю, а вне соленоида (начало координат вне соленоида) равна $-2\omega_3$.

Так как гравитационное поле A_l определяется действительной правой частью и является действительным, значит, гравитационному полю $\text{Re } F_{lk} = \frac{\partial \text{Re } A_l}{\partial x^k} + \frac{\partial \text{Re } A_k}{\partial x^l} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k}$ соответствует эрмитова, градиентная часть поля и внешнего воздействия. У гравитационного поля не имеется дипольного момента, а имеется только тензор квадрупольного момента D^{jk} определяемый из релятивистской формулы см. [2], §99. Для величины χ имеем уравнение в частных производных см. (3.2.1)

$$\Delta \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^l \partial x^k} = 4\pi m \sqrt{\gamma} \left(\frac{\partial n_l u \prod_{m=1}^3 \delta(x_m - x_{m0})}{\partial x^k} + \frac{\partial n_k u \prod_{m=1}^3 \delta(x_m - x_{m0})}{\partial x^l} \right)$$

Получим с точностью до ротора вектора у пространственной части

$$\Delta \partial_l \chi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \partial_l \chi}{\partial t^2} = 4\pi m \sqrt{\gamma} n_l u \prod_{l=1}^3 \delta(x_l - x_{l0}) \quad (3.2.2)$$

Но этот ротор равен нулю из-за значения магнитного поля $\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A}$, причем если величина $\text{rot} \mathbf{C} \neq 0$, то получается произвольная функция напряженности магнитного поля $\mathbf{H} = \text{rot} \text{rot} \mathbf{C} \neq 0$.

Это уравнение имеет решение

$$\frac{\partial \chi}{\partial x^l} = - \frac{m \sqrt{\gamma} n_l u \left[1 - \frac{(\mathbf{V}, \mathbf{R})}{Rc} \right]}{R - \frac{(\mathbf{V}, \mathbf{R})}{c}} = - \frac{m \sqrt{\gamma} n_l u}{R} + A_l = - \frac{m \sqrt{\gamma} n_l u}{R} + \frac{c}{e} \hbar k_l.$$

При этом величина A_l , равная калибровочной части потенциала, определяется волновым числом, или частотой и является константой. Она

соответствует энергии и импульсу фотона. Она образуется при скачкообразном изменении постоянной интегрирования, и распространяется по пространству как константа, определяемая частотой или волновым числом. Или разностью энергий состояния, в случае электрона в атоме.

Потенциал в формуле $-\frac{m\sqrt{\gamma}n_l u}{R}$ при радиусе, стремящемся к бесконечности, стремится к нулю.

Изменение частоты энергии и волнового числа импульса фотона соответствует закону сохранения энергии и импульса при столкновениях фотонов с частицами. При столкновениях изменение частоты и волнового числа возможно, так как каждое столкновение приводит к сингулярности, даже если о непосредственном контакте говорить не приходится.

Масса в этой формуле равна образующего поле частице - массе электрона согласно формуле (3.2.1). Числитель и знаменатель сокращаются на величину $1 - \frac{(\mathbf{V}, \mathbf{R})}{cR}$. Если числитель дроби оставить константой, не

зависящей от члена $1 - \frac{(\mathbf{V}, \mathbf{R})}{cR}$, то в результате дальнейшего вычисления

получится не симметричное выражение $n_k(n_l - V_l/c)$, а значение второй производной от потенциала должно быть симметрично. Действительная величина χ должна иметь размерность заряда, а вторая производная от этой величины должна иметь размерность напряженности электромагнитного поля, согласно формулы (3.2.1) действительная часть поля должна быть пропорциональна массе тела, в размерности заряда.

Тензор гравитационного поля равен

$$\text{Re } F_{lk} = \chi_{lk} = -\frac{\partial}{\partial x^k} \frac{m\sqrt{\gamma}un_l}{R} - \frac{\partial}{\partial x^l} \frac{m\sqrt{\gamma}un_k}{R}.$$

Напряженность поля определяется по формуле (3.2.3)

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} F_{lk} &= -\frac{\partial}{\partial x^k} \left(\frac{m\sqrt{\gamma}n_l u}{R} \right) - \frac{\partial}{\partial x^l} \frac{m\sqrt{\gamma}un_k}{R} = \\ &= -\frac{m\sqrt{\gamma}}{R} \frac{(n_l x_k + n_k x_l)u}{R^2} - \frac{m\sqrt{\gamma}}{R} \left(\frac{\partial un_l}{\partial x^k} + \frac{\partial un_k}{\partial x^l} \right) \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Величина n_k - это орт в направлении соответствующей градиенту $\frac{\partial}{\partial x^k}$.

Получается статическое поле для гравитационной величины, убывающее как $1/R^2$, при этом плотность энергии убывает как величина $1/R^4$. Можно измерить только изменение массы системы $m(t)$, фиксируемое наземными приборами, что и было определено в эксперименте LIGO.

Получается, что калибровочная часть электромагнитного поля определяется массой частицы и не является произвольной. Просто в случае элементарных частиц масса на много меньше заряда, и массой пренебрегаем, считая калибровочную часть поля произвольной с точностью $m\sqrt{\gamma}/e$.

Вид уравнений Максвелла не изменяется, только напряженности электромагнитного поля и токи становятся комплексными. Действительная часть напряженности соответствует гравитационному полю, а мнимая часть напряженности электромагнитному полю. Значит и формула для плотности энергии не изменяется.

Собственные значения матрицы iF_{ik} действительны, так как матрица F_{ik} анти эрмитова. Но так как действительные уравнения Максвелла не меняются, только напряженности и токи становятся комплексными, в эту плотность энергии надо включить плотность градиентных частей электромагнитного поля, и тогда плотность энергии будет полной.

$$\sum_{i,k=0}^3 (F_{ik})^2 / 16\pi = \sum_{k,\alpha=0}^3 g_{k\alpha}^{-1} (\lambda_\alpha)^2 g_{\alpha k} / 16\pi = \sum_{\alpha=0}^3 (\lambda_\alpha)^2 / 16\pi$$

Если расписать эту формулу в собственных значениях, то собственные значения эрмитовой матрицы F_{ik} действительны, и, следовательно, плотность энергии положительна, в отличии от собственных чисел матрицы

плотности энергии $F_{ik}F^{kn}$ у действительного тензора F_{ik} , которые отрицательны, как собственные числа произведения двух антисимметричных матриц. Антисимметричная матрица имеет мнимые собственные числа.

