

Вторая ветвь квантовой
механики - описание в
комплексном пространстве

Якубовский Е.Г.

e-mail yakubovski@rambler.ru

Оглавление

1. Необходимость перехода в комплексное пространство.....	5
2. Две разные ветви квантовой механики.....	29
3. Дискретное время квантовой механики.....	33
4. Учет орбитального и спинового момента при комплексной траектории.....	47
5. Расчет взаимодействия двух частиц с образованием новых двух частиц.....	50
6. Описание столкновения двух частиц.....	51
7. Опишем рассеяние на элементарных частицах при наличие внешнего воздействия.....	53
8. Список литературы.....	60

Введение

Введение комплексного пространства созрело в квантовой механике из-за того, что энергия и импульс имеют комплексное значение, что потребовало введение комплексного пространства. Вместо эрмитовых и антиэрмитовых операторов используются симметричные и антисимметричные операторы. При этом комплексный базис симметричных и антисимметричных операторов ортонормированный. Облегчаются вычисления в комплексном пространстве и возможно избавление от перенормировок. Кроме того, введено понятие комплексной траектории, мнимая часть которой описывает среднеквадратичное отклонение и возможно выполнение соотношения неопределенности. Понятие оператор и коммутационные соотношения отменяются во второй ветви квантовой механики. Имеются функции и частные производные в комплексном пространстве. Мнимые части комплексных параметров должны удовлетворять соотношению неопределенности. Собственная энергия реализуется по потенциальной и кинетической энергии плюс квантовый член. Квантовый член в некоторых задачах делает закон сохранения комплексной энергии реализуемым, без него время дискретное. Но закон сохранения энергии требует мнимой части импульса, т.е. выполняется только в комплексном пространстве. Это говорит о том, что в квантовой механике энергия, импульс и координаты комплексные, турбулентные. Логика развития моего описания квантовой механики требует наличия комплексного импульса и координат. Дело в том, что рассматриваются точечные частицы и их размер определяет мнимая часть. Кроме того, закон сохранения энергии при наличии комплексных траекторий требует наличия мнимой части импульса см. формулу (3.3) и без мнимой части импульса не сохраняется. Отсутствие понятий траектории приводит к операторному закону сохранения энергии. Он логически выверено построен с помощью оператора энергии в действительном пространстве.

Предстоит сложная работа по использованию понятия комплексный импульс в квантовой электродинамике и квантовой механике, но это диктуется логикой

развития понятия комплексный импульс. Пространство микромира комплексное и чем быстрее это поймут, тем лучше.

Я попытался использовать созданные ранее файлы, замену квантовой механики в действительном пространстве на комплексное пространство с комплексными траекториями. Получилось два файла с описанием столкновения двух частиц, один без внешнего воздействия, а второй с внешним воздействием. Задача сильно упростилась, так как используется понятие комплексной траектории. Столкновение соответствует равенству действительной части координат двух частиц при возможно отличающейся мнимой части. Внешнее воздействие определяет массу образовавшейся частицы.

Но когда координата и скорость станет комплексной или действительной? На этот вопрос дает ответ комплексное турбулентное решение задачи гидродинамики. Ламинарное число Рейнольдса потока действительное, а турбулентное комплексное. Изменение числа Рейнольдса тела вызовет изменение числа Рейнольдса потока. При переходе числа Рейнольдса тела через критическое число Рейнольдса изменится и число Рейнольдса потока, оно станет комплексным. Число Рейнольдса потока зависит от скорости и размера, которые станут комплексными. Отмечу что обобщенное число Рейнольдса зависит от массы тела.

1. Необходимость перехода в комплексное пространство

Квантовая механика оперирует с действительным пространством, причем все измеряемые собственные величины являются действительными. Но оказывается, что среди этих действительных собственных значений эрмитовых операторов имеются комплексные значения. В действительном пространстве собственные значения квантовых операторов импульса, энергии действительны. В статье приведены примеры, когда энергия является комплексной, что указывает на комплексность пространства микромира. Но возникает проблема скалярного произведения, которое без учета комплексно

сопряженных членов определить сложно. Но вводя «обратную» функцию, это можно сделать.

Ключевые слова: комплексное пространство, несамосопряженный оператор, уравнения квантовой механики

1. Описание необходимости комплексного пространства

Покажем, что собственное значение энергии может быть комплексным. Так для ямы постоянной глубины U_0 размером a , см. задачу в [1] к параграфу §22.

Вне ямы решение имеет вид $\psi_n = b \exp(\pm \chi_n x)$, $\chi_n = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E_n)}$. Внутри ямы решение ищем в виде $\psi_n = c \sin(k_n x + \delta)$, $k_n = \frac{\sqrt{2mE_n}}{\hbar}$.

Условие непрерывности волновых функций ψ'_n / ψ_n на границе ямы, определяет в неявном виде значение энергии

$$\begin{aligned} k_n a &= n\pi - 2 \arcsin \frac{k_n \hbar}{\sqrt{2mU_0}} \cong n\pi - 2 \arcsin \frac{n\pi \hbar}{a\sqrt{2mU_0}} = \\ &= n\pi + 2i \ln \left[\frac{n\pi \hbar i}{a\sqrt{2mU_0}} \pm i \sqrt{\left(\frac{n\pi \hbar}{a\sqrt{2mU_0}} \right)^2 - 1} \right] \cong (n-1)\pi + 2i \ln \left(\frac{2n\pi \hbar}{a\sqrt{2mU_0}} \right) \end{aligned}$$

Откуда определится действительное и комплексное значение энергии E_n во всем пространстве. Комплексное значение E_n получается при значении аргумента у арксинуса больше единицы. При комплексной энергии образуются квазистационарные состояния с комплексной волновой функцией. Причем этот мнимый член аддитивный и является турбулентной добавкой к основному члену, описывающему среднее значение. Действительная волновая функция равна

$$\begin{aligned} \psi_n &= c [\sin(\operatorname{Re} k_n x + \delta) \cosh(\operatorname{Im} k_n x) + i \cos(\operatorname{Re} k_n x + \delta) \sinh(\operatorname{Im} k_n x)] = \\ &= c [\sin(\operatorname{Re} k_n x + \delta) \cosh(\operatorname{Im} k_n x) \cos \arg \psi_n + \cos(\operatorname{Re} k_n x + \delta) \sinh(\operatorname{Im} k_n x) \sin \arg \psi_n] = \\ &= c \sqrt{\sin^2(\operatorname{Re} k_n x + \delta) + \sinh^2(\operatorname{Im} k_n x)} = c \sqrt{\sin^2(\operatorname{Re} k_n x + \delta) + \left(\frac{n\pi \hbar}{a\sqrt{mU_0}} \right)^{4x}} < c \sqrt{1 + \left(\frac{n\pi \hbar}{a\sqrt{mU_0}} \right)^4}, \\ & \quad 0 < x < a \end{aligned}$$

Получается, что волновая функция ограничена. Чем же объясняется существование комплексного значения энергии? Дело в том, что модель действительного пространства для объяснения всех эффектов квантовой механики не достаточна. Возникают комплексные собственные значения. Значит надо строить модель квантовой механики в комплексном пространстве. При этом операторы импульса во всем комплексном пространстве не будут эрмитовые. Докажем, что оператор импульса не эрмитов в комплексном пространстве. Он равен $\hat{p}_x \psi = -i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x}$, для чего вычислим скалярное произведение, оно окажется равным в случае действительного пространства

$$\begin{aligned} \langle \varphi | \hat{p}_x \psi \rangle &= \int \varphi^* \hat{p}_x \psi dx dy dz = -i\hbar \int \varphi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} dx dy dz = i\hbar \int \psi \frac{\partial \varphi^*}{\partial x} dx dy dz \\ \langle \hat{p}_x \varphi | \psi \rangle &= \int [-i\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial x}]^* \psi dx dy dz = i\hbar \int \psi \frac{\partial \varphi^*}{\partial x} dx dy dz \end{aligned}$$

Если пространство действительно, то получим равенство скалярных произведений, и значит оператор импульса эрмитов. Но если пространство комплексное, то равенства выражений не будет и оператор импульса будет не эрмитов. Аналогичное доказательство можно реализовать оператора координаты $\hat{x}G = xG = i\hbar \frac{\partial G}{\partial p_x}$ в импульсном представлении. Оказывается, в комплексном пространстве операторы, импульса и координаты являются операторами симметричными и антисимметричными, и не являются эрмитовыми.

Для оператора энергии в [1]§8 доказывается, что справедливо равенство $\int \psi^* (\hat{H}^{*T} - \hat{H}) \psi dx dy dz = 0$, для произвольных функций ψ . Но в комплексном пространстве $\hat{H}^{*T} = -\frac{\partial}{\partial x^{*2}} - \frac{\partial}{\partial y^{*2}} - \frac{\partial}{\partial z^{*2}} + U \neq \hat{H} = -\frac{\partial}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial z^2} + U$, таким образом определенный гамильтониан не является эрмитовым в комплексном пространстве, а является эрмитовым в действительном пространстве. Т.е. оператор $\hat{H} \psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$ в комплексном пространстве не является эрмитовым. В

самом деле для волновой функции $\psi = \exp[-i(E - i\Gamma)t/\hbar]$ уравнение удовлетворяется, для длительного существования волновой функции время должно быть комплексное $\arg(E - i\Gamma) + \arg t = 0$. Получается, что решение является конечным для комплексного пространства. Определение энергии комплексной во втором примере, говорит о том, что действительное пространство не описывает все свойства квантовой механики, и надо строить квантовую механику в комплексном пространстве.

При этом операторы энергии, и времени являются симметричными, а операторы импульса и координаты антисимметричны. При этом скалярное произведение нужно использовать без использования комплексного сопряжения. Доказательство аналогично доказательству эрмитовости операторов в действительном пространстве, только вместо эрмитова сопряжения нужно использовать транспонирование и доказательство симметричности или антисимметричности операторов проходит и в комплексном пространстве. Это позволяет для этих операторов построить ортонормированный базис для симметричных и антисимметричных операторов. Докажем это. Пусть у симметричной матрицы имеется два разных собственных значения и собственных вектора

$$\begin{aligned} a_{ik} g_{k\alpha} &= \lambda_{\alpha} g_{i\alpha} \\ a_{ik} g_{k\beta} &= \lambda_{\beta} g_{i\beta} \end{aligned}$$

Умножим первое из этих равенств на величину $g_{\beta i}$, а второе равенство на величину $g_{\alpha i}$, получим

$$\begin{aligned} g_{\beta i} a_{ik} g_{k\alpha} &= \lambda_{\alpha} g_{\beta i} g_{i\alpha} \\ g_{\alpha i} a_{ik} g_{k\beta} &= \lambda_{\beta} g_{\alpha i} g_{i\beta} \end{aligned} \quad (1.1.1)$$

Транспонируем второе равенство (1.1), получим

$$g_{\beta k} a_{ik}^T g_{i\alpha} = g_{\beta k} a_{ki} g_{i\alpha} = \lambda_{\beta} g_{\beta i} g_{i\alpha} \quad (1.1.2)$$

В случае симметричного оператора имеем $a_{ki} = a_{ik}^T$ и имеем одинаковые выражения в левой части первого уравнения (1.1.1) и (1.1.2). Вычитаем из первого уравнения (1.1.1) уравнение (1.1.2), получим

$$(\lambda_\alpha - \lambda_\beta)g_{\beta i}g_{i\alpha} = 0.$$

Значит собственные векторы, соответствующие разным собственным числам симметричного оператора ортогональны. При этом ортонормированные собственные векторы образуют базис

$$e_\alpha = \frac{g_{i\alpha}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N g_{\alpha k}^2}} = \frac{g_{i\alpha}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N g_{\alpha k}g_{k\alpha}^{-1}c_\alpha}} = \frac{g_{i\alpha}}{\sqrt{c_\alpha}}; c_\alpha = \sum_{k=1}^N g_{\alpha k}^2 \neq 0. \text{ Собственное значение в}$$

случае дискретного спектра не зависит от нормы собственного вектора. В самом деле, из равенства $A_{ik}g_{k\alpha} = \lambda_\alpha g_{i\alpha}$ следует значение собственного числа

$$\lambda_\alpha = g_{\alpha i}^{-1}A_{ik}g_{k\alpha} \text{ вне зависимости от значения нормы собственного вектора.}$$

Определим связь между основным и обратным собственным вектором

$$g_{i\alpha}^{-1} = c_{ik}g_{k\alpha}; \sum_{\alpha=1}^N g_{i\alpha}^{-1}g_{\alpha n} = \delta_{in} = c_{ik} \sum_{\alpha=1}^N g_{\alpha n}g_{k\alpha}, \text{ откуда имеем значение матрицы}$$

перехода между основной и обратной функцией $c_{ik} = \left(\sum_{\alpha=1}^N g_{\alpha i}g_{k\alpha}\right)^{-1}$. Т.е. имеем

$$g_{i\beta}^{-1} = \left(\sum_{\alpha=1}^N g_{\alpha i}g_{k\alpha}\right)^{-1}g_{k\beta} = \left(\sum_{\alpha=1}^N g_{\alpha i}g_{i\alpha}\right)^{-1}g_{i\beta}. \text{ В случае } A_{ik} = A_{ki} \text{ собственные векторы}$$

ортогональны, и значит, $g_{i\alpha}^{-1} = c_i g_{i\alpha}, c_i = \left(\sum_{\alpha=1}^N g_{\alpha i}g_{i\alpha}\right)^{-1} \neq 0$.

Отметим, что в случае симметричного или антисимметричного оператора можно построить ортогональный базис, а в случае оператора общего вида собственные векторы могут быть не ортогональны, но собственное число все равно можно определить, используя обратную матрицу.

В случае антисимметричного оператора получим $(\lambda_\alpha + \lambda_\beta)g_{\beta i}g_{i\alpha} = 0$, откуда следует ортогональность собственных векторов при условии $\lambda_\alpha \neq -\lambda_\beta$.

В случае непрерывного спектра $\int K_{nm}(x, y)\psi_m(y)dx = \lambda\psi_n$, задачу можно свести к дискретному спектру с помощью преобразования $\psi_n^{-1}(y) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{nk}\psi_k(y)$, где $\psi_k(y)$ это собственные функций, а величина $\psi_n^{-1}(y)$ это «обратная» функция. Умножим это уравнение на величину $\psi_m(y)$ и проинтегрируем по y .

В силу определения «обратной» функции имеем $\delta_{nm} = \sum_{k=0}^{\infty} a_{nk}(\psi_k(y), \psi_m(y))$

Причем использовать скалярное произведение без знака комплексного сопряжения. Коэффициенты a_{nk} определяются из формул $a_{nk} = (\psi_n(y), \psi_k(y))^{-1}$, матрица, обратная к матрице $(\psi_k(y), \psi_m(y))$ существует, в силу независимости функций ее образующих. Итак, «обратная» функция равна $\psi_n^{-1} = (\psi_n(y), \psi_k(y))^{-1}\psi_k(y)$. Докажем важное свойство обратных нормированных функций

$$\int_V \psi^{-1}\psi dV = \int_V c_n^{-1}\psi_n^{-1}c_k\psi_k dV = \int_V c_n^{-1}\psi_m(\psi_n\psi_m)^{-1}c_k\psi_k dV = c_n^{-1}c_n,$$

$$\varphi = \frac{\psi}{\sqrt{\sum_n c_n^{-1}c_n}} = \frac{c_k\psi_k}{\sqrt{\sum_n c_n^{-1}c_n}} = \alpha_k\psi_k; \varphi^{-1} = \frac{\psi^{-1}}{\sqrt{\sum_n c_n^{-1}c_n}} = \frac{c_k^{-1}\psi_k^{-1}}{\sqrt{\sum_n c_n^{-1}c_n}} = \alpha_k^{-1}\psi_k^{-1}, \sum_k \alpha_k^{-1}\alpha_k = 1$$

$$\varphi^{-1}(\mathbf{r}) = \frac{\delta(\mathbf{r})}{\varphi(\mathbf{r})}$$

В случае симметричного или антисимметричного оператора собственные значения ортогональные. Доказательство аналогично доказательству для матриц. Значит в случае антисимметричных или симметричных операторов обратное собственное значение пропорционально основному. А в силу их независимости собственных функций с одинаковым индексом их скалярное произведение не равно нулю и для симметричных и антисимметричных функций определитель Грамма диагональный.

Определим физический смысл корня из квадрата наблюдаемой в комплексном пространстве

$$\begin{aligned} \langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle^* \langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle &= \int_V [(x - \langle x \rangle)\psi]^* d^3x^* \times \\ &\times \int_V (x - \langle x \rangle)^2 \psi^2 d^3x = \int_V x^2 \psi^2 d^3x - \langle x \rangle^2 \int_V \psi^2 d^3x \\ \int_V x^2 \psi^2 d^3x &= \langle x \rangle^2 + \alpha \sqrt{\langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle^* \langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle}, |\alpha| = 1 \end{aligned}$$

Причем при условии $\arg \langle x \rangle^2 = \arg \alpha$, имеем

$$\begin{aligned} \left| \int_V x^2 \psi^2 d^3x \right| &= |\langle x \rangle^2| + \sqrt{\langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle^* \langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle} = \\ &= |\langle x \rangle| + i \sqrt{\sqrt{\langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle^* \langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle}} \end{aligned}$$

Или имеем

$$\sqrt{\int_V x^2 \psi^2 d^3x} = (|\langle x \rangle| + i \sqrt{\sqrt{\langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle^* \langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle}}) \beta, |\beta| = 1$$

Величина $\langle x \rangle$ и величина $\int_V (x\psi)^2 d^3x$ в комплексном пространстве является комплексной. Корень из квадрата наблюдаемого значения координаты величина комплексная, и определяется по формуле, так как величина $\langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle^* \langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle$ действительна. Причем получается формула при условии $\beta = 1$

$$\sqrt{\int_V (x\psi)^2 d^3x} = |\langle x \rangle| + i \sqrt{\sqrt{\langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle^* \langle |x - \langle x \rangle|^2 \rangle}}. \quad (1.1.3)$$

Т.е. действительная часть среднего квадрата комплексной величины равна модулю среднего значения величины, а мнимая часть среднеквадратическому отклонению.

Имеется необходимость к переходу в комплексное пространство. Действительные собственные значения энергии, импульса и координаты описывают точечные частицы. Мнимая часть этих параметров описывает распределение в пространстве. При этом рождение и уничтожение частиц происходит в области, равной, по крайней мере, комптоновской длине волны. Значит, параметры частиц должны быть распределенными, т.е. иметь мнимую

часть, которая описывает отклонение от среднего значения. Кроме того, большинство процессов в квантовой механике не стационарно. Излучение электромагнитной волны сопровождается переходом с одного собственного состояния на другое собственное состояние. Этот переход описывается мнимой частью комплексной энергии. Каков же физический смысл мнимой части комплексного значения параметра в микромире? Имеется два разных физических смысла мнимой части комплексного решения. Одно описывает затухание энергии, другое турбулентное значение мнимой части, описывает колебание с амплитудой, равной мнимой части, которая умножается на синус фазы, имеющей разное значение. При описании скорости действительная часть умножается на косинус фазы комплексной скорости, плюс мнимая часть, которая умножается на синус фазы комплексной скорости. Итого получается модуль комплексной скорости, но со знаком. Формула для физического смысла комплексной траектории другая см. [9]. Мнимая энергия и импульс определяют затухание волновой функции по формуле $\psi = c \exp(i \int_{l=0}^3 p_l dx^l / \hbar)$. Комплексный турбулентный размер системы не определяет затухание ее волновой функции, а описывает ее пульсации с амплитудой, равной мнимой части параметра. Физический смысл комплексного значения импульса локализует частицу вблизи действительного собственного значения. Мнимая часть собственной турбулентной координаты описывает распределение частицы в пространстве и во времени. Турбулентное значение времени определяется с ошибкой, т.е. с мнимой частью и является комплексным. Мнимая часть собственного значения времени характеризует длительность реакции, или время преодоления барьера. Среднее значение действительного интервала времени описано в статье [2]. Причем пространство в этой статье описано как комплексное.

В комплексном пространстве можно удовлетворить аксиомам скалярного произведения, если определить

$$\psi_k^{-1}(y) = \sum_m (\psi_k, \psi_m)^{-1} \psi_m$$

$$\psi = \psi_n$$

Скалярное произведение равно

$$(\psi_k^{-1}, \psi_n) = \int \psi_k^{-1}(y) \psi_n(y) d^3 y = \delta_{kn}.$$

Эту нормировку и скалярное произведение назовем «обратным», в отличие от стандартной нормировки и скалярного произведения. Для симметричного или антисимметричного оператора будет совпадение обратного и основного собственного орта, в силу ортонормированной волновой функции.

Рассмотрим обратную и основную функцию. В результате вычислений получим

$$\sum_m c_m^{-1} c_m = 1. \text{ Умножая равенство } c_n^{-1} \varphi_n^{-1} = \varphi^{-1} \text{ на величину } \varphi \text{ получим}$$

$$(\varphi^{-1}, \varphi) = 1 = c_n^{-1} (\varphi_n, \varphi_m)^{-1} (\varphi_m, \varphi). \quad (1.1.4)$$

Справедливо решение из условия $c_n \varphi_n = \varphi$

$$c_n = (\varphi_n, \varphi_m)^{-1} (\varphi, \varphi_m), \varphi = c_n \varphi_n \quad (1.1.5)$$

Справедливо $c_n^{-1} = (\varphi_n^{-1}, \varphi_m^{-1})^{-1} (\varphi^{-1}, \varphi_m^{-1}), \varphi^{-1} = c_n^{-1} \varphi_n^{-1}$

Справедливо полученное из (1.1.4), (1.1.5) $\sum_n c_n^{-1} c_n = (\varphi^{-1}, \varphi) = 1.$

Собственное значение оператора считается по формуле

$$\langle f^{-1} | \hat{A} | f \rangle = \int f^{-1}(y) \hat{A} f(y) d^3 y = \int f^{-1}(y) A f(y) d^3 y = A(f^{-1}, f) = A.$$

Скалярное произведение двух функций равно

$$\langle f^{-1} | g \rangle = \int f^{-1}(y) g(y) d^3 y = \sum_n c_n^{-1} d_n$$

$$f^{-1}(y) = \sum_n c_n^{-1} \psi_n^{-1}(y); g(y) = \sum_n d_n \psi_n(y)$$

Где справедливо $\langle f^{-1} | f \rangle = c_n^{-1} c_n = 1.$

Средние параметры определяются по формуле

$$\langle f_n^{-1} | A | f_n \rangle = \int f_n^{-1}(y) A(y) f_n(y) d^3 y.$$

Где нормировка осуществляется автоматически.

Дуальное представление обратной функции удовлетворяет условию $\psi^k = \psi_k^{-1} = \psi_k$

. В самом деле запишем определение обратного оператора

$$\int K(x, y) \psi_k^{-1}(y) dy = \lambda \psi_k^{-1}(x) \quad (1.1.6)$$

Запишем определение обратного оператора $\psi_k^{-1}(y) = \langle \psi_k | \psi_n \rangle^{-1} \psi_n$. Подставим его в формуле (1.1.6), получим

$$\int K(x, y) \langle \psi_k | \psi_n \rangle^{-1} \psi_n(y) dy = \lambda \langle \psi_k | \psi_n \rangle^{-1} \psi_n(x)$$

Умножим обе части уравнения на матрицу $\langle \psi_s | \psi_k \rangle$, получим

$$\int K(x, y) \psi_s(y) dy = \lambda \psi_s(x)$$

Так как каждому собственному значению соответствует одна собственная функция, имеем равенство с точностью до множителя $\psi_k^{-1} = \psi_k$. Но это свойство удовлетворяется, если оператор является скаляром, в противном случае нужен симметричный или антисимметричный оператор.

Переход в комплексное пространство не меняет значение энергии для атома водорода и гармонического осциллятора, так как вычисленное значение энергии действительно при действительных волновых функциях для симметричного или антисимметричного оператора, и «обратная» функция совпадает с транспонированной, так как $(\psi_n(y), \psi_m(y)) = \delta_{nm}$, следовательно, определение собственных значений не меняется и «обратная» собственная функция равна основной функции в случае симметричного или антисимметричного оператора и результате получается квадрат волновой функции без знака комплексного сопряжения.

Рассмотрим две комплексные ортонормированные системы функций ψ'_n, ψ_m в случае симметричного или антисимметричного оператора. Они связаны

друг с другом некоторым линейным преобразованием $\psi'_n = S_{nm}\psi_m$. Это преобразование можно записать в операторном виде $\psi'_n = \hat{S}\psi_n$. Вычислим скалярное произведение двух функций

$$\int \psi'_n \psi'_m d^3x = \int (S\psi_n)(S\psi_m) d^3x = \int (\psi_m S^T S\psi_n) d^3x = \delta_{nm}.$$

Где под интегралом перешли к транспонированному оператору. Последнее равенство возможно, только если выполняется $S^T S = E, S^T = S^{-1}$.

Докажем это свойство для преобразования векторов с помощью матриц

$$(\psi'_n, \psi'_m) = S_{np} S_{mq} (\psi_p, \psi_q) = S_{np} S_{mq} \delta_{pq} = S_{np} S_{pm}^T = \delta_{nm}, S_{pm}^T = S_{pm}^{-1}.$$

Т.е. матрицы преобразования с инвариантным скалярным произведением не унитарны, а «обратная» матрица в этом случае равняется только транспонированной, без перехода к комплексно сопряженному значению, как в случае унитарной матрицы.

В случае свободного поля нормировка определяется по формуле $\int \exp[2i(-Et + p_l x_l)] (\exp[i(-Et + p_l x_l)/\hbar], \exp[i(-Et + p_l x_l)])^{-1} d^3x = 1$, так как оператор свободного пространства симметричный. При интегрировании по комплексной переменной в пределах $[-\infty\alpha, \infty\alpha], |\alpha|=1$ получаем тот же результат в силу того, что подынтегральная функция является аналитической. При этом величина средней координаты равна

$$\begin{aligned} \int x_k \exp[2i(-Et + p_l x_l)/\hbar] d^3x [\exp(-2iEt/\hbar) \delta(p_1) \delta(p_2) \delta(p_3) (\pi\hbar)^3]^{-1} = \\ = \frac{-i\hbar \partial \ln \delta(p_k)}{\pi \partial p_k} \end{aligned}$$

нормировав эту величину, вводя аппроксимацию дельта функции, получим

$$\langle x \rangle = -i\hbar \frac{\partial \ln \delta(p_k)}{\partial p_k} = -i\hbar \frac{\partial (\ln \frac{1}{\sigma_{p_k} \sqrt{2\pi}} - \frac{p_k^2}{2\sigma_{p_k}^2})}{\partial p_k} = i\hbar \frac{p_k}{\sigma_{p_k}^2}.$$

Где величина $\sigma_{p_k}^2$ это дисперсия импульса. Если в качестве σ_{p_k} взять величину $\sigma_{p_k} = \hbar / \sigma_{x_k}$, где величина $\sigma_{x_k}^2$, это дисперсия координаты, то получим для

среднего значения координаты $\langle x_k \rangle = i\sigma_{x_k}^2 \frac{p_k}{\hbar}$. При рассмотрении чисто действительного пространства величина среднего равна бесконечности.

В случае $\langle x_k^2 \rangle$ получим значение (под значком $\delta(p_k)$ будем подразумевать аппроксимацию дельта функции)

$$\begin{aligned} \langle x_k^2 \rangle &= -\hbar^2 \frac{\partial^2 \delta(p_k)}{\delta(p_k) \partial p_k^2} = -\hbar^2 \left(-\frac{1}{\sigma_{p_k}^2} + \frac{p_k^2}{\sigma_{p_k}^4} \right) = \\ &= \sigma_{x_k}^2 \left(1 - \frac{\sigma_{x_k}^2 p_k^2}{\hbar^2} \right) = \sigma_{x_k}^2 \left(1 - \frac{p_k^2}{\sigma_{p_k}^2} \right) \end{aligned}$$

В комплексном пространстве возможен отрицательный средний квадрат. Корень из среднего квадрата координаты для большого импульса величина мнимая и равна $i\sigma_{x_k}^2 p_k / \hbar = i\hbar p_k / \sigma_{p_k}^2$. Эта величина среднего квадрата координаты для одной частицы в свободном пространстве. Дисперсия координаты равна $\langle (x_k - \langle x_k \rangle)^2 \rangle = \langle x_k^2 \rangle - \langle x_k \rangle^2 = \sigma_{x_k}^2$. При этом, если средний квадрат, среднее значение и дисперсия удовлетворяют равенству $\langle x^2 \rangle = \langle x \rangle^2 + \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = |\langle x \rangle + i\sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle}|^2$. Извлекая корень из этого равенства, получим $\sqrt{\langle x^2 \rangle} = [\langle x \rangle \pm i\sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle}] \alpha, |\alpha| = 1$.

Данное определение среднего и среднего квадрата получено путем умножения на мнимую единицу определенных комплексных значений при условии $\alpha = \pm i$ получаем $\mp i\sqrt{\langle x^2 \rangle} = \pm i\langle x \rangle + \sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle}$. Взяв квадрат модуля этой величины, получим $\langle x^2 \rangle = \langle x \rangle^2 + \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$, т.е. правильную формулу по определению среднего квадрата. Но это соотношения между средними величинами соответствует возможным комплексным значениям макромира, и для микромира не выполняется. Для микромира справедливо соотношение (1.1.3).

Волновую функцию в случае комплексного решения надо представлять в виде степеней комплексной переменной z

$$f_p(z) = \sum_{n=0}^N c_{pn} g_n(z) = \begin{cases} \sum_{n=0}^N c_{pn} \left(\frac{z}{z_0}\right)^{n+1}, & |z| < |z_0| \\ \sum_{n=0}^N c_{pn} \left(\frac{z_0}{z}\right)^{n+1}, & |z| > |z_0| \end{cases}.$$

Вычислим функции $f_p(z)$, имеющими ортогональные значения

$$\begin{aligned} f_0 = g_0; f_1 = g_0 + \lambda g_1, \lambda = \frac{(-g_0, f_0)}{(g_1, f_0)}; (f, g) &= \int_0^{\infty} f(z)g(z)dz \\ f_2(z) &= g_0 + \lambda_1 g_1 + \lambda_2 g_2 \\ (-g_0, f_0) &= \lambda_1 (g_1, f_0) + \lambda_2 (g_2, f_0) \\ (-g_0, f_1) &= \lambda_1 (g_1, f_1) + \lambda_2 (g_2, f_1) \end{aligned}$$

Откуда в силу линейной независимости функций $g_n(z)$, а значит, и функций $f_n(z)$ определяются коэффициенты λ_1, λ_2 , а значит и функция $f_2(z)$, ортогональная $f_0(z), f_1(z)$.

Таким образом, определим ортогональные функции $f_p(z)$. Эти функции ортонормированы относительно «обратной» функции $f_n^{-1}(z) = \langle f_n | f_m \rangle^{-1} f_m$ $\int_0^{\infty} f_n^{-1}(z) f_k(z) dz = \delta_{nk}$. Эта функция непрерывна при характерном размере задачи $z = z_0$, но производная от этой функции в этой точке рвется. В случае атома водорода за характерный размер надо брать радиус Бора.