В случае электродинамики справедливо определение комплексной энергии системы как квадрата комплексного числа, а не как квадрат модуля. В самом деле, имеем

$$\operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}] = \mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E} - \mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mu \mathbf{H}^2}{2} \right) - \sigma \mathbf{E}^2 - \mathbf{j} \mathbf{E}. \quad (3.2.4)$$

Имеем соотношение (3.2.5) см. [3], стр.14, так как у комплексно сопряженной системы меняется направление времени

$$\operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}^*] = \mathbf{H}^* \operatorname{rot} \mathbf{E} - \mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H}^* = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mu \mathbf{H} \mathbf{H}^*}{2} - \frac{\varepsilon \mathbf{E} \mathbf{E}^*}{2} \right) - \frac{\sigma \mathbf{E} \mathbf{E}^*}{2} - \frac{\mathbf{j}^* \mathbf{E}}{2}. \quad (3.2.5)$$

Комбинацию $\frac{\varepsilon \mathbf{E} \mathbf{E}^*}{2} + \frac{\mu \mathbf{H} \mathbf{H}^*}{2}$ невозможно получить с произведением напряженности на комплексно сопряженную напряженность. Значит, для напряженности справедлива формула (3.2.4), а не сумма квадратов модулей, умноженных на диэлектрическую и магнитную проницаемость.

Уравнение сохранения энергии запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \sum_{i,k=0}^3 (F_{ik})^2 dV / 16\pi + E_{kin} &= \frac{\partial}{\partial t} \int_V \sum_{k,\alpha=0}^3 g_{k\alpha}^{-1} (\lambda_\alpha)^2 g_{\alpha k} dV / 16\pi + E_{kin} = \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int_V \sum_{\alpha=0}^3 (\lambda_\alpha)^2 dV / 16\pi + E_{kin} = -\oint_S \frac{c g^{kl}}{4\pi} F_{l0}^{as} F_{ik}^{as} dS^i \end{aligned}$$

Но в этой формуле все собственные числа λ_α эрмитовой матрицы F_{ik} действительны и, следовательно, плотность энергии электромагнитного поля для макросистем положительна.

Действие электромагнитного поля равно

$$\begin{aligned} S_f &= \frac{1}{16\pi c} \int F_{ik} F^{ik} d\Omega, d\Omega = c dt dx dy dz \\ S_f &= \frac{1}{16\pi} \int (-2E^2 + \sum_{p,q=0}^3 |\chi_{pq}^2| + 2H^2) dV dt \end{aligned}$$

Действие для поля вместе с находящимися там зарядами равно

$$S = -\sum \int mcds - \sum \frac{-ie + m\sqrt{\gamma}}{c} \int A_k dx^k + \frac{1}{16\pi c} \int F_{ik} F^{ik} d\Omega$$

Имеем для импульса поля имеем формулу $p_\mu = \hbar k_\mu, \mu = 0, \dots, 3$,

$$p_0 = \frac{E}{c} = -\frac{e\varphi}{c} = \hbar\omega, \quad p_l = \frac{eA_l}{c} = \hbar k_l, \quad \text{где величины потенциалов } -\varphi, A_l$$

определяются как калибровочные члены потенциалов. Эти величины действительны и определяют квантовые свойства частиц. Причем при малых длинах волн, когда их значение сравнивается с основным решением уравнения Максвелла, волновым решением. Это волновое решение является мнимым, и определяется мнимым зарядом. Действительная часть комплексной напряженности поля означает среднее решение, а мнимая часть его среднеквадратичное отклонение. При этом действительная часть описывает поступательно двигающуюся частицу, а мнимая часть вращающуюся часть, или колеблющуюся часть. Действительная часть описывает материю, а мнимая часть поле.

Калибровочные потенциалы определяются массой электрона, не даром решение для атома водорода описывается формулой

$$E_n = -\frac{m_e m_p c^2}{2 \cdot 137^2 n^2 (m_e + m_p)}, \quad \text{а у многоэлектронных атомов появляется}$$

зависимость от массового числа, т.е. от числа протонов и нейтронов.

Справедлива приближенная формула для главного квантового числа

$n = 1 + 10(A/Z - 2 - \alpha/Z)$, т.е. зная количество протонов и нейтронов можно определить главное квантовое число см. формулу (3.2.6).

При этом атомный вес определяется по приближенной формуле

$$A = \left(2 + \frac{n-1}{10}\right)Z + \alpha, \alpha \cong \begin{cases} 0, n = 2, 6 \\ 2, n = 3 \\ 3, n = 4, 5, 6, 7 \end{cases}, \quad (3.2.6)$$

где величина n главное квантовое число, т.е. имеем приближенно число протонов равно числу нейтронов плюс добавка, зависящая от главного квантового числа. Получается, что главное квантовое число при большом заряде ядра зависит от числа нейтронов. Масса ядра определяет энергию электронов. Точно считаемая энергия атома водорода содержит один нуклон, и считается по формуле, аналогичной электрической энергии электрона, остальные атомы содержат много нуклонов и появляется зависимость от числа нейтронов.

Надо заметить, что волновой потенциал зависит от интенсивности поля, а квантовый от его частоты или волнового числа. Используя поле с малой интенсивностью, но большой частотой, можно получить корпускулярные свойства света. При малой частоте, но большой интенсивности проявляются волновые свойства.

Дискретные уровни энергии атома определяются массой электрона и квантовыми числами

$$\frac{\varepsilon}{m_e c^2} = \left[1 + \frac{(Z\alpha)^2}{(\sqrt{\chi^2 - (Z\alpha)^2} + n_r)^2} \right]^{-1/2}, \alpha = \frac{1}{137}.$$

Причем в окончательных формулах для энергии водородоподобных атомов заряд электрона сократился, а масса электрона осталась.

Для атома водорода потенциал равен $\varphi = -\frac{Ze^2}{r} = -\frac{Z\hbar c}{137r}$, причем в случае многоэлектронных атомов, в ядре имеются протоны и нейтроны, и их потенциал сложен. Эта формула определяет потенциал ядра с одним протоном. В случае нескольких протонов и нейтронов потенциал ядра будет другой. По какому пути необходимо идти, по пути учета экранировки электронов, или по пути учета потенциала ядра, по мере увеличения числа протонов и нейтронов. Эмпирическая экранировка дает приблизительные результаты, с разными константами в формулах даже для водородоподобных

атомов. Необходимо попробовать вычислять потенциал ядра с большим количеством протонов и нейтронов, может быть получится общая формула.

Формула для эффективной массы допускает аппроксимацию с точностью 10% без аппроксимации инертных газов.

$$Z_{eff} = 1.26 + 0.75(n - 2) - 0.2(n - 2)^2 + 0.08292(A - A_{Li}), Z \in [3,9], n = 2$$

$$Z_{eff} = 1.84 + 0.08646(A - A_{Na}) = 1.26 + 0.75(n - 2) - 0.2(n - 2)^2 + 0.08646(A - A_{Na}), Z \in [11,17], n = 3$$

$$Z_{eff} = 2.09 + 0.03333(A - A_K) = 1.26 + [0.75(n - 2) - 0.2(n - 2)^2 + 0.099(A - A_K)]/3, Z \in [19,35], n = 4$$

Где A, n первая переменная определяет атомный вес элемента, а вторая величина его главное квантовое число. При условии $n > 4$ нужна другая интерполяционная формула для зависимости от главного квантового числа.

Аппроксимация основана на исходных данных для эффективного заряда

системы.