Опишем физический смысл волновой функции. Для этого покажем, что уравнение Шредингера сводится к уравнению Навье – Стокса. Докажем это. Для чего запишем уравнение Шредингера и преобразуем его с помощью формулы

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i^2} = \psi \left[\frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_i^2} + \frac{1}{\psi^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_i} \right)^2 \right]$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_l^2} + U\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \psi \sum_{l=1}^3 \left[\frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + \frac{1}{\psi^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_l} \right)^2 \right] + U\psi.$$

Разделив на массу $m\psi$, получим уравнение

$$i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m^2} \sum_{l=1}^3 \left(\frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l} \right)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m^2} \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + U/m.$$

Получим уравнение в частных производных, взяв градиент от обеих частей

уравнения, введем действительную скорость по формуле $\mathbf{V} = -i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi$.

$$\frac{\partial i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{m^2} \sum_{l=1}^3 \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l} \frac{\partial \nabla \ln \psi}{\partial x_l} = \frac{i\hbar}{2m} \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi}{\partial x_l^2} + \nabla U/m$$

Подставляя значение скорости в преобразованное уравнение Шредингера, получим

$$\frac{\partial V_p}{\partial t} + \sum_{l=1}^3 V_l \frac{\partial V_p}{\partial x_l} = v \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 V_p}{\partial x_l^2} - \frac{\partial U}{\partial x^p} / m, v = \frac{i\hbar}{2m}.$$

Получим трехмерное уравнение Навье – Стокса с давлением, соответствующим потенциалу.

Физический смысл логарифма волновой функции - это потенциал скорости частиц с массой m , для среды с кинематической вязкостью $\nu = \frac{i\hbar}{2m}$, где m масса частиц, образующих эту среду. Причем взаимодействие этих частиц образует элементарные частицы см. [7].

Электрон, как квантовая система имеет размытые границы, которые имеют среднеквадратическое отклонение λ , при этом напряженность поля

электрона равна $E = \frac{e}{(r + i\lambda)^2}$. Электромагнитная масса электрона равна

$$m_e c^2 = \int_0^\infty \frac{E^2}{8\pi} 4\pi r^2 dr. \text{ Значение электромагнитной массы электрона}$$

$$m_e c^2 = \int_0^{\infty} \frac{e^2}{2(r+i\lambda)^4} [(r+i\lambda)^2 - 2i\lambda(r+i\lambda) - \lambda^2] dr =$$

$$= \frac{e^2}{2} \left[-\frac{1}{r+i\lambda} + \frac{i\lambda}{(r+i\lambda)^2} + \frac{\lambda^2}{3(r+i\lambda)^3} \right] \Big|_0^{\infty} = \frac{e^2}{6i\lambda}$$

Физический смысл комплексного решения - это его модуль, откуда имеем величину среднеквадратичного отклонения радиуса электрона $\lambda = \frac{e^2}{6mc^2}$. Эта величина соответствует границе комплексного радиуса электрона. Предел применимости электродинамики несколько больше и равен e^2 / mc^2 см. [3]§75, т.е. можно сказать, что классическая электродинамика применяется в действительном пространстве.

Поставим задачу определить, когда число Рейнольдса потока станет комплексным, для этого запишем ламинарное решение задачи

$$cUx/\nu = \Re = (R_{cr} - \sqrt{R_{cr}^2 - PR_{cr}/\alpha})g(\mathbf{r})\left(\frac{\hbar}{m\nu} + \frac{137GmcU}{c^2\nu} + \frac{\rho_l}{\rho_b}\right) \quad (1.1.7)$$

$$x = (R_{cr} - \sqrt{R_{cr}^2 - PR_{cr}/\alpha})g(\mathbf{r})\left(\frac{\hbar}{mcU} + \frac{137Gm}{c^2} + \frac{\mu}{\rho_b cU}\right)$$

Причем для учета свойств микромира используется релятивистское понятие пространственной части четырехмерной скорости. При учете только гидродинамического члена получается точное решение гидродинамической задачи. Причем после равенства квадратного корня нулю начинается комплексное турбулентное решение и при равенстве плотности тела, плотности среды и учета только гидродинамических членов, число Рейнольдса потока пропорционально критическому.

Приведу решение гидродинамической задачи

$$\lambda = \frac{8R_{cr}}{x^2} [\alpha/2 + \sqrt{\alpha^2/4 + \alpha x^2(x^2 - R_{cr}^2)/R_{cr}^4 \beta^2}],$$

$$P = R_{cr} [\alpha/2 + \sqrt{\alpha^2/4 + \alpha x^2(x^2 - R_{cr}^2)/R_{cr}^4 \beta^2}], x > R_{cr}$$

$$\beta = \left(\frac{2}{R_{cr}}\right)^{3/8} \delta/2 + \sqrt{\left(\frac{2}{R_{cr}}\right)^{3/4} \delta^2/4 + (1-\delta)\left(\frac{1.6}{R_{cr}k/l+0.8}\right)^{3/4}}$$

$$\delta = \exp[-4|\sqrt{x} - \sqrt{R_{cr}}|\sqrt{k/(lR_{cr})}]$$

$$\lambda = \frac{8\alpha}{x}, P = \alpha(2R_{cr}x - x^2)/R_{cr}, x < R_{cr}$$

Причем безразмерное давление определяется числом Рейнольдса тела

$$P/\alpha = 2f\left(\frac{cu|a_x|/v}{\frac{\hbar}{mv} + \frac{137GmV}{c^2v} + \frac{\rho_l}{\rho_b}}\right); x = \frac{cu|a_x|/v}{\frac{\hbar}{mv} + \frac{137GmV}{c^2v} + \frac{\rho_l}{\rho_b}}$$

$$f(x) = \begin{cases} (R_{cr}x - x^2/2)/R_{cr}, x < R_{cr} \\ R_{cr}[1/4 + \sqrt{1/16 + x^2(x^2 - R_{cr}^2)/4\alpha R_{cr}^4 \beta^2}], x > R_{cr} \end{cases}$$

Подставляя данную формулу в уравнение (1.1.7) и учитывая равные условия реализации правых и левых частей этого уравнения, т.е. одинаковые условия среды получим на поверхности тела $x = |a_x|$, т.е. в ламинарном режиме решение действительное. При этом имеем

$$Ux/v = [R_{cr} - \sqrt{R_{cr}^2 - 2f\left(\frac{cu|a_x|/v}{\frac{\hbar}{mv} + \frac{137GmV}{c^2v} + \frac{\rho_l}{\rho_b}}\right)R_{cr}}] \left(\frac{\hbar}{mv} + \frac{137GmcU}{c^2v} + \frac{\rho_l}{\rho_b}\right).$$

При дальнейшем росте давления или числа Рейнольдса тела возникает комплексное решение

$$c|U|\exp[i(1-\alpha)\arg \Re]|x|\exp(i\alpha\arg \Re)/v = \Re =$$

$$= [R_{cr} \pm i \sqrt{2f\left(\frac{cu|a_x|/v}{\frac{\hbar}{mv} + \frac{137GmV}{c^2v} + \frac{\rho_l}{\rho_b}}\right)R_{cr} - R_{cr}^2}] \left(\frac{\hbar}{mv} + \frac{137GmcU}{c^2v} + \frac{\rho_l}{\rho_b}\right)$$

Критический параметр определится из уравнения $2f(\alpha_{cr}) = R_{cr}$. Так как связь безразмерного давления и числа Рейнольдса тела возрастающая, имеем

критерий перехода к комплексному решению $\frac{V|a_x|/v}{\frac{\hbar}{mv} + \frac{137GmV}{c^2v} + \frac{\rho_l}{\rho_b}} > \alpha_{cr}$. Для

гидродинамических условий равенства плотности среды и тела эта связь формулируется – число Рейнольдса тела больше критического значения параметра. Если функция f линейная, то критическое значение параметра равно половине гидродинамического критического числа Рейнольдса $\alpha_{cr} = R_{cr} / 2$. Но связь нелинейная при критическом числе Рейнольдса и этот параметр равен критическому числу Рейнольдса. При превышении числа Рейнольдса тела критического значения числа Рейнольдса наблюдается комплексная скорость и размер – относительная координата системы.

Критическое число Рейнольдса в случае квантовой задачи в электромагнитном и гравитационном поле равно 1. Оно соответствует гравитационному радиусу, и при меньшем значении чем гравитационный радиус образует комплексное решение уравнения ОТО для электромагнитного и гравитационного поля. Гравитационный радиус для электромагнитного поля равен классическому радиусу элементарной частицы. Для квантовой механики критерий перехода к комплексному решению – это большие энергии $\frac{mcua}{\hbar} = kau > 1$. Не даром в ускорителях используют понятие пучка элементарных частиц и траектории элементарных частиц.

2. Упрощение вычислений в комплексном пространстве

В комплексном пространстве возможно описание скалярного поля без использования перенормировок. Перенормировки в квантовой теории поля возникли из-за стремления действительного решения к бесконечности, при наличии комплексных координат положения равновесия, точнее квадрату модуля величины отрицательного значения. Простейшей системой, для которой используется перенормировка, является функция плотности Лагранжа скалярного поля, которая в случае комплексного скалярного поля имеет вид

$$L = (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi^*) - m^2 \varphi \varphi^* - g(\varphi \varphi^*)^2 / 2$$

При этом тензор плотности энергии и импульса равен

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \varphi^* \partial_\nu \varphi + \partial_\nu \varphi^* \partial_\mu \varphi - L g_{\mu\nu}$$

При этом плотность энергии и импульса равна

$$T_{00} = \hbar \left(\frac{\partial \varphi^*}{c \partial t} \frac{\partial \varphi}{c \partial t} + \nabla \varphi^* \nabla \varphi + m^2 c^2 \varphi^* \varphi / \hbar^2 + g(\varphi^* \varphi)^2 / 2 \right)$$

$$c T_{i0} = \hbar \left(\frac{\partial \varphi^*}{c \partial t} \frac{\partial \varphi}{\partial x^i} + \frac{\partial \varphi^*}{\partial x^i} \frac{\partial \varphi}{c \partial t} \right)$$

Тензор энергии и импульса является действительным. При этом поле φ имеет размерность $cm^{-1/2}s^{-1/2}$.

А импульс и энергия поля равны при условии $g = 0$, где φ нормировано

$$P_\mu = \int T_{\mu 0} d^3x.$$

Перенормировка возникает при условии модуля величины, равного отрицательному значению. Возникает редкая ситуация $-x |x|^2 = \varepsilon > 0$, причем из других вычислений определено $x > 0$, решение этого уравнения не существует ни в действительных, ни в комплексных числах. Если не использовать вычисление каждого коэффициента ряда решения, а пользоваться теорией возмущений, то образуется произвол в решении, который приводит к бесконечности решения.

Говорится, что от величины m_0 решение не зависит и определяют ее как большую константу. Тогда вводят величину $i\sqrt{\varepsilon}/m_0 \rightarrow 0$ и особенность устраняется в теории возмущений, так как от величины m_0 решение не зависит, а не правильных членов редкое количество. Но действуют более хитро, вводят

величину $\frac{i\sqrt{\varepsilon}m_0}{m_0^2 + \alpha^2}$, причем эта величина малая. В окончательных формулах

определяют $\alpha = 0$, и так как решение от m_0 не зависит, получают правильное решение, без учета редкого отрицательного модуля. Но если не имеется константы, от которой решение не зависит, то перенормировки при использовании теории возмущений не работают. Используют другой метод,

вводят искусственно большое возмущение, уничтожающее первое возмущение, при этом выбирают корректировку, совпадающей с вычисленными правильным образом параметрами. Но корректировка определяет точность решения и при малом отклонении корректировки возникает большая ошибка. В любом случае это решение приближенное, не учитывающее значение x при отрицательном модуле. Считается, что относительная ошибка метода $\sqrt{\varepsilon}/m_0$ и надо выбирать m_0 большим. Но если правильно считать точность метода, то получится относительная ошибка $\lim_{x_\alpha^2 \rightarrow \infty} 2x_\alpha^2 / \sum_{n=1} x_n^2 = 2$ и в случае редкого события - отрицательного значения корня, эта ошибка велика 200%. Но решение содержит потенциальный произвол, от которого надо избавиться предлагаемыми методами.

При этом как показано в начале статьи собственные значения энергии и импульса могут быть комплексные. Значит, определение действительной функции плотности Лагранжа не включает комплексное значение и является ошибочным. Функция плотности Лагранжа надо определять без учета комплексно сопряженных членов в виде

$$L = (\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi) / 2 - m^2 \varphi^2 / 2 - g \varphi^4 / 4 \quad (1.2.1)$$

При этом теряется инвариантность относительно экспоненты, поэтому запись лагранжиана должна быть другой

$$L = (\partial_\mu \varphi^{-1} \partial^\mu \varphi) - m^2 \varphi^{-1} \varphi - g (\varphi^{-1} \varphi)^2 / 2. \quad (1.2.2)$$

Величина «обратной» функции определяется по формуле

$$\varphi_m^{-1} = c_{mn} \varphi_n.$$

Умножаем на волновую функцию φ_k и интегрируем по пространству, получаем уравнение

$$\begin{aligned} \delta_{mk} &= c_{mn} \langle \varphi_n \varphi_k \rangle \\ c_{mp} &= \langle \varphi_m \varphi_p \rangle^{-1} \end{aligned}$$

Получаем формулу для «обратной» функции $\varphi_m^{-1} = \langle \varphi_m \varphi_n \rangle^{-1} \varphi_n$. Так как функции выбираем независимые, обратная матрица существует. Уравнение становится инвариантным относительно экспоненты.

Решение строится по-другому. Из (2.2) получаем два уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A}{\partial x^{02}} &= \Delta A + m^2 A + g A^{-1} A^2 \\ \frac{\partial^2 A^{-1}}{\partial x^{02}} &= \Delta A^{-1} + m^2 A^{-1} + g A (A^{-1})^2 \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

Решение ищем в виде $A = c_n \varphi_n / \sqrt{N} = \varphi$; $A^{-1} = c_m^{-1} \langle \varphi_m \varphi_n \rangle^{-1} \varphi_n / \sqrt{N} = c_m^{-1} \varphi_m^{-1} / \sqrt{N} = \varphi^{-1}$. В результате вычислений получим $\sum_m c_m^{-1} c_m / N = 1$. Умножая равенство

$$\begin{aligned} c_n^{-1} \varphi_n^{-1} / \sqrt{N} = \varphi^{-1} = c_n^{-1} (\varphi_n, \varphi_m)^{-1} \varphi_m / \sqrt{N} \text{ на величину } \varphi \text{ получим} \\ (\varphi^{-1}, \varphi) = 1 = c_n^{-1} (\varphi_n, \varphi_m)^{-1} (\varphi_m, \varphi) / \sqrt{N}. \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

Справедливо решение из условия $c_n \varphi_n / \sqrt{N} = \varphi$

$$c_n = (\varphi_n, \varphi_m)^{-1} (\varphi, \varphi_m) / \sqrt{N} \quad (1.2.5)$$

Справедливо полученное из (1.2.4), (1.2.5) $\sum_n c_n^{-1} c_n / N = 1$.

При этом координаты положения равновесия не устойчивы, так как решение линеаризованной системы уравнений $\exp(\pm \sqrt{\lambda} t)$. Это приводит к бесконечности решения в случае действительного решения при комплексных координатах положения равновесия (см. [4]). И к чередованию приближения к координате положения равновесия в случае комплексного решения (см. [4]). Т.е. на интервале времени, характерном для квантового описания системы, имеется множество приближений к координатам положения равновесия, но измерение квантовой механики реализует одно из них. Но определяемые этими координатами положения равновесия собственные значения квантовой системы могут быть неустойчивы, что говорит о конечности времени жизни. Устойчиво

мнимое значение $\sqrt{\lambda}$, что реализуется очень редко. В результате измерения квантовой системы получается одно собственное значение.

При этом, так как дифференциальное уравнение (1.2.3), полученное из уравнения движения (1.2.2), имеет в общем случае комплексные координаты положения равновесия, ее действительное решение согласно теореме 1 см. [4] стремится к бесконечности и как это описано в литературе является обобщенной функцией. Комплексное решение этого нелинейного уравнения конечно согласно теореме 2 см. [4], и сводится к чередованию приближения к координатам положения равновесия.

Можно прибегнуть к другому способу вычисления собственных значений, рассматривая решение четырех уравнений

$$\begin{aligned}\Delta A + m^2 A + gA^{-1} A^2 &= 0 \\ m^2 A + gA^{-1} A^2 &= 0 \\ \Delta A^{-1} + m^2 A^{-1} + gA(A^{-1})^2 &= 0 \\ m^2 A^{-1} + gA(A^{-1})^2 &= 0\end{aligned}\tag{1.2.6}$$

Решение ищем в комплексном пространстве в виде

$$\begin{aligned}A(x) &= \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \alpha_n \varphi_n(x_1, x_2, x_3) / \sqrt{2N^3} = \\ &= \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \alpha_n \left[\frac{a(\psi_1, \psi_2)}{r} \right]^{n_3} \sin n_1 \psi_1 \sin n_2 \psi_2 / \sqrt{2N^3} \\ A^{-1}(x) &= \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \alpha_n^{-1} \langle \varphi_n \varphi_m \rangle^{-1} \varphi_m(x_1, x_2, x_3) / \sqrt{2N^3} = \\ &= \sum_{n_3=1}^{2N} \sum_{n_1, n_2=1}^N \alpha_n^{-1} \langle \varphi_n \varphi_m \rangle^{-1} \left[\frac{a(\psi_1, \psi_2)}{r} \right]^{n_3} \sin n_1 \psi_1 \sin n_2 \psi_2 / \sqrt{2N^3}\end{aligned}\tag{1.2.7}$$

Где величины углов равны

$$\begin{aligned}\psi_l &= \arg(x_3 + ix_l) = \arg[\operatorname{Re} x_3 - \operatorname{Im} x_l + i(\operatorname{Re} x_l + \operatorname{Im} x_3)] = \arctan\left(\frac{\operatorname{Re} x_l + \operatorname{Im} x_3}{\operatorname{Re} x_3 - \operatorname{Im} x_l}\right), \\ r^2 &= x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\end{aligned}$$

Подставляем формулу (2.7) в дифференциальное уравнение (2.6), умножаем уравнение на величину $\varphi_m(x_1, x_2, x_3), m_1, m_2, m_3 = 1, \dots, N; \psi_{1,1,1}(x_1, x_2, x_3) = 1$, и

интегрируем по комплексному пространству, получим систему $4N^3$ уравнений с $4N^3$ неизвестными.

$$\begin{aligned} (F_{mnkl} \alpha_k \alpha_l^{-1} / N + m^2 \delta_{mn}) \alpha_n &= 0, \alpha_1^{-1} = 1 / \alpha_1 \\ (G_{mnkl} \alpha_k^{-1} \alpha_l / N + m^2 \delta_{mn}) \alpha_n^{-1} &= 0, F_{mnkl} = G_{nmkl} \end{aligned}$$

Можно решать одно уравнение, используя обратные значения коэффициентов обратных матриц. Решение с помощью функций (1.2.7) сходится лучше, чем с помощью сферических функций. Сферическая система координат не периодичная, угол $\theta \in [0, \pi]$, и поэтому коэффициенты ряда по сферическим функциям на бесконечности индекса стремятся к бесконечности. Так разложение плоской волны по сферическим функциям, имеет вид

$$\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2\pi}{kr}} \sum_{n=0}^{\infty} i^n \sqrt{n+1/2} J_{n+1/2}(kr) \theta_{n0}(\cos\theta)$$

Где сферические функции $\theta_{n0}(\cos\theta)$ ортонормированы.

При этом коэффициенты ряда Фурье в случае непрерывной функции сходятся на бесконечности индекса быстрее чем $1/n^2$. Т.е. второе решение сходится лучше, чем решение со сферическими функциями. Причем нулевое

приближение для коэффициентов, можно брать в виде $\alpha_n^0 = \frac{\beta^0}{(n_1^2 + 1)(n_2^2 + 1)}$, а

следующее приближение в виде $\alpha_n^1 = \frac{\beta_n^1}{(n_1^2 + 1)^2 (n_2^2 + 1)^2}$, что ускорит процесс

сходимости определения коэффициентов. Для «обратной» функции справедливо аналогичное разложение коэффициентов.

Отметим, что функциональный интеграл можно вычислить методом перевала. При этом критическая точка, или точка перевала функционального

интеграла равна функции $A(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \varphi_n(\mathbf{x}); A^{-1}(\mathbf{x}) = \sum_{n,m=1}^N \beta_n < \varphi_n, \varphi_m >^{-1} \varphi_n(\mathbf{x})$ и

не зависит от времени, т.е. функциональный интеграл можно проинтегрировать по времени в критической точке. Причем критических точек имеется счетное количество, как и количество собственных значений оператора энергии. При

этом возникнет большой параметр, равный приращению времени и интеграл можно считать методом перевала, причем фаза и амплитуда метода перевала определится в виде конечного интеграла.

Запишем выражение, определяющее собственную энергию частицы

$$\begin{aligned}
\hat{H}\varphi &= P_N^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} i^n / n! \int [dA dA^{-1}] \hat{H}[A(\mathbf{x}), A^{-1}(\mathbf{x})] (\int L_1[A, A^{-1}] d^4 y)^n \exp[i \int L_0[A, A^{-1}] d^4 y] = \\
&= P_N^{-1} \int [dA dA^{-1}] \hat{H}[A(\mathbf{x}), A^{-1}(\mathbf{x})] \exp[i \int L[A, A^{-1}] d^4 y] = \\
&= P_N^{-1} \hat{H}[A(\mathbf{x}), A^{-1}(\mathbf{x})] \frac{\exp[i \int_{x_1^3-3\sigma}^{x_N^3+3\sigma} \int_{x_1^2-3\sigma}^{x_N^2+3\sigma} \int_{x_1^1-3\sigma}^{x_N^1+3\sigma} (x_N^0 - x_1^0) L[A(\mathbf{y}), A^{-1}(\mathbf{y})] d^3 y]}{\sqrt[4]{\int -(x_N^0 - x_1^0)^2 |B| d^3 y}} = \\
&= (\partial_{\mu} \varphi^{-1} \partial^{\mu} \varphi) + m^2 \varphi^{-1} \varphi + g(\varphi^{-1} \varphi)^2 / 2 \Big|_{\varphi=A(\mathbf{x}) \varphi^{-1}=A^{-1}(\mathbf{x})}; \\
|B| &= \begin{vmatrix} \partial^2 L[A(\mathbf{y}), A^{-1}(\mathbf{y})] / \partial A^2 & \partial^2 L[A(\mathbf{y}), A^{-1}(\mathbf{y})] / \partial A \partial A^{-1} \\ \partial^2 L[A(\mathbf{y}), A^{-1}(\mathbf{y})] / \partial A \partial A^{-1} & \partial^2 L[A(\mathbf{y}), A^{-1}(\mathbf{y})] / \partial (A^{-1})^2 \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

Где величина

$$P_N = \int [dA dA^{-1}] \exp[i \int L[A, A^{-1}] d^4 y] = \frac{\exp[i \int_{x_1^3-3\sigma}^{x_N^3+3\sigma} \int_{x_1^2-3\sigma}^{x_N^2+3\sigma} \int_{x_1^1-3\sigma}^{x_N^1+3\sigma} (x_N^0 - x_1^0) L[A(\mathbf{y}), A^{-1}(\mathbf{y})] d^3 y]}{\sqrt[4]{\int -(x_N^0 - x_1^0)^2 |B| d^3 y}}$$

.

Так подынтегральное выражение в фазе экспоненты не зависит от времени, по времени можно проинтегрировать, и получим большой параметр $x_N^0 - x_1^0$.

Где величина функции плотности Лагранжа равна

$L = \partial_k A^{-1} \partial^k A - m^2 A^{-1} A - g(A^{-1} A)^2 / 2$, а функция плотности Гамильтона равна

$$\hat{H}(\varphi) = (\partial_{\mu} \varphi^{-1} \partial^{\mu} \varphi) + m^2 \varphi^{-1} \varphi + g(\varphi^{-1} \varphi)^2 / 2.$$

Причем значение $A(\mathbf{x})$ не зависит от времени в точке координаты положения равновесия. При этом значение величины A надо брать из формулы

$$A(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \varphi_n(\mathbf{x}); A^{-1}(\mathbf{x}) = \sum_{n,m=1}^N \beta_n \langle \varphi_n, \varphi_m \rangle^{-1} \varphi_n(\mathbf{x}). \text{ Параметры точки перевала}$$

определится из равенства $m^2 A^{-1} + gA(A^{-1})^2 = 0; m^2 A + gA^2 A^{-1} = 0$, в которое надо подставить значение функций и проинтегрировать. Фаза и амплитуда формулы метода перевала считается с помощью континуального интеграла.

Выбираем контур, удовлетворяющий $\partial_l \text{Im} L(A, A^{-1}) = 0$, получаем зависимость $\text{Im} x_l = f_l(\text{Re} x_1, \text{Re} x_2, \text{Re} x_3), l = 1, \dots, 3$ и интегрируем по действительной переменной, используя вычисленные мнимые значения переменных, для нахождения фазы интеграла. При этом используется метод стационарной фазы, так как функция Лагранжа умножается на мнимую единицу. Причем точек перевала имеется счетное количество, но энергия состояния определяется по единой формуле для любой одной точки метода перевала. Одна точка метода перевала определяет одну совокупность координат положения равновесия и одно значение энергии состояния. Плотность энергии равна

$$H(\mathbf{x}) = (\partial_\mu \varphi^{-1} \partial^\mu \varphi) + m^2 \varphi^{-1} \varphi + g(\varphi^{-1} \varphi)^2 / 2 \Big|_{\varphi=A(\mathbf{x}) \varphi^{-1}=A^{-1}(\mathbf{x})},$$

где энергия берется при квантовом поле равном классическому полю, полученному с помощью метода Галеркина. Количество собственных значений энергии определяется числом совокупностей положения равновесия системы (2.2).

При этом в случае вычисления скалярного поля имеем для него конечное значение

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= P_N^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} i^n / n! \int [dA dA^{-1}] A(\mathbf{x}) \left(\int L_1[A, A^{-1}] d^4 y \right)^n \exp[i \int L_0[A, A^{-1}] d^4 y] = \\ &= P_N^{-1} \int [dA dA^{-1}] A(\mathbf{x}) \exp[i \int L[A, A^{-1}] d^4 y] = \\ &= P_N^{-1} A(\mathbf{x}) \frac{\exp[i \int_{x_1^3-3\sigma}^{x_N^3+3\sigma} \int_{x_1^2-3\sigma}^{x_N^2+3\sigma} \int_{x_1^1-3\sigma}^{x_N^1+3\sigma} (x_N^0 - x_1^0) L[A(\mathbf{y}), A^{-1}(\mathbf{y})] d^3 y]}{\sqrt[4]{-(x_N^0 - x_1^0)^2 |B| d^3 y}} = A(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

Получаем, что квантовое поле равно классическому полю

$$\varphi(\mathbf{x}) = A(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \varphi_n(\mathbf{x}) / \sqrt{N},$$

$$\varphi^{-1}(\mathbf{x}) = A^{-1}(\mathbf{x}) = \sum_{n,m=1}^N \alpha_n^{-1} \langle \varphi_n, \varphi_m \rangle^{-1} \varphi_n(\mathbf{x}) / \sqrt{N} = \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} \varphi_n^{-1} / \sqrt{N}$$

и, следовательно, комплексная энергия этого поля равна $E = \int \widehat{H}[A(\mathbf{x}), A^{-1}(\mathbf{x})] d\mathbf{x}^3$, причем количество собственных энергий равно количеству совокупностей координат положения равновесия, т.е. при бесконечном числе членов ряда имеется счетное количество собственных значений энергии. Каждый член $A(\mathbf{x})$ из счетного количества значений определяется однозначно.

3. Преобразование Лоренца в комплексном пространстве

В комплексном пространстве метрический интервал будет комплексный

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x_1^2 - \Delta x_2^2 - \Delta x_3^2.$$

При этом преобразование Лоренца запишется в виде

$$x_1 = \frac{x'_1 + |V| x_0}{\sqrt{1 - |V|^2 / c^2}}; x_0 = \frac{x'_0 + |V| x_1}{\sqrt{1 - |V|^2 / c^2}}; x_2 = x'_2, x_3 = x'_3$$

Где величины координат комплексные. При не релятивистских скоростях пространство комплексно, а время действительно. Причем в этом случае комплексное пространство ограничено, и расположено около поверхности тел, а вдали от тел пространство действительно. Причем модуль пространственной части много меньше $c^2 \Delta t^2$ в случае не релятивистских скоростей. При релятивистских скоростях время и пространство комплексно, и не ограничено.

4. Оператор момента импульса в комплексном пространстве

Отметим, что квантовые числа L, M, s, σ операторов спина могут иметь не целое значение и быть комплексные. При этом собственное значение волновой

функции $\exp(iM\varphi)$ определяется по формуле $\widehat{M}_z = -i \frac{\partial \ln \psi}{\partial \varphi} = M$ и может быть

комплексным. Собственные функции оператора импульса в комплексном

пространстве имеют комплексный период $T_\varphi = 2\pi/M$. При этом величины $M = L, L-1, \dots, -L+1, -L$, причем имеется $\text{int}(2\text{Re}L+1)$ значений проекций момента импульса.

Причем величина орбитального момента L может быть комплексной, причем действительная часть этой величины находится между значениями $\text{Re}L, \text{Re}L+1$. Тогда, как предложено и обосновано в [5] энергия возбуждения атома водорода комплексная и равна $E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2(n_r + l + 1)^2}$, где орбитальный момент l комплексный.

Выводы

Комплексное решение, которое существует в случае комплексных координат положения равновесия, назовем турбулентным, в силу физического смысла комплексного решения в макро пространстве, причем в [6] описаны мнимые параметры макромира. Мнимая часть комплексного решения описывает отклонение от среднего решения, и определяет вращающуюся или осциллирующую часть решения. Причем возможно особое комплексное решение при определенных значениях энергии системы, т.е. дисперсия решения, может проявиться и быть не нулевой при определенных значениях энергии или импульса. Расчеты в комплексном пространстве нелинейных уравнений в частных производных являются непрерывными функциями, а не обобщенными функциями, не стремятся к бесконечности, и не требуют перенормировок.

2. Две разные ветви квантовой механики

Существует две ветви квантовой механики, с действительным и комплексным пространством. Между ними граница, как между действительным ламинарным

режимом и комплексным турбулентным режимом. Операторы действительного режима - самосопряженные и для комплексного режима – симметричные или антисимметричные, причем базис ортонормированный с помощью теории обратных функций.

В действительной квантовой механике делаются попытки использовать для описания энергии, импульса и времени мнимые величины, но это вынужденные, силовые усилия. Собственные значения самосопряженных операторов действительные. Комплексные величины не могут быть собственными значениями операторов, так как они содержат мнимую часть, физический смысл которой переменная величина. Комплексные решения – это функции, описывающие траектории частиц в комплексном пространстве, аналог турбулентных линий тока, причем мнимые части удовлетворяют соотношению неопределенности.

Сначала я просто использовал формулу связи между квантовой механикой и уравнением Навье-Стокса, $V_k = -i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_k}$, где используется скорость из уравнения Навье-Стокса, и волновая функция квантовой механики. Потом построил комплексное скорости квантовой механики, определив линии тока.