Таблица 19.2. Истинные и эффективные заряды ядер атомов некоторых элементов

Элементы	$Z_{ист}$	$Z_{эфф}$	Элементы	$Z_{ист}$	$Z_{эфф}$	Элементы	$Z_{ист}$	$Z_{эфф}$
H	1	1	Si	14	2,32	Fe	26	2,82
Li	3	1,26	P	15	2,64	Co	27	2,81
Be	4	1,66	S	16	2,62	Ni	28	2,77
B	5	1,56	Cl	17	2,93	Cu	29	2,79
C	6	1,82	K	19	2,09	Zn	30	3,08
N	7	2,07	Ca	20	2,48	Ga	31	2,46
O	8	2,00	Sc	21	2,57	Ge	32	2,82
F	9	2,26	Ti	22	2,62	As	33	3,14
Na	11	1,84	V	23	2,61	Se	34	3,13
Mg	12	2,25	Cr	24	2,61	Br	35	3,45
Al	13	1,99	Mn	25	2,74	Rb	37	2,22

Выводы

Потенциал атома определяется калибровочными значениями потенциала и зависит от количества нуклонов в ядре. Причем определяющим понятием в вычислении энергии атома является масса электрона, а не его заряд, который в окончательных формулах сокращается. Причем эффективный заряд определяется не экранировкой электронов, а взаимодействием нуклонов в ядре, в частности их атомным весом.

Глава 4. Определение критического количества частиц вакуума, являющегося границей между проявлением

корпускулярных и волновых свойств частиц

Следует различать элементарные частицы, образующие турбулентные и ламинарные потоки, и единичные элементарные частицы. Так к примеру электроны в атоме описываются как среда, образующая мгновенное излучение и поглощение энергии. При этом электроны переходят с одного уровня энергии на другой и обратно и образуют турбулентную и ламинарную среду. Экспоненциальным затуханием этот процесс не опишешь, рождение частицы экспонента не опишет, нужно турбулентное описание. Со средним, равным действительной части плюс колебание с амплитудой. равной мнимой части, умноженной на синус со сложной фазой, равной частоте колебаний умноженной на время. Явление интерференции электронов – это описание их как ламинарного потока, турбулентный поток не интерферирует, а хаотически колеблется. Причем наличие малой мнимой массы уже описывает среду как квантовую и волновую, а комплексное турбулентное решение описывает корпускулярную материю. Так существует резкая граница, когда элементарные частицы интерферируют, проявляя ламинарные свойства и при превышении критического числа Рейнольдса образуется турбулентный режим, и интерференция прекращается. Так гамма-кванты и рентгеновское излучение имеет комплексную массу с малой мнимой частью и проявляют как корпускулярные, так и волновые свойства. А реакции взаимодействия между элементарными частицами - это единичные процессы. Пример в тексте разобран, образование электрона и позитрона из-двух гамма квантов. Когда гамма кванты имеют меньшую длину волны чем среда, образуется электрон-позитронная пара. Электромагнитные волны могут проявлять корпускулярные и волновые свойства. Найдем границу, когда волновые свойства невозможны, т.е. когда электромагнитные волны превращаются в элементарные частицы. Звуковая волна может распространяться в газе, если длина волны больше расстояния между частицами газа. Более того, длина волны должна составлять как минимум два-три расстояния между частицами: ведь она должна включать как области сгущения, так и область

разряжения. Для распространения звуковой волны, которая является электромагнитной волной, образованной частицами вакуума, расстояние между частицами должно быть, по крайней мере, вдвое меньше длины волны излучения. Электромагнитные волны это звуковое движение частиц вакуума, что было доказано в предыдущем разделе.

Найдем среднее расстояние между частицами вакуума, для чего вычислим

$$\text{их концентрацию } n = \frac{\rho}{m_{\gamma k}} = \frac{\rho}{m_{Pl} (-i\rho_{\gamma} d_k / \rho_{Pl})^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4k}}} = 2.42 \cdot 10^{27}; k = 1.726 \text{ см. формулы}$$

1 раздела. Величина образующей частиц вакуума в этом случае равна .

$$r_{\gamma} = (a_0^k r_{Pl})^{\frac{1}{k+1}}, \text{ где } a_0 = r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}.$$

Главное квантовое число определилось дробное, так как в образовании электронов используются диполи, квадруполь и мультиполи частиц вакуума.

Переход с главного квантового числа n на m сопровождается дробным

$$\text{квантовым числом } k_{nm} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}}}. \text{ При этом имеем}$$

$k_{12} = 1.15, k_{23} = 2.68; k_{24} = 2.3, k_{34} = 4.53$. Складываются два перехода с весовой

функцией по формуле $k = \frac{1}{\sqrt{\frac{\alpha}{k_{nm}^2} + \frac{1-\alpha}{k_{pq}^2}}}$. Таким образом квантовое число

$k = 1.726$ образовалось из квантовых переходов k_{12}, k_{23} с весовой функцией

$$\alpha = \frac{\frac{1}{k_{12}^2} - \frac{1}{k_{23}^2}}{\frac{1}{k_{12}^2} - \frac{1}{k_{23}^2}} = 0.582. \text{ Тогда среднее расстояние между частицами вакуума}$$

$$\Lambda = \frac{1}{(4\pi n / 3)^{1/3}} = 4.61 \cdot 10^{-10} \text{ см.}$$

Длина волны должна равняться, по крайней мере, половине расстояния между частицами, чтобы на расстоянии между частицами умещалась область разрежения и сжатия волны.

При этом энергия или масса, соответствующая этой длине волны равна $m = 4\pi\hbar / (c\lambda) = 4\pi \cdot 10^{-27} / (3 \cdot 10^{10} \cdot 0.461 \cdot 10^{-9}) = 9 \cdot 10^{-28} g$ (при этом длина волны, вдвое меньше расстояния между частицами), при необходимой массе – энергии рождения электрон-позитронной пары $2m_e = 1.81 \cdot 10^{-27} g$. Где m_e это масса электрона или позитрона. При этом независимое определение границы распространения электромагнитной волны, совпало с границей рождения электрон-позитронных пар. Совпадение является достаточным, учитывая приближенное значение критерия распространения звуковой волны в газе.

При этом гамма квант и рентгеновское излучение, образованное за счет излучения ядра или излучения элементарных частиц, имеют меньшую длину волны и проявляют квантовые свойства, т.е. их механизм распространения не является волновым. В этой связи можно сказать, что гамма и рентгеновские лучи образованы частицами вакуума со свойством

$$N_{cr} = \frac{m}{m_\gamma} = \frac{4\pi\hbar / \Lambda}{m_\gamma c} = \frac{4\pi 10^{-27+10} / 4.61}{4.12 \cdot 10^{-57+10} 3} = 2.2 \cdot 10^{29},$$

и являются переходными между частицами и электромагнитными волнами. При этом гамма и рентгеновские кванты могут превращаться в элементарные частицы. Элементарные частицы состоят из большого числа частиц вакуума $N_{cr} = m / m_\gamma = 0.9 \cdot 10^{-27+57} / 4.12 = 2.18 \cdot 10^{29}$, где m это масса элементарной частицы, электрона и m_γ масса частицы вакуума.