Уравнение Шредингера сводится к уравнению Навье – Стокса. Докажем это. Для чего запишем уравнение Шредингера и преобразуем его

воспользовавшись тождеством $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_l^2} = \psi \left[\frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + \frac{1}{\psi^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_l} \right)^2 \right]$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_l^2} + U\psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \psi \sum_{l=1}^3 \left[\frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + \frac{1}{\psi^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_l} \right)^2 \right] + U\psi .$$

Разделив на массу $m\psi$, получим уравнение

$$i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m^2} \sum_{l=1}^3 \left(\frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l} \right)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m^2} \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_l^2} + U/m .$$

Получим уравнение в частных производных, взяв градиент от обеих частей уравнения, введем действительную скорость по формуле $\mathbf{V} = -i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi$.

$$\frac{\partial i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{m^2} \sum_{l=1}^3 \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_l} \frac{\partial \nabla \ln \psi}{\partial x_l} = \frac{i\hbar}{2m} \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 i \frac{\hbar}{m} \nabla \ln \psi}{\partial x_l^2} + \nabla U / m$$

Подставляя значение скорости в преобразованное уравнение Шредингера, получим

$$\frac{\partial V_p}{\partial t} + \sum_{l=1}^3 V_l \frac{\partial V_p}{\partial x_l} = v \sum_{l=1}^3 \frac{\partial^2 V_p}{\partial x_l^2} - \frac{\partial U}{\partial x^p} / m, v = \frac{i\hbar}{2m}.$$

Получим трехмерное уравнение Навье – Стокса с давлением, соответствующим потенциалу. Но задача гидродинамики отличается от уравнения Навье – Стокса, полученного из уравнения Шредингера, уравнением неразрывности.

Комплексные линии тока определяются по комплексной скорости см. [9]

$$\frac{dx_k}{dt} = \text{Re} V_k(x_1, x_2, x_3) + i \text{Im} V_k(x_1, x_2, x_3), x_k = x_k(t, x_1^0, x_2^0, x_3^0),$$

Действительные линии тока определяются по формуле

$$y_k(t, x_1^0, x_2^0, x_3^0) = \text{Re} x_k(t, x_1^0, x_2^0, x_3^0) + \text{Im} x_k(t, x_1^0, x_2^0, x_3^0) \sin[\arg x_k(t, x_1^0, x_2^0, x_3^0)]$$

Аналогия с турбулентным потоком прояснилась, формулы линий тока аналогичные. Турбулентный поток тоже описывается комплексными скоростями. Действительная часть комплексного решения – это среднее, а мнимая часть – это среднеквадратичное отклонение см. [9]. И то, и другое есть в квантовой механике и турбулентном потоке. Отличие в деталях, квантовая механика использует электромагнитную энергию, а турбулентный поток – гидродинамическую, звуковую. Кинематическая вязкость квантовой механики мнимая и равна $i \frac{\hbar}{2m}$, кинематическая вязкость турбулентного потока действительная.

Но имеется квантовая механика в действительном пространстве. Аналогии в классической физике не имеет. Ламинарное решение тоже

действительное, но имеются линии тока, чего нет в квантовой механике в действительном пространстве. Кроме того, ламинарное решение не имеет собственных значений. Ламинарный режим и действительная квантовая механика принципиально отличаются. В квантовой механике используют операторы, в ламинарном режиме нет. В квантовой механике нельзя одновременно вычислить импульс и координату, момент времени и энергию. В ламинарном режиме таких ограничений нет. Если комплексная квантовая механика описывает турбулентный режим частиц вакуума, и поэтому аналогична гидродинамическому турбулентному режиму, то для действительной квантовой механики такой связи нет. По-видимому, сказывается большая скорость электромагнитной волны, звуковая волна имеет гораздо меньшую скорость. Кроме того, разная среда, в квантовой механике средой является разреженный газ, состоящий из мельчайших частиц вакуума, а в гидродинамике массивные, по сравнению с частицами вакуума, элементарные частицы. Причем разница между средой сказывается в действительном ламинарном режиме. Массы ламинарного режима в число Авогадро раз больше масс элементарных частиц, поэтому они не проявляют квантовых свойств. Как следует из свойств частиц вакуума, описание используемого разреженного газа приводит к квантовым законам. Описание планет и звезд тоже приводит к квантовым законам см. [11], средой для них являются элементарные частицы. Отношение между массами квантовой механики и массами частиц среды составляет примерно 10^{40} , как между массами элементарных частиц и средой – частицами вакуума, так и между массами планет, звезд и средой образованной элементарными частицами. Но в случае планет и звезд главное квантовое число огромное см. [11]. Между тем ламинарное приближение линейное, в отличие от турбулентного. В турбулентном режиме квантовой механики и гидродинамики, имеется общее, дисперсия скорости, что проявляется в мнимой части комплексного режима. Кроме того, в обоих случаях турбулентный режим нелинейный, что и вызывает комплексное решение. Но граница между

комплексными и действительными скоростями в квантовой механике и гидродинамике одинаково существует.

И та, и другая теория подчиняется преобразованию Лоренца, но квантовая механика со скоростью света, а гидродинамика со скоростью звука. Имеется интервал, электромагнитных и звуковых волн и вывод уравнений Лоренца аналогичен в электромагнитных и звуковых волнах. Скорость возмущения равна групповой скорости для звука, а значит групповой скорости для электромагнитной волны. По поводу преобразования Лоренца есть интернет книга см. [8]. Обе скорости не зависят от скорости центра инерции бесконечной среды. Но имеется отличие, релятивистский знаменатель со скоростью звука относится к присоединенной массе, а со скоростью света к инерционной массе. Формула сложения скоростей справедлива для среды в случае гидродинамики, и для инерционной массы в случае электромагнитной скорости света. Групповая скорость для элементарных частиц совпадает со скоростью света в вакууме.

3. Дискретное время квантовой механики

Комплексное решение уравнений квантовой механики используется для описания потенциальной ямы. Оказалось, что закон сохранения энергии выполняется в комплексной форме при большой постоянной времени, например стационарного процесса, а при малой постоянной времени определяется дискретное время, следовательно дискретный импульс и координата, например при переходе с одного уровня энергии на другой, или столкновения частиц. Это говорит о том, что частицы вакуума образуют элементарные частицы в дискретные, периодические моменты времени при комплексных координатах. В случае использования трех координат, дискретные моменты времени будут не периодические. Причем это общий случай дискретных моментов времени. Все три комплексные координаты зависят от времени и не согласованы, координаты разделяются и удовлетворяют закону сохранения энергии в дискретные моменты времени. В случае квантовой электродинамики дискретен интервал, момент

времени, координата, импульс и энергия. При этом происходит переход к непрерывному времени с ростом мнимой части начальных условий, что приводит к комплексным координатам и скорости. Это проявилось при численном эксперименте.

Волновая функция и собственная энергия в случае потенциальной ямы имеет вид

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi n}{a} x; k = \frac{\pi n}{a}$$

$$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Осуществим переход из действительного пространства в комплексное

$$\frac{dx}{dt} = V = -i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x} = -i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial (u + iv)} = -i \frac{\hbar}{m} \left[\frac{\partial \ln \psi}{\partial u} + i \frac{\partial \ln \psi}{\partial v} \right] / 2.$$

См. преобразование производной по комплексному аргументу в сумму действительной и мнимой части [13]. Если волновая функция зависит только от действительного параметра, то мнимая часть производной равна нулю. Но действительную производную надо разделить пополам или комплексную производную удвоить. Это зависит от того, при комплексных или действительных координатах определяется скорость.

Скорость среды или скорость элементарных частиц описывается по формуле

$$\frac{dx}{dt} = V = -i \frac{\hbar}{m} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x} = -i \frac{\hbar}{m} \frac{\cos kx}{\sin kx}. \quad (3.1)$$

Где используется комплексный аргумент. Это дифференциальное уравнение имеет решение, где мнимая часть опишет среднеквадратичное отклонение, свойство мнимой части решения см. [9]. Причем в комплексном пространстве мнимые части будут связаны с принципом неопределенности

Легко читаемая идея по получению дифференциального уравнения относительно координаты. Она приводит к решению в виде соотношения (3.2). Действительное решение уравнения (3.1) не удовлетворяет значению закона сохранения энергии ни в одной точке. Только с ростом мнимой части начальных условий закон сохранения энергии удовлетворяется в дискретных точках, а с

бесконечной мнимой частью удовлетворяется тождественно см. (3.4). При этом нужно учитывать только потенциальную и кинетическую энергию, а квантовый член имеющий при быстротекущих процессах постоянное значение импульса в пространстве. При этом бесконечности мнимой части начальных условий скорость равна константе и действительная часть закона сохранения энергии удовлетворяется тождественно. Это не переход к классическому описанию, это вырождение значения энергии.

Решение этого дифференциального уравнения (3.1) имеет вид

$$\cos kx = \exp\left[i \frac{\hbar k^2 (t - t_0)}{m}\right] \cos kx_0 = \beta \quad (3.2)$$

Разлагая косинус в комплексные экспоненты, и решая квадратное уравнение, получим

$$kx = -i \ln(\beta \pm i\sqrt{1 - \beta^2}) = -i \ln |\beta \pm i\sqrt{1 - \beta^2}| + \arg(\beta \pm i\sqrt{1 - \beta^2})$$

Но имеется один аспект закона сохранения энергии в квантовой механике. Имеется дополнительный член в правильном законе сохранения, который приводит к комплексному закону сохранения энергии. Имеем тождество по определению волновой функции

$$\psi(t, x_1, x_2, x_3) \exp(-iEt / \hbar) = \exp\left[-iEt / \hbar + \sum_{k=1}^3 \int_0^{x_k} \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_k} dx_k\right],$$

Подставляем данную волновую функцию в уравнение Шредингера см. [1]

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{k=1}^3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_k^2} + U\psi$$

Получаем первые интегралы уравнения Навье-Стокса, воспользовавшись

тождеством $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_k^2} = \psi \left[\left(\frac{\partial \ln \psi}{\partial x_k} \right)^2 + \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_k^2} \right]$

$$-E = -i\hbar \frac{\partial \ln \psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \sum_{k=1}^3 \left[\left(\frac{\partial \ln \psi}{\partial x_k} \right)^2 + \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_k^2} \right] - U = \frac{\hbar^2}{2m} \sum_{k=1}^3 \left(k_k^2 + \frac{\partial k_k}{\partial x_k} \right) - U;$$

$$-E = \frac{\hbar^2}{2m} \sum_{k=1}^3 \left(k_k^2 + \frac{\partial k_k}{\partial x_k} \right) - U; k_k = \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_k}; p_k = -i\hbar \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_k} = -i\hbar k_k$$

Действительная часть локального закона сохранения энергии выполняется

$$E = \frac{1}{2m} \sum_{k=1}^3 (p_k^2 - i\hbar \frac{\partial p_k}{\partial x_k}) + U = \frac{1}{2m} \sum_{k=1}^3 [(\operatorname{Re} p_k)^2 - (\operatorname{Im} p_k)^2 - \hbar \frac{\partial \operatorname{Im} p_k}{\partial x_k}] + U; \quad (3.3)$$

$$p_k = \operatorname{Re} p_k - i \operatorname{Im} p_k = -i\hbar \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_k}$$

Получается, что закон сохранения энергии выполняется локально, с точностью колебания мнимой части. Комплексный закон сохранения справедлив когда характерный размер системы много больше периода дискретизации. Но при действительной волновой функции импульс является мнимым, и закон сохранения энергии является действительным относительно мнимых частей. При комплексной волновой функции закон сохранения энергии является комплексным.

$$E = \frac{1}{2m} [(\operatorname{Re} p_k)^2 - (\operatorname{Im} p_k)^2 - \hbar \frac{\partial \operatorname{Im} p_k}{\partial x_k}] + U = U - \frac{\hbar^2}{2m} [(\frac{\partial \ln \psi}{\partial x_k})^2 + \frac{\partial^2 \ln \psi}{\partial x_k^2}] =$$

$$= -\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \{ \operatorname{Re}[(\cot kx)^2] - \operatorname{Im}(\frac{i}{\sin^2 kx}) \} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \operatorname{Re}[(\cot kx)^2] - (\frac{1}{\sin^2 kx}) =$$

$$= \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \operatorname{Re}[-\frac{\cos^2 kx}{\sin^2 kx} + \frac{1}{\sin^2 kx}] = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$\sin^2 kx + \cos^2 kx = 1;$$

$$\sin^2 \operatorname{Re} kx \cosh^2 \operatorname{Im} kx - \cos^2 \operatorname{Re} kx \sinh^2 \operatorname{Im} kx + \cos^2 \operatorname{Re} kx \cosh^2 \operatorname{Im} kx - \sin^2 \operatorname{Re} kx \sinh^2 \operatorname{Im} kx =$$

$$= \cosh^2 \operatorname{Im} kx - \sinh^2 \operatorname{Im} kx = 1$$

В действительном пространстве закон сохранения энергии не выполняется

$$E = \frac{1}{2m} (\operatorname{Re} p_k)^2 + U = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m} (\cot kx)^2 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}; \cot kx = \pm i$$

Но, этот квантовый член (назовем квантовым членом уравнения закона сохранения энергии производную от мнимого импульса) не описывается действительным пространством, в действительном пространстве он не имеет решения. Но квантовый член при его постоянном значении в пространстве в течении мгновенного момента времени нарушает закон сохранения энергии и время становится дискретным, в дискретных точках удовлетворяя закон сохранения энергии. Это происходит при излучении энергии, или столкновениях. Стационарный процесс описывается непрерывным законом сохранения энергии.

А если описывать классический непрерывный рост времени, то при характерном времени, большем интервала дискретизации, закон сохранения энергии выполняется в комплексном пространстве при росте времени. Скажу более классическое стационарное решение получено из этого уравнения при непрерывном времени.

Подставляем комплексный угол в уравнение (3.4), решение будет дискретным периодическим. Закон сохранения энергии ограничивается кинетической и потенциальной энергией, квантовый член в сумме в окрестности дискретной точки сокращается. Комплексное решение не получается, оно сводится к уравнению $\exp(\pm ikx) = 0$ которое не имеет конечного комплексного решения даже при комплексном k .

Действительная часть кинетической энергии частиц в потенциальной яме равна

$$E_{kin} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m} [(\operatorname{Re} \cot kx)^2 - (\operatorname{Im} \cot kx)^2] = E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (3.4)$$

$$d = (\operatorname{Im} \cot kx)^2 - (\operatorname{Re} \cot kx)^2 = 1; \quad \lim_{\operatorname{Im} x \rightarrow \pm\infty} d = 1$$

Была составлена программа MATHCARD. Действительное решение приводит к противоречию, мнимая единица равна действительному котангенсу. Начальное значение kx_0 надо брать комплексное, я взял мнимую часть равной 2. Решение колеблется вокруг 1 с малым отклонением при изменении времени за период. Действительное изменение k сказывается только на масштаб задачи. Бесконечность мнимой части начальных условий приводит к тождественному совпадению кинетической энергии собственному значению энергии. Причем выполняется условие при характерном времени сравнимого с периодом дискретизации

$$d = 1 - \frac{1}{\sin^2(kx)} = 1 - \frac{\coth^2 \operatorname{Im} kx - \cot^2 \operatorname{Re} kx - 2i \coth \operatorname{Im} kx \cot \operatorname{Re} kx}{\sinh^2 \operatorname{Im} kx \sin^2 \operatorname{Re} kx [(\coth^2 \operatorname{Im} kx - \cot^2 \operatorname{Re} kx)^2 + (2 \coth \operatorname{Im} kx \cot \operatorname{Re} kx)^2]}$$

т.е. при большой мнимой части начальных условий отклонение от 1 мало и почти равно по модулю, но имеет разный знак. В случае малой мнимой части у

начальных условий отклонение от 1 велико. Формулы должны быть разного знака, для пересечения с 1. Использование формулы, при нулевой действительной части начальных условий, приводит к огромному отклонению на конечном отрезке, и его трудно реализовать, но отклонения имеют разный знак. В случае если начальные условия имеют действительную часть, и мнимая часть стремится к нулю получаются отклонения одинакового знака и дискретных значений времени нет. Идеология ясна, нужно большое значение мнимых частей начальных условий для получения дискретного момента времени. При бесконечности мнимой части решения получается вырожденное решение с бесконечной волновой функцией. При средней мнимой части решения реализуется отклонение от 1 и, следовательно, дискретное время. Но до определенного предела малой мнимой части, удовлетворяющей соотношению неопределенности, причем образуется дыра в комплексном пространстве в случае неудовлетворения соотношения неопределенности.