В произвольной системе отсчета скорость образовавшихся частиц - электрона и позитрона относительно центра инерции двух столкнувшихся

фотонов равна величине $V/c = \sqrt{1 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega^2}}$, см. [5] задача к §88, где ω частота фотона.

Энергия электрона и позитрона равна

$\frac{2mc^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}} = 2(1+1/2)\hbar\omega = 3mc^2$. Причем границе между корпускулярными

и волновыми свойствами соответствует скорость $V/c = \sqrt{5}/3$, т.е. $3mc^2 = 2\hbar\omega$. На образование двух фотонов требуется аннигиляция электрон-позитронной пары, т.е. энергия $2\hbar\omega$. Куда же девается энергия твердого тела, равная $3mc^2 - 2\hbar\omega = mc^2$? Переход от корпускулярных свойств к волновым, это фазовый переход между твердым телом и жидким объемом сопровождается выделением дополнительной энергией. Эта энергия и равна дополнительной величине энергии твердого тела, которая переходит в энергию фазового перехода, добавляясь к энергии волны. Т.е. имеем равенство $3mc^2 = 2\hbar\omega + \hbar\omega$, где $\lambda = \hbar\omega/2$ теплота фазового перехода, одного кванта света. Эта теплота нулевых колебаний кванта света. При обратном переходе от волновых свойств к корпускулярным свойствам, т.е. от жидкого состояния в твердое состояние, надо жидкость охладить, т.е. у жидкости забрать энергию, уменьшив энергию жидкости, т.е. уменьшив волновую и энергию фазового перехода волны. Получается, что волна содержит энергию фазового перехода в корпускулярное состояние, равную нулевым колебаниям электромагнитной волны.

Но величина скорости $V/c = \sqrt{5}/3$ это резкая граница между жидким состоянием и твердым. Этот процесс начинается при нулевой скорости электрон и позитрона, имеется соответствующее сечение рассеяния образования электрон-позитронной пары.

Но это переход между твердым состояние частиц вакуума и жидким состоянием. Жидкое состояние электромагнитного поля проявляется корпускулярные и волновые свойства и имеет не сформировавшуюся кристаллическую структуру. Существует граница между жидкими и газообразными свойствами электромагнитного поля. Если жидкое состояние проявляет волновые и корпускулярные свойства, то газообразное состояние проявляет волновые свойства и электромагнитное поле интерферирует.

Газообразное корпускулярное состояние характеризуется энергией

$$E = \hbar\omega = \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = \frac{m_e c^2}{2 \cdot 137^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

Жидкое состояние находится в пределах энергии электромагнитного поля $E \in \left[\frac{m_e e^4}{2\hbar^2}, 2m_e c^2 \right] = \left[\frac{m_e c^2}{2 \cdot 137^2}, 2m_e c^2 \right]$. В

безразмерном виде электромагнитное поле проявляет волновые свойства

$$\frac{m_e c a}{2 \cdot 137^2 \hbar} < 2 \text{ и описывает ламинарное решение, где величина } a \text{ характерный}$$

размер макротела либо излучающего электромагнитную волну, либо

электромагнитная волна рассеивается на этом теле. Получается, что

определяющим размером является число Рейнольдса. Для атома характерный

размер для излученной атомом волне, это радиус Бора, и величина числа

$$\text{Рейнольдса для атома равна } R = \frac{2m_e c a}{2 \cdot 137^2 \hbar} = \frac{ka}{137^2} < \frac{ka}{137}, \text{ т.е. электромагнитное}$$

поле проявляет волновые свойства и описывается как ламинарное. При

условии $R \in \left[\frac{1}{137}, 2 \right] ka$ электромагнитное поле проявляет свойства жидкости.

Характерный размер элементарной частицы в жидкости $a = \frac{\hbar}{m_e c}$.

Парообразным состоянием вещества, заполнен разрыв между жидкостью и

газом, когда характерный размер колеблется между

$$a \in \left[\frac{\hbar}{m_e c}, \frac{\hbar^2}{m_e e^2} \right], R \in \left[\frac{1}{137^2}, \frac{1}{137} \right] ka.$$

Так как характерный размер газового состояния системы равен

$$a = \frac{e^2}{m_e c^2}, R = \left[0, \frac{1}{137^2} \right] ka, \text{ Жидкое и газообразное состояние вещества проявляет}$$

волновые свойства и описывается ламинарным режимом.

При условии $R > 2ka$ частицы вакуума описывают твердое тело.

Получается, что при условии $R < \frac{ka}{137^2}$ образуется не кристаллическая

структура с не постоянным объемом без фиксированной формы и мнимым

вектором обратной решетки с большим периодом, при условии $R > 2ka$

частицы вакуума описывают постоянный объем с фиксированной формой кристаллической структуры и действительным вектором обратной решетки. Где мнимая единица у произведения радиуса на вектор обратной решетки должна иметь знак, обеспечивающий затухание. В промежуточном случае имеется не сформировавшаяся кристаллическая структура с комплексным вектором обратной решетки при среднем значении периода решетки, что означает переменную форму объема элементарной частицы. При малом мнимом периоде решетки смещение элементов решетки невозможно, положение частиц вакуума строго определено, вероятность отклонения частицы вакуума от заданного положения равна нулю. Классификация аналогична классификации твердого, жидкого и газообразного тела см. [14].

Имеется следующая граница между корпускулярными и волновыми свойствами, равенство плотности энергии у волны и частице

$$\begin{aligned}\hbar kc &= eA \\ \hbar\omega &= e\varphi \\ \hbar\omega n_1 + i\hbar k_1 c &= e\varphi n_1 + ieA_1 \\ (\hbar\omega)^2 + (\hbar kc)^2 &= e^2(\varphi^2 + A_1^2), \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \varphi &= 0, \lim_{r \rightarrow \infty} A_1 = 0\end{aligned}$$

Этот результат получен из равенства плотности потоков энергии. Получена граница между импульсами корпускулярными и волновыми свойствами. На границе проявляются как корпускулярные свойства, так и волновые свойства.

Но каков не волновой механизм движения системы? Это движение по инерции. При этом в переходной зоне сумма двух гидродинамических сил потока, образованного частицами вакуума, равна нулю

$$\rho V^2 / 2 + \mu \frac{dV}{dx} = 0, \mu / \rho = i\hbar / (2m).$$

Решение этого уравнения при начальной скорости системы равной скорости света и результирующая скорость равна постоянной, конечной скорости движения по инерции, равно $\frac{1}{V} = \frac{1}{c} + \frac{\Delta x \rho}{2\mu} = \frac{1}{c} + \frac{\Delta x m}{i\hbar}$, где величина Δx соответствует переходу от постоянной скорости света, к постоянной скорости частицы $\Delta x = i\lambda = i\frac{\hbar}{m}\left(\frac{1}{V} - \frac{1}{c}\right)$. Расстояние, на котором произошел этот переход мнимое. Т.е. этот переход произошел на среднеквадратичном отклонении координаты вновь образовавшейся элементарной частицы, так как мнимая часть размера частицы равна среднеквадратичному отклонению по физическому смыслу мнимой величины. При этом длина волны частицы определяет среднеквадратичное отклонение. При этом образуется длина волны λ элементарной частицы, равная длине волны де Бройля и модулю среднеквадратичного отклонения координаты.

Но масса частицы - это константа, когда же она начинает приводить к проявлению волновых свойств? Проявление волновых свойств де Бройля связано со скоростью частицы. Формула, учитывающая мнимый размер частицы, или ее среднеквадратичное отклонение $\Delta x = i\lambda = i\frac{\hbar}{m}\left(\frac{1}{V} - \frac{1}{c}\right)$, учитывающая скорость частицы, причем меньшую или большую скорости света. Эта формула определяет соотношение неопределенности $i\Delta(p_x, x) = i\hbar\left(1 - \frac{V_x}{c}\right)$, где величина $\hbar\left(1 - \frac{V_x}{c}\right)$ среднеквадратичное отклонение произведения координаты на импульс. Из него следует, что при скорости, стремящемся к скорости света ошибка координаты нулевая. Кроме того, в системе отсчета, двигающейся со скоростью света, скорость частицы равна скорости света и значит ошибка координаты нулевая. Причем это соотношение получено из гидродинамических соотношений с выделенной системой отсчета, неподвижной на бесконечности. Вместо скорости света можно использовать скорость звука, и рассматривать задачу при до релятивистских скоростей света.

Длина волны де Бройля зависит от скорости частицы $\lambda = h/p = h/mV$.
 Еще более точная формула $p = \hbar k$. С изменением скорости частицы меняется и ее кинетическая энергия. При этом критическое значение параметра, определяющего переход из волнового состояния в корпускулярное состояние для волн де Бройля равно

$$2ka = R = \frac{Va}{v} = \frac{2mVa}{\hbar} = \frac{Va}{\hbar/(2m) + Gm/c_{Fs} - iv\rho_l/\rho_b} = N_{cr} =$$

$$= \frac{4m}{m_{\gamma k}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 1 \right)^2 = \frac{R_{cr}}{(\sqrt{2}-1)^2} \left[\frac{1}{\sqrt{1-\Re^2/R_{Fs}^2}} - 1 \right]^2, v = \frac{\hbar}{2m}, \quad (4.1)$$

$$\Re = \begin{cases} R_{cr} - \sqrt{R_{cr}^2 - T\alpha}, |R| < R_{cr} \\ R_{cr} + i^4 \sqrt{T^2\alpha - TR_{cr}^2\beta}, |R| > R_{cr} \end{cases}; R_{Fs} = \frac{c_{Fs}b}{v} = R_{cr}\sqrt{2} = 2300\sqrt{2}$$

a характерный размер препятствия. Формулу $R_{Fs} = \frac{c_{Fs}b}{v} = R_{cr}\sqrt{2}$ см. [13], откуда определяется толщина фронта ударной волны b . Формула записана для среды.

Существует глубокая связь между электромагнитной и гидродинамической границей перехода от волнового решения к корпускулярному, между ламинарным режимом и турбулентным

$$R_{cr} = \frac{4m}{m_{\gamma k}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 1 \right)^2 = \frac{4E_{kin}^2}{m_{\gamma k} mc^4} = \frac{2a}{\sigma}; \dots \text{ Это удивительное совпадение,}$$

критическое число Рейнольдса связано с квадратом кинетической энергии, деленное на энергию покоя частиц вакуума и элементарных частиц, деленное на 4. Критическое число Рейнольдса равно отношению среднего периода шероховатости к среднеквадратичному отклонению высоты шероховатости, т.е. обратно пропорционально среднему модулю тангенса наклона шероховатости. Если произведение массы частиц вакуума на массу элементарной частицы рассматривать как высоту среднеквадратичного отклонения, а квадрат кинетической энергии рассматривать как среднее, то получится правильная связь между критическим числом Рейнольдса и критерием перехода от волновых свойств к корпускулярным.

Мнимая часть этого решения соответствует гидродинамическим течения, и в частности звуковым волнам и соответствует учету среднего потенциала. Величина T это перепад усредненного безразмерного давления или безразмерный усредненный потенциал. из равенства мнимых частей определяется переход к турбулентному режиму из решения нелинейного уравнения относительно числа Рейнольдса. Переход к турбулентному комплексному режиму (корпускулярному режиму) осуществляется не при $V/c = \sqrt{5}/3$, а при $V/c_{Fs} = \Re/R_{Fs} = 1/\sqrt{2}; T \geq R_{cr}^2/\alpha$, поэтому коэффициент перед квадратной скобкой равен $1/(\sqrt{2}-1)^2 = 1/(3-2\sqrt{2}) = 5.8284$. Решением этого нелинейного уравнения в случае задач гидродинамики является $R = R_{cr}$ при условии $R_{cr}^2 = T\alpha$. Причем это соотношение связано с переходом от действительного решения ламинарного к комплексному турбулентному.

В случае использования этой формулы в микромире, учитывается средний потенциал, который влияет на число Рейнольдса. Переход к скорости в формуле (4.1), больше фазовой скорости звука сопровождается комплексной скоростью, так что переход через фазовую скорость звука осуществляется без разрыва. Наблюдается равенство критерия перехода границы между электромагнитной волной и материей в действительной части критерия перехода границы между материей и волной де Бройля.

Это равенство реализуется при скорости частиц вакуума на границе перехода волна-материя равной величине $V/c = \sqrt{5}/3$. Оно получается из формулы $\frac{2}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 2 = 1$.

При этой скорости частиц вакуума частота электромагнитной волны равна комптоновской частоте излучения $3mc^2 = 2\hbar\omega + \hbar\omega$, что приводит к рождению электрон-позитронной пары.

Образование электрон-позитронной пары приводит к другой границе между корпускулярными и волновыми свойствами. К границе между волнами де Бройля и корпускулярными свойствами вещества.

Значение однородного электрического поля, при котором происходит рождение электрон-позитронной пары из вакуума удовлетворяет условию

$$|E| > \frac{m^2 c^3}{|e| \hbar}.$$

Оно отличается от перехода гамма кванта в электрон-

позитронную пару. Этот переход соответствует изменению волновых свойств в корпускулярные. Это соответствует невозможности существования волны в связи большим расстоянием между частицами вакуума по сравнению с длиной волны, и переходу к равномерному движению элементарных частиц.

Критерий $|E| > \frac{m^2 c^3}{|e| \hbar}$ соответствует рождению из вакуума электрона и

позитрона в постоянном поле и соответствует образованию нелинейного члена электромагнитного поля.