Дискретное значение времени определяется из формулы

$$\frac{\coth^2 \operatorname{Im} kx(t, x_0)}{\sinh^2 \operatorname{Im} kx(t, x_0) \sin^2 \operatorname{Re} kx(t, x_0)} = \frac{\cot^2 \operatorname{Re} kx(t, x_0)}{\sinh^2 \operatorname{Im} kx(t, x_0) \sin^2 \operatorname{Re} kx(t, x_0)}$$

$$\coth^2[-\ln |\beta \pm i\sqrt{1-\beta^2}|] = \cot^2 \arg(\beta \pm i\sqrt{1-\beta^2})$$

$$\beta = \exp\left[i \frac{\hbar k^2 (t-t_0)}{m}\right] \cos kx_0$$

Как показал численный расчет переход к комплексному решению наблюдается при большой мнимой части координаты положительной или отрицательной, при бесконечной мнимой части наблюдается вырождение закона сохранения энергии, правая и левая часть этого закона одинакова. Кроме того, волновая функция стремится к бесконечности, что нарушает квантовые законы.

Но когда время дискретно, а когда непрерывно? Характерное время стационарного процесса много больше интервала дискретизации, и тогда надо использовать непрерывное время. Излучение энергии электроном в атоме происходит быстро и надо использовать дискретные моменты времени. Реакции обмена и разложения происходят быстро и надо использовать дискретное время,

частицы распадаются на частицы вакуума и группируются в элементарные частицы с помощью частиц вакуума. В интервале между скачками, волновая функция элементарных частиц описывается уравнением

$$\psi = \exp \left\{ i \frac{\operatorname{Re}(E_n - E_m)t - \sum_{k=1}^3 \operatorname{Re}[(p_{nk} - p_{mk})(x_k - x_{k0})]}{\hbar} \right\}$$

Но как распределяется область выполнения закона сохранения энергии и его невыполнение. Вероятность выполнения закона сохранения равна $1 - \frac{T}{T_0}$ где используется отношение периода дискретизации к характерному времени процесса. При нулевом периоде дискретизации, или стационарном процессе, характерное время которого стремится к бесконечности, эта вероятность равна 1. Невыполнение имеет нулевую вероятность $\frac{T}{T_0}$. При периоде, совпадающем с характерным временем, вероятность выполнения закона сохранения равна нулю. Невыполнение этого закона имеет единичную вероятность. Действительно, мощность счетного количества точек равна бесконечно малой величине.

В случае квантовой электродинамики дискретным является интервал, координата, энергия и импульс при малой постоянной времени. Комплексная энергия и импульс определяются из формул, где начальные условия комплексные

$$\begin{aligned} mc \frac{dx_k}{ds} &= p_k = -i\hbar \frac{\partial \ln \psi}{\partial x_k} \\ mc^2 \frac{dt}{ds} &= p_0 = E/c = i\hbar \frac{\partial \ln \psi}{c \partial t}; \psi = \psi(s, t_0, x_1^0, x_2^0, x_3^0). \\ ct &= ct(s, t_0, x_1^0, x_2^0, x_3^0); x_k = x_k(s, t_0, x_1^0, x_2^0, x_3^0); \end{aligned}$$

Запишем закон сохранения релятивистской энергии для действительной части комплексной энергии

$$\begin{aligned} \left[\frac{dx_0(s, t_0, x_1^0, x_2^0, x_3^0)}{\partial s} \right]^2 &= \frac{E_n^2}{m^2 c^4} = \left[\frac{dx_k(s, t_0, x_1^0, x_2^0, x_3^0)}{\partial s} \right]^2 + \frac{2U}{mc^2} + 1 \\ \frac{E_n^2}{m^2 c^4} &= \left[\frac{d \operatorname{Re} x_k(s, t_0, x_1^0, x_2^0, x_3^0)}{\partial s} \right]^2 - \left[\frac{d \operatorname{Im} x_k(s, t_0, x_1^0, x_2^0, x_3^0)}{\partial s} \right]^2 + \frac{2U}{mc^2} + 1 \end{aligned}$$

Так как связь между операторами не распространяется на функции, значит эта связь реализуется при дискретных интервалах, и, значит, дискретных импульсах, энергиях и координатах.

В нерелятивистском случае для атома водорода эта формула выглядит таким образом

$$\begin{aligned} \frac{E_n - m_e c^2}{m_e c^2} &= -\frac{1}{2 \cdot 137^2 n^2} + \frac{e^2}{m_e c^2 r} = \\ &= -\frac{1}{2 \cdot 137^2} \left\{ \operatorname{Re} \left[\left(\sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r - a_k} + \frac{l+1}{r} - \frac{1}{n} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n_\theta} \frac{\sin \theta}{r(\cos \theta - b_k)} \right)^2 \right] - \right. \\ &\left. - \operatorname{Im} \left[\left(\sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r - a_k} + \frac{l+1}{r} - \frac{1}{n} \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n_\theta} \frac{\sin \theta}{r(\cos \theta - b_k)} \right)^2 \right] \right\} \rightarrow -\frac{1}{2 \cdot 137^2 n^2}; \operatorname{Im} r \rightarrow \infty; \operatorname{Im} \theta \rightarrow \infty \end{aligned}$$

При мнимых координатах, стремящихся к бесконечности эта формула превращается в тождество. Значит переход к бесконечной мнимой части параметров атома водорода соответствует получению тождества вместо закона сохранения энергии. Это не классическое описание, а вырождение квантового. Переход к классическому описанию соответствует росту массы до определенного предела, когда начинается квантовая механика для планет и звезд.

Выполнение уравнения в действительном пространстве сводится к уравнению

$$\frac{1}{n^2} = \left(\sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r - a_k} + \frac{l+1}{r} - \frac{1}{n} \right)^2 + \left[\sum_{k=1}^{n_\theta} \frac{\sin \theta}{r(\cos \theta - b_k)} \right]^2 + \frac{2}{r}$$

Член зависящий от углов можно приравнять нулю, хотя это не очевидная замена, угол зависит от времени. Остаток от этого уравнения не имеет действительного решения, кроме радиуса, стремящегося к бесконечности. При условии радиуса,

$$\text{равного } r = 2n^2 \text{ выполняется условие } \frac{1}{n} - \sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{2n^2 - a_k} - \frac{l+1}{2n^2} > \frac{1}{n} - \frac{n_r}{n^2} - \frac{l+1}{2n^2} > \frac{l+1}{2n^2} > 0$$

и равенство нулю не выполняется. Доказано что в действительном пространстве закон сохранения энергии не выполняется.

Период времени между дискретными значениями времени для атома водорода при не релятивистских формулах определяется по формуле

$$\Delta\tau = \frac{m_e a_0^2}{\hbar} = 0.25 \cdot 10^{-16} \text{ s}, \text{ см. [10]}. \text{ Или энергия смерти и рождения равна}$$

$$E_n = m_e c^2 - \frac{\hbar^2}{2m_e a_0^2} \frac{1}{n^2} = m_e c^2 - \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \text{ энергии электрона в атоме. Причем одной}$$

энергии соответствует счетное количество времен. Т.е. электрон периодически распадается, излучив энергию, и группируется вновь, получив другую энергию.

Часть энергии $\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ расходуется на фазовый переход или на излучение

электромагнитной волны. Возможен и другой процесс получение энергии электроном, причем другой энергии соответствует другое счетное количество времен. Причем каждому уровню энергии соответствует своя частица вакуума.

Распад и группировка частицы связаны с переходом на другие частицы вакуума с другим рангом, причем ранг частицы вакуума соответствует главному квантовому числу. Поэтому уничтожение и рождение электрона, состоящего из разных частиц вакуума, необходимый процесс излучения и поглощения энергии.

При переходе с одного уровня энергии на другой происходит излучение энергии по формуле плоской волны у физического смысла комплексной энергии

$$E = \text{Re}(E_n - E_m) + \text{Im}(E_n - E_m) \sin \frac{\text{Re}(E_n - E_m)t - \sum_{k=1}^3 \text{Re}[(p_{nk} - p_{mk})(x_k - x_{k0})]}{\hbar}.$$

Формула для дискретного импульса и начального значения координаты образуется при вычислении энергии. Причем считается амплитуда излученной волны.

Но каков выполняется ли закон сохранения энергии в случае атома водорода. Если взять волновую функцию в виде

$$\psi(t, r, \theta) = \exp\left[i \int_0^r k(u, t) du\right] f(\theta) = \exp\left\{i \int_0^r [k(u) - \delta(u)Et / \hbar] du - i \int_0^\theta p(u, t) d \cos u\right\} / r,$$

то получим дифференциальное уравнение

$$i\hbar \frac{\partial \ln \psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(k^2 - i \frac{dk}{dr} \right) + U + \\ + \frac{\hbar^2}{2mr^2} \left[2ip(\theta, t) \cos \theta - i \sin^2 \theta \frac{\partial p(\theta, t)}{\partial \cos \theta} + p^2(\theta, t) \sin^2 \theta + U(\theta) \right]$$

Переменные разделились, имеем два уравнения

$$E_r = i\hbar \frac{\partial \ln \psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(k^2 - i \frac{dk}{dr} \right) + U + \frac{\hbar^2 \lambda}{2mr^2}; k = -i \frac{\partial \ln R}{\partial r} \\ - \frac{2mr^2 E_\theta}{\hbar^2} + 2ip(\theta, t) \cos \theta - i \sin^2 \theta \frac{\partial p(\theta, t)}{\partial \cos \theta} + p^2(\theta, t) \sin^2 \theta + U(\theta) = \lambda; \\ p(\theta, t) = -i \frac{\partial P_l(\theta, t)}{\partial \cos \theta}$$

Или в безразмерном

$$E = \frac{1}{2} \left(k^2 - i \frac{dk}{dr} \right) - \frac{1}{r} + \frac{l(l+1)}{2r^2} = -\frac{1}{2n^2}; ik = \sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r-a_k} + \frac{l+1}{r} - \frac{1}{n} \\ E = -\frac{1}{2n^2} - \sum_{\substack{p,k=1 \\ p>k}}^{n_r} \frac{1}{r-a_k} \frac{1}{r-a_p} - \frac{n_r}{nr} - \sum_{k=1}^{n_r} \frac{l+1-r/n}{r(r-a_k)} = \\ = -\frac{1}{2n^2} - \sum_{\substack{p,k=1 \\ p>k}}^{n_r} \frac{1}{r-a_k} \frac{1}{r-a_p} - \sum_{k=1}^{n_r} \frac{l+1-a_k/n}{r(r-a_k)}$$

Эта формула при волновой функции $R_{20}(r) = \exp(-r/2)(r-2)$ определяет энергию

$E_2 = -\frac{1}{8}$ которая удовлетворяется в любой момент времени. Вычисления

следующих значений собственной энергии для волновой функции

$R_{30}(r) = \exp(-r/3)(2r^2 - 18r - 27)$ подтвердили правильность формулы

$$\sum_{\substack{p,k=1 \\ p \neq k}}^{n_r} \frac{(r-a_p)(l+1-a_k/n) + r}{2r(r-a_k)(r-a_p)} = 0$$

Эта формула определяет дискретные координаты, или дискретные моменты времени, когда существует мгновенно постоянный импульс.

Какова логика создателей квантовой механики. Имеем дифференциальное уравнение, которое имеет счетное количество решений с определяемой по решению энергией

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} - \frac{l(l+1)}{r^2} R + 2(E + \frac{1}{r})R = 0.$$

Этому уравнению тождественно удовлетворяет волновая функция и собственное значение энергии. Далее строятся кинетическая энергия, потенциальная энергия из этого уравнения и естественно удовлетворяется уравнение сохранения энергии

$$\int_0^{\infty} R \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} \right) r^2 dr - \int_0^{\infty} R \frac{l(l+1)}{r^2} R r^2 dr + 2E \int_0^{\infty} R^2 r^2 dr + 2 \int_0^{\infty} R \frac{1}{r} R r^2 dr = 0$$

$$\langle E_r \rangle = \int_0^{\infty} R \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} \right) r^2 dr; \langle E_l \rangle = \int_0^{\infty} R \frac{l(l+1)}{r^2} R r^2 dr; \langle U \rangle = \int_0^{\infty} R \frac{1}{r} R r^2 dr$$

При этом член

$$\int_0^{\infty} R \left(\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} \right) r^2 dr = \int_0^{\infty} R^2 \left[\frac{d^2 \ln R}{dr^2} + \left(\frac{d \ln R}{dr} \right)^2 + \frac{2}{r} \frac{d \ln R}{dr} \right] r^2 dr =$$

$$= \int_0^{\infty} R^2 \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{\text{Im } p_r}{-\hbar} - \frac{1}{r} \right) + \left(\frac{\text{Im } p_r}{-\hbar} - \frac{1}{r} \right)^2 + \frac{2}{r} \frac{\text{Im } p_r}{-\hbar} - \frac{2}{r^2} \right] r^2 dr =$$

$$= \int_0^{\infty} R^2 \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{\text{Im } p_r}{-\hbar} \right) + \left(\frac{\text{Im } p_r}{-\hbar} \right)^2 \right] r^2 dr; \frac{\text{Im } p_r}{-\hbar} = \frac{d \ln R}{dr} + \frac{1}{r}$$

определяется по мнимой части импульса, т.е. пространство действительных параметров использует мнимые значения. Но дело в том, что существует операторное уравнение по определению импульса системы и в классической квантовой механике оно не разрешается относительно импульса. Собственное значение должно быть константой, а не функцией. А если константы нет, то нет и собственного значения и уравнение по определению импульса системы ликвидируется.

Но какое отношение вычисленные константы имеют к кинетической и потенциальной энергии совершенно не понятно. Утверждается что используются операторы кинетической и потенциальной энергии, но почему операторы определяют кинетическую и потенциальную энергию не понятно. При этом вычисленная из дифференциального уравнения собственная энергия определяется верно и соответствует полной собственной энергии системы. Эта

величина совпадает с экспериментом, а значения кинетической и потенциальной энергии внесены искусственно и экспериментом не подтверждаются. Но эти величины удовлетворяют закону сохранения энергии и поэтому закрывают глаза на их искусственное происхождение.

Предлагаемая теория лишена всех этих недостатков, кинетическая и потенциальная энергия в ней настоящая, а не операторная. Но она построена в комплексном пространстве и при мнимой части параметров, равной нулю, образуется дыра в пространстве без закона сохранения энергии. В этой дыре в комплексном пространстве и проявляются аномальные свойства квантовой механики действительного пространства. Я все больше думаю, что наше пространство комплексное, где мнимая часть описывает среднеквадратичное отклонение, а действительная часть среднее значение. Среднеквадратичное отклонение есть у любого параметра, значит любой параметр описывается комплексным решением. Проявляется это в нелинейном турбулентном режиме, причем все уравнения нелинейные при больших значениях параметра. Как я доказал, уравнение Шредингера сводится к нелинейному уравнению Навье-Стокса, турбулентный режим которого описывается комплексным решением. Ламинарный режим линейный, нелинейность мала, мала и мнимая часть ламинарного режима. Соотношение неопределенности определяет малость мнимой части, когда оно не выполняется для мнимой части, получается действительное решение. Но большая нелинейность приводит к существенной мнимой части, и имеется граница между ламинарным и турбулентным режимом, между почти действительным и комплексным режимом. Гидродинамический режим описывается следующей формулой

$$R = (R_{cr} - \sqrt{R_{cr}^2 - PR_{cr}\alpha})\varphi(\mathbf{r}) \sim [P\alpha - \frac{(P\alpha)^2}{4R_{cr}} + \dots]\varphi(\mathbf{r})/2; R_{cr} = \Re_{cr}(1 + i\delta)$$

Где используется безразмерное давление, а определяется число Рейнольдса потока. При малом перепаде давления образуется ламинарный режим, при росте безразмерного давления образуется мнимый квадратный корень и турбулентный режим. Критическое число Рейнольдса умножается на величину $1 + i\delta$, где в

ламинарном режиме мнимость сокращается у члена первого порядка малости. Таким образом описывается микро-шероховатость ламинарного режима.

Докажем, что действительное собственное значение скорости и координаты удовлетворяет соотношению неопределенности. Имеем безразмерное равенство, которое при использовании физического смысла мнимой скорости образует действительное решение

$$R = \frac{2ma_0V_r}{\hbar} = i\left(\frac{1}{n} - \sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r-a_k} - \frac{l+1}{r}\right) = \left(\frac{1}{n} - \sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r-a_k} - \frac{l+1}{r}\right) \sin \arg i = \frac{1}{n} - \sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r-a_k} - \frac{l+1}{r}$$

Имеем выполнение соотношения неопределенности для действительных значений безразмерного числа Рейнольдса и безразмерного радиуса

$$R_r - \left(\frac{1}{n} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq p}}^{n_r} \frac{1}{a_p - a_k} - \frac{l+1}{a_p}\right) = R_r - R_{rp} = \frac{1}{\delta}; r - a_p = \delta$$

$$V_r - \frac{\hbar}{2ma_0} \left(\frac{1}{n} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq p}}^{n_r} \frac{1}{a_p - a_k} - \frac{l+1}{a_p}\right) = V_r - V_{rp} = \frac{\hbar}{2ma_0\delta}; \Re - a_p a_0 = a_0 \delta$$

$$(R_r - R_{rp})(r - a_p) = 1, m\Delta V_r \Delta \Re = \hbar / 2$$

При этом определяется собственное значение скорости

$$V_{rp} = \frac{\hbar}{2ma_0} \left(\frac{1}{n} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq p}}^{n_r} \frac{1}{a_p - a_k} - \frac{l+1}{a_p}\right); r = a_p a_0 \text{ и координаты. Получается, что для}$$

собственных значений скорости и координаты соотношение неопределенности выполняется, если один параметр имеет бесконечно малое среднеквадратичное отклонение, то другой параметр имеет бесконечно большое среднеквадратичное отклонение, причем на пределе соотношения неопределенности. Параметр с бесконечно большим среднеквадратичным отклонением невозможно измерить, но вычислить его среднее значение можно. Таким образом зная волновую функцию можно вычислить действительные значения параметров координаты и импульса.

Аналогично понятие энергия и время удовлетворяют соотношению неопределенности. Мнимая часть энергии является среднеквадратичным

отклонением. Среднеквадратичное значение времени равно

$$\sqrt{\int_{t_k}^{\infty} (t - t_k)^2 2\Gamma / \hbar \exp(-2\Gamma(t - t_k) / \hbar) dt} = \hbar / 2\Gamma \quad \text{и соотношение неопределенности}$$

выглядит таким образом $\Delta E \Delta t = \hbar / 2$ при любой дисперсии энергии. Средние значения начального момента времени, как и затухание волновой функции в данной задаче произвольные.

Получается, что в случае собственных значений соотношения неопределенности предельные, т.е. наблюдается знак равенства между правой и левой частью соотношения неопределенности. Как пишет ЛЛ в книге «Квантовая механика» бесконечная дисперсия параметра означает что все состояния параметра равновероятны. Но как я показал существует среднее значение у частицы с бесконечной дисперсией, т.е. бывают случаи, что не все состояния равновероятны. Это противоречие с ЛЛ. Напомню, что рассматривается квантовая механика без понятия оператора и коммутационных соотношений. Можно ли использовать величины на пределе соотношения неопределенности? Так как радиальная скорость даже для основного состояния атома водорода в операторе скорости содержится обратный радиус m значит удовлетворение соотношению неопределенности возможно. Эти средние значения являются определяемыми константами. Это говорит о том, что и в действительном пространстве можно определять импульс и координату, энергию и время, необходимо только, чтобы скорость содержала обратный радиус, не смотря на правило коммутации. Действительное пространство – это дыра в комплексном пространстве, в котором справедлива действительная квантовая механика.

Комплексные, дискретные импульсы создают проблему для преобразования Лоренца. Но этой проблемы пока не будем касаться.

Выводы

Для выполнения закона сохранения энергии при описании элементарных частиц в потенциальной яме удовлетворяют закону сохранения энергии только дискретные периодические моменты времени для действительной части энергии

при вычислении траектории в комплексном пространстве. В действительном пространстве вообще закон сохранения энергии не удовлетворяется ни в одной точке. При этом скорость тоже является дискретной. Скорость существует одно мгновение, так как координата дискретная. Использование частиц вакуума объясняет этот факт, элементарные частицы образуются из частиц вакуума и распадаются на частицы вакуума. При переходе к бесконечной мнимой части решения наблюдается тождественное равенство полной энергии системы собственной энергии. Причем это общий случай квантовой механики. Для атома водорода при излучении или поглощении энергии тоже имеется две не согласованные (каждая переменная зависит от своего произвольного начального условия) зависимости координат (радиуса и угла) от времени и уравнения закона сохранения энергии удовлетворяются в дискретные моменты времени. Дискретные моменты времени справедливы для систем с разделяющимися переменными у волновой функции. В случае волновой функции общего вида имеется общее свойство отдельных координат, они зависят от одной волновой функции. Но будет ли оно дискретным? При малом характерном времени время является дискретным. В случае квантовой электродинамики дискретны интервал, координаты и время, энергия и импульс при малом характерном времени. Так как имеется аналогия с комплексным, турбулентным решением в гидродинамике с комплексным решением в квантовой механике, надо задуматься над дискретным решением в гидродинамике. Но при бесконечной мнимой части начальных условий время непрерывное, но система вырожденная. Но скачки скорости в турбулентном режиме существуют, что приводит к кавитации.

4. Учет орбитального и спинового момента при комплексной траектории

Вычисление дискретных моментов времени производилось в разделе 3, но в данной статье алгоритм учитывает орбитальный момент и спин для атома гелия. Это вычисление оправдывает использования полиномов Лежандра для описания

спина электрона с периодом 4π . Как следствие дискретных моментов времени, дискретные координаты и импульс. Для многоэлектронного атома имеется как положительная, так и отрицательная поправка к главному квантовому числу. Причем так как они соответствуют равным по модулю проекциям спина, но отличающимися знаком, значит поправки равны по модулю и имеют разные знаки в зависимости от знака проекции спина. Поэтому используется для нулевого спина разность поправок, а для спина 1 среднее арифметической модулей поправок, взятое с разным знаком.

Определим моменты времени справедливости закона сохранения энергии для основного состояния атома водорода. Для этого решим уравнение движения в комплексной плоскости

$$\frac{dr}{dt} = -i \frac{\hbar}{ma_0^2} \operatorname{Re} \left[\left(\sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r-a_k} + \frac{l+1}{r} - \frac{1}{n} \right)^2 \right] - \operatorname{Im} \left(\sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r-a_k} + \frac{l+1}{r} - \frac{1}{n} \right)^2 \Big].$$

Оно имеет решение

$$r(t-t_0) = r(t-t_0, r_0). \quad (4.1)$$

где радиус безразмерный.

Казалось бы, спин описывается спинорами и комплексное пространство для них не пригодно. Но целый спин описывается полиномами Лежандра, полуцелый полиномами Лежандра с периодом 4π , и используя половину угла, удалось использовать для описания полуцелого спина полиномы Лежандра с удвоенными целыми индексами. Кроме того, построены полиномы Лежандра с нецелыми индексами см. [14].

В этом уравнении используются введенные углы спиноров, и оператор Лапласа выглядит таким образом

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta}) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] + \\ &+ \frac{\alpha}{4r^2} \left[\frac{1}{\sin \Theta/2} \frac{\partial}{\partial \Theta/2} (\sin \Theta/2 \frac{\partial}{\partial \Theta/2}) + \frac{1}{\sin^2 \Theta/2} \frac{\partial^2}{\partial (\Omega/2)^2} \right] = \\ &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{L(L+1) + \alpha \frac{\sigma}{2} (\frac{\sigma}{2} + 1)}{r^2}, L_{eff}(L_{eff} + 1) = L(L+1) + \alpha \frac{\sigma}{2} (\frac{\sigma}{2} + 1); \end{aligned}$$

Запишем решение этого уравнения, т.е. вычисление собственной энергии и волновой функции

$$\begin{aligned} \alpha &= \mp \left(\frac{e}{\hbar c} \right)^{L_{eff}} = \mp \frac{1}{137^{L_{eff}/2}}, E_n = - \frac{me^4}{2\hbar^2 (n_r + L_{eff} + 1)^2} \\ \frac{1}{\sin \Theta/2} \frac{\partial}{\partial \Theta/2} (\sin \Theta/2 \frac{\partial}{\partial \Theta/2}) - \frac{(\sigma_z)^2}{\sin^2 \Theta/2} + \sigma(\sigma + 2) &= 0 \\ \psi(r, \Theta, \Omega) &= R_{n_r, L_{eff}}(r) Y_{lm}(\theta) Y_{\sigma\sigma_z}(\Theta/2) \exp(im\varphi + i\sigma_z \Omega/2) \\ R_{n_r, L}(r) = F(-n_r, L_{eff}, r) &= \frac{1}{L_{eff}(L_{eff} + 1) \dots (L_{eff} + n_r - 1)} z^{1-L_{eff}} \times \\ &\times \exp(r) \frac{d^{n_r}}{dr^{n_r}} [\exp(-r) r^{n_r + L_{eff} - 1}]; \end{aligned}$$

Где величина σ, σ_z определяют суммарный модуль спина электронов, и его проекцию. Сферические функции полуцелого порядка определяются полиномом Лежандра нечетного порядка $Y_{\sigma\sigma_z}(\Theta/2) \sim P_{\sigma}^{\sigma_z}(\cos \Theta/2)$.

Экспериментально определена и приведена в [1] поправка к возбужденному состоянию атома гелия при условии $L=0,1,2$ и суммарному спину $S=0,1$. При условии $S=0$ поправка равна нулю, поэтому считалась удвоенная поправка при $S=\pm 1/2$.

При суммарном спине электронов равном $S=0$. Расчет производился по формуле $\Delta_L = -0.5 + \sqrt{0.25 + L(L+1) \mp \alpha \frac{\sigma}{2} (\frac{\sigma}{2} + 1)} - L$, для нулевого спина надо вычесть две разные поправки, и получаются равные поправки с разным знаком. При спине равном 1 тоже получаются одинаковые поправки с разным знаком, но нужно взять среднее арифметической модулей поправок. Существуют положительные и отрицательные поправки, значит зависят от проекции спина.

Поправки с разной по знаку проекцией спина должны быть равны по модулю, поэтому используется среднее арифметическое модулей поправок, взятое с разным знаком. В зависимости от знака проекции спина частицы имеется как положительная, так и отрицательная поправка, равная по модулю.

L	0	1	2
$\Delta_L, \text{эксперимент}$	-0.14	0.012	-0.0022
$\Delta_L, \text{теория}$	-0.129;0.129	-0.043;0.043	-0.00219;0.00219

При суммарном спине электронов равном $S = 1$

L	0	1	2
$\Delta_L, \text{эксперимент}$	-0.296	-0.068	-0.0029
$\Delta_L, \text{теория}$	-0.184;0.184	-0.057;0.057	-0.00292;0.00292

При орбитальном квантовом числе, равном $L = 3$ поправка равна $\Delta_{L=3} = -10^{-7}$, поэтому ее экспериментальное значение не приведено в [2]. Малая точность вычисления поправки связана с тем, что не учтено взаимодействие электронов между собой.

Учет спина производится через орбитальное эффективное число в безразмерном

$$E = \frac{1}{2} \left(k^2 - i \frac{dk}{dr} \right) - \frac{1}{r} + \frac{L_{\text{eff}}(L_{\text{eff}} + 1)}{2r^2} = -\frac{1}{2n^2}; ik = \sum_{k=1}^{n_r} \frac{1}{r-b_k} + \frac{L_{\text{eff}} + 1}{r} - \frac{1}{n}$$

$$E = -\frac{1}{2(n_r + L_{\text{eff}} + 1)^2} - \sum_{\substack{p,k=1 \\ p>k}}^{n_r} \frac{1}{r-b_k} \frac{1}{r-b_p} - \frac{n_r}{nr} - \sum_{k=1}^{n_r} \frac{L_{\text{eff}} + 1 - r/n}{r(r-b_k)} =$$

$$= -\frac{1}{2(n_r + L_{\text{eff}} + 1)^2} - \sum_{\substack{p,k=1 \\ p>k}}^{n_r} \frac{1}{r-b_k} \frac{1}{r-b_p} - \sum_{k=1}^{n_r} \frac{L_{\text{eff}} + 1 - b_k/n}{r(r-b_k)}$$

Где радиус безразмерный, отнесен к радиусу Бора. Но спин влияет на собственное значение энергии от них зависит эффективный орбитальный момент, и значит смещение главного квантового числа. Причем справедлива формула

$$\sum_{\substack{p,k=1 \\ p \neq k}}^{n_r} \frac{(r-b_p)(L_{eff} + 1 - b_k/n) + r}{r(r-b_k)(r-b_p)} = 0$$

5. Расчет взаимодействия двух частиц с образованием новых двух частиц

Распишем взаимодействие двух частиц с образованием двух новых частиц.

Энергия частиц сохраняется, откуда имеем уравнение

$$\sqrt{p_1^2 + m_1^2} + \sqrt{p_1^2 + m_2^2} = \sqrt{p_0^2 + m_3^2} + \sqrt{p_0^2 + m_4^2},$$

Возведем обе части уравнения в квадрат, получим

$$\begin{aligned} 2\sqrt{p_1^2 + m_1^2}\sqrt{p_1^2 + m_2^2} &= 2p_0^2 + m_3^2 + m_4^2 - 2p_1^2 - m_1^2 - m_2^2 + 2\sqrt{p_0^2 + m_3^2}\sqrt{p_0^2 + m_4^2} = \\ &= 2\alpha_0^2 - 2p_1^2 + 2\sqrt{p_0^2 + m_3^2}\sqrt{p_0^2 + m_4^2}; 2\alpha_0^2 = 2p_0^2 + m_3^2 + m_4^2 - m_1^2 - m_2^2 \end{aligned}$$

Возведем еще раз в квадрат, получим

$$\begin{aligned} 4m_1^2 m_2^2 + 4(m_1^2 + m_2^2)p_1^2 + 4p_1^4 &= 4\alpha_0^4 - 8\alpha_0^2 p_1^2 + 4p_1^4 + 8(\alpha_0^2 - p_1^2)\sqrt{p_0^2 + m_3^2}\sqrt{p_0^2 + m_4^2} + \\ &+ 4m_3^2 m_4^2 + 4(m_3^2 + m_4^2)p_0^2 + 4p_0^4 \end{aligned}$$

Тогда образовавшийся импульс при большой образовавшейся массе может быть мнимым, турбулентным колеблющимся

$$\begin{aligned} p_1^2 &= \frac{4\alpha_0^4 + 4p_0^4 + 4p_0^2(m_3^2 + m_4^2) + 8\alpha_0^2\sqrt{p_0^2 + m_3^2}\sqrt{p_0^2 + m_4^2} + 4m_3^2 m_4^2 - 4m_1^2 m_2^2}{4(m_1^2 + m_2^2) + 8\alpha_0^2 + 8\sqrt{p_0^2 + m_3^2}\sqrt{p_0^2 + m_4^2}} = \\ &= \frac{8p_0^4 + 4p_0^2\Delta + \Delta^2 + 4(2p_0^2 + \Delta)\sqrt{p_0^2 + m_3^2}\sqrt{p_0^2 + m_4^2} + 4m_3^2 m_4^2 - 4m_1^2 m_2^2}{Q^2 + 4\Delta} \\ Q^2 &= 4(m_1^2 + m_2^2) + 8p_0^2 + 8\sqrt{p_0^2 + m_3^2}\sqrt{p_0^2 + m_4^2}; \Delta = m_3^2 + m_4^2 - m_1^2 - m_2^2 \\ m_3 = m_4 &\ll m; m_1 = m_2 = m; p_1^2 = p_0^2 \frac{2p_0^2 - m^2}{2p_0^2} \end{aligned}$$

При условии $2p_0^2 > m^2$ наблюдается мнимый импульс, т.е. при больших начальных скоростях тел с малой массой рождается частица и античастица большой массы, имеющая мнимый импульс. Мнимый импульс не означает затухание, а означает колебание с амплитудой, равной мнимой части. Причем

при комплексном начальном импульсе, получим комплексный турбулентный, колеблющийся, не затухающий импульс. При условии $m_1 = m_3; m_2 = m_4$ импульс не меняется, меняется направление распространения сталкивающихся частиц.