В электромагнитной волне скорость частиц вакуума зависит от векторного потенциала, при фазовой скорости в вакууме, равной скорости света. В волне де Бройля фазовая скорость больше скорости света и равна c^2/V , где V скорость частицы, а приведенная длина волны определяется по формуле $\lambda = \frac{\hbar}{mV}$, $p = \hbar k$, где V скорость элементарной частицы, и равная ей скорость частиц вакуума.

При большой скорости частица проявляет себя как квант энергии, при малой скорости как волна. Причем граница резкая по скорости частицы. По-видимому, это связано с критическим числом Рейнольдса. Число Рейнольдса для волны де Бройля запишется в виде $R = \frac{Va}{\nu} = \frac{2mVa}{\hbar} = \frac{2a}{\lambda} = 2ka$, $\nu = \hbar/(2m)$, где величина $\nu = \hbar/(2m)$ модуль кинематической вязкости вакуума. Для данных условий эксперимента существует критическая скорость частицы, когда происходит переход между двумя режимами, турбулентным и ламинарным. Турбулентный, комплексный режим соответствует корпускулярному описанию свойств частицы как твердого тела, а действительный, ламинарный режим плавному, волновому см. [2] стр.7, как газообразному образованию.

Предельный случай турбулентного режима - это твердое тело с увеличивавшейся плотностью, а значит уменьшающейся кинематической вязкостью, т.е. ростом числа Рейнольдса. Причем плотность газообразного тела, проявляющего волновые свойства, равна плотности вакуума $\rho = 10^{-29} \text{ g/cm}^3$, а плотность квантовой частицы огромна. При этом квант образует кристаллическую, колеблющуюся вокруг положения равновесия, структуру, которая соответствует постоянному коэффициенту сопротивления турбулентного режима при максимальном перепаде безразмерного давления T , соответствующем максимальной скорости движения, скорости света (см. формулу для числа Рейнольдса в [2])

$$R_{\max} = \frac{ca}{\nu} = \sqrt{R_{cr}^2 + \sqrt{T^2/8 - TR_{cr}^2}}$$

Безразмерное давление при пересчете уравнения Навье – Стокса в уравнение Шредингера, соответствует безразмерному потенциалу см. начало 1 раздела.

Турбулентное состояние электромагнитного поля и образование элементарных частиц описываются одинаковыми числами Рейнольдса. При столкновениях фотонов, образующих турбулентный режим

электромагнитного высокочастотного поля в пределах $2ka \frac{m_{Pl}}{m_e} > R > 2ka$,

образуются элементарные частицы, т.е. твердые частицы. При условии

$$\frac{2mca}{\hbar} > R > 2ka \frac{m_{Pl}}{m_e}; k = \frac{mV}{\hbar} < \frac{mcm_e}{\hbar m_{Pl}}, V < c \frac{m_e}{m_{Pl}}, \text{ где } \frac{m_{Pl}}{m_e}$$

отношение массы Планка, к массе электрона, m масса элементарной частицы. Образуется твердое макротело с малой относительной скоростью микрочастиц, и нет турбулентного электромагнитного поля высоких частот, а имеется кристаллическая структура с малыми колебаниями.

При этом пространство микромира комплексно в обоих режимах см. формулу (4.1). Турбулентный режим с трудом создает интерференционную картину, в силу наличия дисперсии, а значит не постоянства свойств, а

ламинарный когерентный режим создает просто. Интерференционная картина создается при стационарном состоянии интеграла

$$y^l = \int_{s_0}^s \frac{dx^l}{du} \exp \left\{ i \int_{\varphi_0}^u \left(P_k \frac{dx^k}{d\varphi} / \hbar - n \right) d\varphi \right\} du. \quad (4.1)$$

При этом пространство y^l всегда комплексно при комплексной фазе. Фаза равна нулю при поступательном движении тела при отсутствии внешнего поля см. [3], стр.16-17. При наличии точки стационарной фазы определяется стабильная интерференционная картина при действительных значениях x^k, P_k , что приводит к появлению интерференции. Метод перевала соответствует турбулентному режиму и комплексным значениям пространства x^k, P_k , причем его реализация проблематична, и получение интерференционной картины сложная задача в силу свойства мнимой части комплексных параметров. Мнимая часть параметров переменна как в пространстве, так и во времени, хотя описывается как одно мнимое число.

При этом электроны в атоме водорода в процессе испускания электромагнитной волны перестраивает свою структуру, из частиц вакуума, образующих элементарную частицу электрон, в частицы вакуума образующие электромагнитную волну. При этом опять затрачивается энергия ионизации, т.е. фазового перехода. При этом меняется и $ka = 2\pi \frac{a}{\lambda}$, за счет

образования нестационарного состояния с эффективной длиной волны $\lambda = c\tau = c \frac{\hbar}{\Gamma}$, где величина Γ , это мнимая часть энергии частицы. При этом

имеем $ka = 2\pi \frac{a\Gamma}{\hbar c}$. Следовательно, эта величина увеличивает длину волны по

сравнению со стационарным состоянием, так как действительная часть

$ka = 2\pi \frac{aE}{\hbar c}$ энергии E больше мнимой части Γ , и вызывает переход к

волновым свойствам.

Рассмотрим интерференцию при отсутствии электромагнитного поля, т.е. для интерференции одиночной частицы. При этом этот критерий соответствует наличию картины интерференции элементарных частиц

$R = 2ka = \frac{2mVa}{\hbar} = \frac{Va}{v}$, которая для электрона соответствует 8π , а для атомов

гелия масса определяется значение $4 \cdot 1836$ масс электронов. В опыте, описанном в статье [4], размер щели $s_1 = 2a = 2\mu m = 2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$. При том

длина волны $\lambda = 0.103 \text{ nm} = 1.003 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$. При этом размер системы

$R = \frac{Va}{v} = \frac{2mVa}{\hbar} = 2ka = 4\pi \frac{a}{\lambda} = N_{cr} = \frac{4m}{m_{\gamma k}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} - 1 \right)^2 = 1.25 \cdot 10^5$. Откуда скорость

равна $V = \frac{2\pi\hbar}{m\lambda} = 6 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$. Тогда критическое значение параметра равно

$$N_{cr} = \frac{16m_p}{|m_{\gamma k}|} \left(\frac{\pi\hbar}{4m_p c \lambda} \right)^4 = \frac{16 \cdot 1836 \cdot 0.911 \cdot 10^{-27}}{1.544 \cdot 10^{-51}} \left(\frac{1.05\pi 10^{-27}}{2,998 \cdot 4 \cdot 1836 \cdot 0.911 \cdot 10^{-27+10-8} 1.003} \right)^4 = 1.25 \cdot 10^5;$$

$$k = 2.40755$$

. При этом главное квантовое число, или ранг мультиполей оказался дробным. Гелий в данном эксперименте находился в возбужденном состоянии с главным квантовым числом $n = [2,3]$. Для дифракции ионов

гелия квантовые числа складываются по правилу $\frac{1}{k^2} = \frac{\alpha}{n^2} + \frac{1-\alpha}{m^2}$ и весовая

функция равна $\alpha = \frac{\frac{1}{k^2} - \frac{1}{m^2}}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}} = \frac{\frac{1}{2.40755^2} - \frac{1}{3^2}}{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}} = 0.4422$. Т.е. имеется весовая

константа 0.5578 изотопов гелия с главным квантовым числом 2 и весовая константа 0.4422 изотопов гелия с главным квантовым числом 3. Отмечу, что этот же результат получен и для среды $N_{cr} = R_{cr} = 10^5$

Отмечу неожиданный результат эксперимента. Для образования дифракционной картины в случае электромагнитной или звуковой волны достаточно $ka = 2\pi$. Но у атомов гелия образование дифракционной картины

произошло при размерах $ka = \frac{mVa}{\hbar}$ в 10000 раз больших, что является

свойством волны де Бройля. Это объясняется следующим образом. Образование интерференционной картины с помощью частиц вакуума зависит от порога, так же как и в гидродинамике есть резко отличающийся ламинарный и турбулентный режим. Но критерий N_{cr} имеет разное значение, так как масса частицы и ее скорость разная. Поэтому получаем значение этого критерия зависящего от массы частицы. Т.е. при условии

$$2ka = \frac{2mVa}{\hbar} = N_{cr} = \frac{4m}{m_\gamma} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - 1 \right)^2 \quad \text{имеется граница между}$$

корпускулярными свойствами и волновыми, где V скорость частицы относительно неподвижного центра инерции системы. При уменьшении ka проявляются волновые свойства. При этом критерий перехода к волновым свойствам в обоих случаях описания увеличился относительно электрона в $0.7 \cdot 10^4 \sim 4 \cdot 1836$.

Существует глубокая связь между квантовой механикой и гидродинамикой. Обе эти области науки основаны на нелинейных уравнениях, значит у них существует ламинарный и турбулентный режим, критическое число Рейнольдса. Связанные состояния характеризуется действительным числом Рейнольдса при мнимой кинематической вязкости и мнимой скорости у при действительной волновой функции. Мнимая скорость определяется по

формуле $V_k = -i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x^k}$ и для систем с действительной волновой функции

скорость является мнимой. Мнимая кинематическая вязкость определяется из связи уравнения Шредингера и Навье-Стокса и равна $\nu = i \frac{\hbar}{2m}$. Число

Рейнольдса равно $R = \frac{2miVa}{i\hbar} = \frac{2mVa}{\hbar}$ и является действительным. Свободное

состояние также имеет действительное число Рейнольдса, но скорость у него действительная, поступательная, как и волновая функция, а вот характерный

размер мнимый. В самом деле имеем соотношение $\frac{mV_k}{i\hbar} = -\frac{\partial \ln \psi}{\partial x^k}$. Откуда

следует что координата мнимая. Но будучи умноженной на мнимый

характерный размер, безразмерная координата становится действительной, как и число Рейнольдса $R = \frac{2mVia}{i\hbar} = \frac{2mVa}{\hbar} = 2ka$. По мере уменьшения энергии

дифракционная картина у атома гелия исчезает и при $2ka = 1.25 \cdot 10^5$ имеется граница. Это значение близко к критическому числу Рейнольдса для сферы. Начинается действительное решение, которое описывает корпускулярное состояние без интерференции элементарных частиц ламинарный режим. Существует связь между порогом реакции и критическим числом Рейнольдса

$$R_{cr} = \frac{4m}{m_{\gamma k}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - 1 \right)^2 = 1.25 \cdot 10^5.$$

Но комплексное турбулентное течение имеет особенности. Оно описывается одной когерентной частотой, как в случае вращения двух соосных цилиндров в некотором режиме. Это следует из наличия интерференционной картины, в случае переменной частоты интерференция не образуется.

Плотность частиц вакуума определяет вид взаимодействия. Так проникающее повсюду гравитационное и почти повсюду электромагнитное взаимодействие образуется при плотности частиц вакуума $\rho_{\gamma} > 10^{-29} \text{ g/cm}^3$

при концентрации частиц вакуума $n = \frac{\rho_{\gamma}}{m_{\gamma}} = \frac{3}{4\pi\Lambda^3} > 10^{27} / \text{cm}^3$. Граничное

расстояние между частицами вакуума в электромагнитной волне

$$\Lambda = 0.461 \cdot 10^{-9} \text{ cm}. \quad (4.2)$$

В случае атома водорода граничная концентрация частиц вакуума равна

$$n = \frac{4m_e}{m_{\gamma} a_0^3} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - 1 \right)^2 = \frac{4 \cdot 10^{-27}}{10^{-51} (0.5 \cdot 10^{-8})^3 137^4} = 8 \cdot 10^{41} / \text{cm}^3.$$

При этом граничное расстояние между частицами вакуума $\Lambda = 10^{-14} \text{ cm}$. При этом $ka_0 \ll N_{cr}$, т.е. система должна проявлять корпускулярные свойства как волна де Бройля, и волновые свойства как электромагнитная волна,

удовлетворяющая условию $\frac{V}{c} < \frac{\sqrt{5}}{3}$, т.е. не образовывать пар частица-

античастица см. материал далее по тексту.

Граница концентрации частиц вакуума между волновыми и корпускулярными свойствами при сильном взаимодействии, равна

$$n = \frac{4m_p}{m_\gamma r_A^3} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - 1 \right)^2 = \frac{4 \cdot 1840 \cdot 0.5 \cdot 10^{-27+57+39}}{1 - V^2/c^2} = \frac{4 \cdot 10^{72}}{1 - V^2/c^2} / \text{см}^3.$$

Граничное расстояние между частицами вакуума $\Lambda = 10^{-24} (1 - V^2/c^2)^{1/3} \text{см}$, при размере ядра $r_A = 10^{-13} \text{см}$. Причем скорость частиц вакуума в ядре атома близка к скорости света.

В электромагнитной волне частицы вакуума находятся на расстоянии большем, чем размер позитрона и электрона. Расстояние между частицами вакуума в электромагнитной волне удовлетворяет равенству (4.2).

В случае ядра атома и атома водорода - это расстояние меньше размера электрона. Частицы вакуума в ядре атома плотно упакованы, с пересечением их волновых функций, масса покоя может быть меньше модуля потенциальной энергии. Причем концентрация частиц вакуума в ядре не равномерна. В нуклонах имеется большая плотность частиц вакуума. При этом имеются интервалы с малой плотностью частиц вакуума.

Граница $\frac{2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - 2 = 1; \frac{V}{c} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ соответствует рождению частицы и

античастицы. В самом деле, величина $n = \frac{4m_e}{m_\gamma a_0^3} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} - 1 \right)^2$ это

границная концентрация частиц вакуума. Определенное по ней расстояние между частицами вакуума, это граничное расстояние. Величина $n = \frac{m_e}{m_\gamma a_0^3}$,

определяет концентрацию частиц вакуума. По ней можно определить расстояние между частицами вакуума. При расстоянии между частицами вакуума меньше граничного расстояния, наблюдаются волновые электромагнитные свойства. Но при этом уже имеются корпускулярные свойства волны де Бройля в случае $ka < N_{cr}$. При величине расстояния между частицами больше граничного расстояния должны проявляться

корпускулярные свойства электромагнитного поля. Значит, при переходе через границу $\frac{V}{c} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ должны проявиться корпускулярные электромагнитные свойства, т.е. образовываться пары частица-античастица.

Докажем, что квантовую частицу может сопровождать электромагнитная волна. Для этого запишем равенство

$$[\hbar(\omega_q + \omega_{em})]^2 = [\hbar(k_q + k_{em})]^2 c^2 + m^2 c^4.$$

Где индекс q означает квантовую волну де Бройля, а индекс em электромагнитную волну. Эта формула эквивалентна двум формулам

$$\begin{aligned} (\hbar\omega_q)^2 &= (\hbar k_q)^2 c^2 + m^2 c^4 \\ 2\hbar^2 \omega_q \omega_{em} + (\hbar\omega_{em})^2 &= 2\hbar^2 k_q k_{em} c^2 + (\hbar k_{em})^2 c^2. \end{aligned}$$

Откуда для волнового числа электромагнитной волны имеем формулу

$$\begin{aligned} k_{em} &= -k_q + \sqrt{k_q^2 + 2\omega_q \omega_{em} / c^2 + \omega_{em}^2 / c^2} = \omega_{em} / c_1 \\ \frac{c}{c_1} &= \sqrt{1 + \frac{k_q^2 c^2}{\omega_{em}^2} + \frac{2\omega_q}{\omega_{em}} - \frac{k_q c}{\omega_{em}}} = \sqrt{\left(1 + \frac{\omega_q}{\omega_{em}}\right)^2 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_{em}^2}} - \sqrt{\left(\frac{\omega_q}{\omega_{em}}\right)^2 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_{em}^2}}. \end{aligned}$$

Элементарную частицу сопровождает электромагнитная волна с такой фазовой скоростью c_1 . Причем частота электромагнитной волны и волны де Бройля совпадает. Имеем

$$\begin{aligned} \frac{c}{c_1} &= \sqrt{4 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_q^2}} - \sqrt{1 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_q^2}} \cong 1 + \frac{3m^2 c^4}{8\hbar^2 \omega_q^2}, \\ k_{em} &= \frac{\omega_q}{c} \left(\sqrt{4 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_q^2}} - \sqrt{1 - \frac{m^2 c^4}{\hbar^2 \omega_q^2}} \right) = \frac{\omega_q}{c} \left(1 + \frac{3m^2 c^4}{8\hbar^2 \omega_q^2} \right) \end{aligned}$$

Сопутствующее элементарную частицу электромагнитное поле имеет частоту $\hbar\omega > mc^2$. При достижении скорости $\frac{V}{c} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ связанная с частицей электромагнитная волна образует пару частица-античастица при условии $\hbar\omega = mc^2$.

Выводы

Существует единый механизм, объединяющий волновое и корпускулярное описание частиц и электромагнитного поля. Электромагнитные волны и элементарные частицы состоят из частиц вакуума. Элементарные частицы - это сгустки частиц вакуума. Причем сгустки бывают газообразными (облако частиц в атоме), жидкими и кристаллическими – корпускулярными, и между этими состояниями происходят фазовые переходы, которые сопровождаются изменением энергии. Физический смысл потенциала электромагнитного поля - это поток частиц вакуума. Граничное значение количества частиц вакуума эквивалентно массе электромагнитной волны $m = \hbar k / c$ равно

$$\frac{m}{m_\gamma} = \frac{\hbar k}{m_\gamma c} = N_{cr} = 10^{30}. \text{ При превышении этого количества частиц вакуума}$$

электромагнитная волна проявляет корпускулярные свойства, например, рентгеновское и гамма излучение, и могут рождаться электрон-позитронные пары. Критическое значение для волны де Бройля разного сорта элементарных частиц это величина разная и равна

$$N_{cr} = \frac{4m}{m_\gamma} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - V^2 / c^2}} - 1 \right)^2, \text{ где скорость частицы определяется относительно}$$

скорости движения неподвижного центра инерции, но эта формула

справедлива для волн де Бройля. При превышении скорости $\frac{V}{c} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ могут

проявляться корпускулярные электромагнитные свойства частиц и рождаться пары частица-античастица с выделением или поглощением энергии.

Литература

1. *Матвеев А.Н.* Молекулярная физика. М.: «Высшая школа», 1981, -400с.
2. *Якубовский Е.Г.* Исследование решений уравнения Навье – Стокса, "Энциклопедический фонд России", 2014, 60с.,

<http://russika.ru/sa.php?s=868>

3. Якубовский Е.Г. Квантование энергии тел, описываемых уравнением ОТО. «Энциклопедический фонд России», 2014.
http://russika.ru/userfiles/390_1423751359.pdf
4. O. Carnal and J. Mlynek Young's double-slit experiment with atoms: A simple atom interferometer Phys. Rev. Lett. 66, 2689 – Published 27 May 1991
5. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика, т.IV, М.,- «Наука»,1989 г., 727
6. Якубовский Е.Г. Физический смысл уравнений квантовой механики, электродинамики и ОТО. «Энциклопедический фонд России», 2015,
<http://russika.ru/sa.php?s=890>
7. Якубовский Е.Г. Обобщение уравнений квантовой механики на величины 20 порядков меньше, часть 1. «Энциклопедический фонд России», 2017, 115стр. http://russika.ru/userfiles/390_1520870637.pdf
8. Якубовский Е.Г. Обобщение уравнений квантовой механики на величины 20 порядков меньше, часть 2. «Энциклопедический фонд России», 2017, 62 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1519063030.pdf
9. Кикоин И.К. Таблицы физических величин. Справочник. М.: «Атомиздат», 1976г.,1009с.
10. Якубовский Е.Г. Вычисление вязкости твердого тела и жидкости. «Энциклопедический фонд России», 2015, 3стр.
http://russika.ru/userfiles/390_1440699433.pdf
11. Якубовский Е.Г. Необходимость использования массы Планка вместо массы электрона при описании частиц вакуума «Энциклопедический фонд России», 2018, 2 стр. http://russika.ru/userfiles/390_1535286855.pdf
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика Нерелятивистская теория т.Ш, Наука, М.,1969,768с.

13. Якубовский Е.Г. Еще одно свойство нелинейных уравнений в частных производных или деформация разрыва. «Энциклопедический фонд России», 2018, 5 стр. http://www.russika.ru/userfiles/390_1538405335.pdf
14. Якубовский Е.Г. Образование твердого, жидкого, газообразного и плазменного состояния тела. «Энциклопедический фонд России», 2017, 20 стр. http://www.russika.ru/userfiles/390_1495778389.pdf