6. Описание столкновения двух частиц

Перейдем в систему центра инерции. Причем в этой системе отсчета частицы либо столкнутся, либо разлетятся. При столкновении действительные координаты совпадут, а мнимые будут отличаться. Считаем известной волновую функцию системы и собственное значение энергии системы, определенной по алгоритму статьи [16].

Запишем уравнение движения в комплексном пространстве

$$p_x = m_x V_x = m_x \frac{dx}{dt} = -i\hbar \frac{\partial \ln \psi(x-y)}{\partial x}$$

$$p_y = m_y V_y = m_y \frac{dy}{dt} = -i\hbar \frac{\partial \ln \psi(x-y)}{\partial y}$$

Получаем дифференциальное уравнение в комплексной плоскости, где мнимая часть импульса и координаты удовлетворяет соотношению неопределенности. Действительное турбулентное решение, полученное из комплексного решения будет равно для одной из частиц и аналогичное уравнение для другой частицы

$$z(t, \text{Re } x_0, \text{Im } x_0, \text{Re } y_0, \text{Im } y_0) = \text{Re } x(t, \text{Re } x_0, \text{Im } x_0, \text{Re } y_0, \text{Im } y_0) + \\ + \text{Im } x(t, \text{Re } x_0, \text{Im } x_0, \text{Re } y_0, \text{Im } y_0) \sin \{ \arg [x(t, \text{Re } x_0, \text{Im } x_0, \text{Re } y_0, \text{Im } y_0)] \}$$

Если в результате реакции образовались две новые массы в соответствии с законами сохранения, то столкновение будет неупругим. Направление разлета окажется случайным, равномерно распределенным по углу в системе центра инерции. В произвольной системе отсчета направление разлета надо пересчитывать. Импульс зависит от энергии образовавшейся системы. Закон сохранения энергии имеет вид и он описывает сближение частиц и служит для контроля вычислений

$$E_l(1+i\alpha) = U[x(t) - y(t)] + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{[x(t) - y(t)]^2} \left(\frac{1}{2m_x} + \frac{1}{2m_y} \right) + p^2 [x(t) - y(t)] \left(\frac{1}{2m_x} + \frac{1}{2m_y} \right) - i\hbar \frac{\partial p(x-y)}{\partial (x-y)}$$

Правая часть уравнения комплексная, необходимо к действительной собственной энергии добавить комплексный множитель. В момент столкновения разность действительных координат равна нулю и импульс определится из уравнения

$$E_l(1+i\beta) = U[\text{Im}x(0) - \text{Im}y(0)] + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{[\text{Im}x(0) - \text{Im}y(0)]^2} \left(\frac{1}{2m_x} + \frac{1}{2m_y} \right) + p^2 [\text{Im}x(0) - \text{Im}y(0)] \left(\frac{1}{2m_x} + \frac{1}{2m_y} \right)$$

Зная энергию и импульс после столкновения имеем начальные условия для разлета частиц. При неупругом столкновении энергия системы может измениться за счет изменения азимутального квантового числа. При потенциале

Кулона потенциальная энергия квантуется $U_n = -\frac{Ze^2}{2[x(t) - y(t)]n^2}$ с возможным

изменением главного квантового числа. Но формула для энергии потенциала Кулона строго определяет радиус Бора, а взаимодействующие частицы находятся на произвольном расстоянии, но закон сохранения комплексной энергии действует. Волновая функция системы отличается от волновой функции атома водорода, поэтому необходимо использовать предлагаемую конструкцию для энергии потенциала Кулона. Как квантуется произвольный потенциал

неразрешимая проблема. В случае потенциала $U = \frac{A}{r^2} + Br^2$ имеем собственную

энергию

$$E_{nl} = \hbar \sqrt{\frac{B}{2m}} \left[4n + 2 + \sqrt{(2l+1)^2 + \frac{8mA}{\hbar^2}} \right]; m = \frac{m_x m_y}{m_x + m_y}$$

В случае потенциала $U = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}$ имеем собственную энергию

$$E_{pl} = -\frac{2B^2 m}{\hbar^2} \left[2n - 2s - 1 + \sqrt{(2l+1)^2 + \frac{8mA}{\hbar^2}} \right]^{-2}; m = \frac{m_x m_y}{m_x + m_y}; s(s+1) = l(l+1) + \frac{2mA}{\hbar^2}$$

В случае потенциала $U = -\frac{U_0}{\cosh^2 \alpha r}$ имеем собственную энергию

$$E_n = -\frac{\alpha^2 \hbar^2}{8m} \left[-(1+2n) + \sqrt{1 + \frac{8mU_0}{\alpha^2 \hbar^2}} \right]^2; m = \frac{m_x m_y}{m_x + m_y}$$

В собственное значение энергии введены переменные координаты системы.

7. Опишем рассеяние на элементарных частицах при наличие внешнего воздействия

Раздел 6 описывается взаимодействие элементарных частиц без наличия внешнего воздействия. Опишем это взаимодействие при наличии внешнего воздействия.

Рассмотрим уравнение Дирака с произвольным векторным и скалярным потенциалом для множества частиц

$$\sum_{\mu, k} \left[\hat{p}_\mu - \frac{e}{c} (A_\mu(x_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N A_\mu(x_p - x_q)) \right] \gamma_{ik}^\mu \psi_k(x_p) = mc \psi_i(x_p)$$

Приведем формулу к зависимости от логарифма волновой функции и приводим подобные члены, получим

$$\sum_k \psi_k(x_p) \left\{ \sum_\mu \left[\hat{p}_\mu \gamma_{ik}^\mu \ln \psi_k(x_p) - \frac{e}{c} (A_\mu(x_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N A_\mu(x_p - x_q)) \gamma_{ik}^\mu \right] - mc \delta_{ik} \right\} = 0.$$

Где используются четырех векторы для описания разных частиц. Потенциал $A_\mu(x_p)$ – это внешнее воздействие. Кроме того, учитывается парное взаимодействие между частицами. Для тождественного равенства нулю

волновой функции она должна равняться нулю с точностью до множителя, поэтому коэффициент перед ней должен быть равен нулю.

В данной формуле индексы i, k фиксированы и матрицы Дирака действительные

$$\sum_{\mu} [\hat{p}_{\mu} \gamma_{ik}^{\mu} \ln \psi_k(x_p) - \frac{e}{c} (A_{\mu}(x_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N A_{\mu}(x_p - x_q)) \gamma_{ik}^{\mu}] = mc \beta_{ik}.$$

Умножаем на обратную матрицу при фиксированном k

$$\sum_{\mu, i} \gamma_{vki}^{-1} p_{\mu} \gamma_{ik}^{\mu} = \sum_{\mu} p_{\mu} \delta_v^{\mu} = p_v; \sum_i \gamma_{vki}^{-1} \gamma_{ik}^{\mu} = \delta_v^{\mu}$$

получаем единичную матрицу

относительно верхнего и нижнего индекса, получим при фиксированных v, k .

Если элемент матриц γ_{ik}^{μ} с индексом k тождественно равен нулю, то умножение на обратную матрицу не производим и обратную матрицу с этим элементом не считаем. Просуммируем по индексу k . Получим произведение компонент спиноров после умножения на обратную матрицу

$$\sum_{k=1}^4 \hat{p}_v \ln \psi_k(x_1, \dots, x_N) / 4 = p_v(x_1, \dots, x_N) = \frac{e}{c} [A_v(x_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N A_v(x_p - x_q)] + \sum_{k, i=1}^4 mc \gamma_{vki}^{-1} \beta_{ik} / 4.$$

Так как левая часть уравнения мнимая, потенциалы должны зависеть от комплексных координат. Найдем линии тока уравнения Дирака, при комплексных начальных условиях, и вычислим потенциалы вдоль этих линий. Но предварительно надо произвести расчет электрических и магнитных напряженностей. Это надо делать в комплексной плоскости. Зная комплексные напряженности электрического и магнитного поля произведем квантовый расчет его комплексных траекторий. Рассчитаем также траектории в системе центра инерции. На основе рассчитанного потенциала взаимодействия определяем массу образовавшейся частицы в результате столкновения.

$$\begin{aligned}
\frac{dA_{vp}}{ds} &= e_{vnm} H_n(x_Q) u_m / 2 = e_{vnm} H_n(x_{vp}) p_{mp}(x_{vp}) / 2mc; p = 1, \dots, P; v = 1, \dots, 3 \\
\frac{dA_{0p}}{ds} &= \sum_{n=1}^3 E_n(x_{vp}) p_{np}(x_{vp}) / mc; A_{vp} = A_{vp}(s, x_Q^0) \\
\frac{dx_{vp}}{ds} &= p_{vp}(x_Q) / m, x_{vp} = x_{vp}(s, x_Q^0); p = 1, \dots, P; v = 0, \dots, 3 \\
x_Q &= (x_{01}, x_{11}, x_{21}, x_{31}, \dots, x_{0Q}, x_{1Q}, x_{2Q}, x_{3Q}) \\
x_Q^0 &= (x_{01}^0, x_{11}^0, x_{21}^0, x_{31}^0, \dots, x_{kQ}^0, x_{1Q}^0, x_{2Q}^0, x_{3Q}^0)
\end{aligned} \quad . \quad (7.1)$$

Эти дифференциальные уравнения запишутся для каждой частицы по отдельности, при волновой функции, зависящей от всех частиц. При этом для поля и импульса в уравнении Дирака определяется среднее арифметическое. Эти дифференциальные уравнения запишутся в комплексном пространстве, где мнимая часть удовлетворяет соотношению неопределенности и начальные условия комплексные. Действительное решение следует из условия непрерывности мнимой части решения. При этом другой соответствующий параметр комплексный и имеет бесконечную мнимую часть.

$$\text{Im}x_{vp} \sim s^\alpha; \alpha < 1; \frac{d \text{Im}x_{vp}}{ds} = \text{Im}p_{vp}(x_Q) / m = \lim_{s \rightarrow 0} \alpha s^{\alpha-1} = \text{Im}\infty; .$$

Данные оценки следуют из свойств собственных значений. В случае невыполнения данной оценки мнимой части координаты, мнимая часть импульса является конечной и соотношение неопределенности не работает, дисперсия импульса существует. Существует две ветви квантовой механики, с действительным и комплексным пространством. Между ними граница, как между действительным ламинарным режимом и комплексным турбулентным режимом. Но нет критического числа Рейнольдса. Операторы самосопряженные для действительного пространства и симметричные или антисимметричные для комплексного пространства. В действительной квантовой механике делаются попытки использовать для описания энергии, импульса и времени мнимые величины, но это вынужденные, силовые усилия. Собственные значения самосопряженных операторов действительные. Комплексные величины не могут быть собственными значениями операторов, так как они содержат мнимую

часть, физический смысл которой переменная величина. Комплексные решения – это функции, описывающие траектории частиц в комплексном пространстве, аналог турбулентных линий тока.

Счет будем вести в системе центра инерции. По значению интервала определим начальные условия. Причем это начальное условие является продолжением решения (7.1), т.е. получаем, что решению с нулевым импульсом (7.2), соответствует решение (7.1). Тогда получаем формулу, где для импульса и поля взято среднее арифметическое

$$p_\nu(s, x_Q^0) = \frac{e}{c} [A_\nu(x_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N A_\nu(x_p - x_q)] + \sum_{k,i=1}^4 mc\gamma_{\nu ki}^{-1} \beta_{ik} / 4 = 0; \nu = 0, \dots, 3 \quad (7.2)$$

Определив координаты при некотором значении интервала, учитывая отдельно каждую частицу, следующие координаты определим из дифференциального уравнения (7.3). Причем так как каждый потенциал определяется своей координатой, получатся разные уравнения для разных частиц.

$$\frac{\partial A_{\mu p}(x_p)}{\partial x_{\nu p}} \frac{dx_{\nu p}}{ds} = - \frac{d \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N A_{\mu p}(x_p - x_q)}{ds}. \quad (7.3)$$

При столкновении правая часть дифференциального уравнения стремится к бесконечности, значит и скорость, и импульс стремится к бесконечности в одной точке. Это означает, что координата испытывает скачок. Докажем это по-другому. Третье дифференциальное уравнение (7.1) имеет особенность, бесконечность правой части в точке столкновения. А это означает нарушение непрерывности решения и скачок координаты см. [15], т.е. скачкообразное изменение потенциала, или изменение массы рассеянной частицы.

Начальные условия выберем с поперечным радиусом удовлетворяющем гауссовой поверхности. Т.е. со сгущением к центру потока. Дисперсию гауссовой кривой надо задавать, ее можно оценить из эксперимента. Мнимую часть начальных условий выберем средней для расстояния между соседними точками.

Значение энергии определится из знания скалярного потенциала

$$\text{электрического поля } e[A_0(x_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N A_0(x_p - x_q)] = -mc^2 \sum_{k,i=1}^4 \gamma_{0ki}^{-1} \beta_{ik}.$$

При этом энергия определится однозначно в системе центра инерции

$$H = mc^2 (1 + \sum_{k,i=1}^4 \gamma_{0ki}^{-1} \beta_{ik} / 4).$$

Получается, что каждая частица находится в системе центра инерции. Частицы либо столкнутся, с совпадением действительной части координаты, либо разлетятся. При этом мнимая часть координаты отличается. Их энергия либо останется неизменной, либо образуются несколько новых частиц, масса которых определится из уравнения. Свойства предела передаются от доминирующего потенциала.

$$m_{xv} = \frac{-e[A_v(x_p) + \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N A_v(x_p - x_q)]}{c^2 \sum_{k,i=1}^4 \gamma_{vki}^{-1} \beta_{ik}}, \quad (7.4)$$

Для остальных частиц масса не изменится. Образоваться новая частица может за счет совпадения действительных координат, при малой разнице мнимых координат, тогда потенциал возрастет, и новая частица образуется, сечение реакции велико. Параллельно для получения скачка координаты, надо считать знаменатель только с действительной частью и при нуле знаменателя произойдет скачок. Но при решении уравнения (7.3) надо воспользоваться неявной схемой решения.

$$\text{Re } x_{vp} = \text{Re} \{ x_{vp0} - [\frac{\partial A_{\mu p}(x_p)}{\partial x_{vp}}]^{-1} \frac{d \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^N A_{\mu p}(\text{Re } x_p - \text{Re } x_{q0})}{ds} \Delta s \}$$

Тогда бесконечность знаменателя не произойдет и определится выход из системы центра инерции при минимальной разности сталкивающихся координат. Для возврата в систему центра инерции надо изменить массу.

Импульс частицы состоит из двух частей, материальной и полевой. В сумме они равны нулю. Эта формула в случае образования двух частиц, каждая со своей массой. В случае образования трех частиц одна из них распадется в перпендикулярном направлении на суммарный нулевой импульс.

Сечение рассеяния определится из формулы

$$\sigma = \frac{\pi \hbar^2}{p^2} \frac{|\operatorname{Re} x_p(t_1 + \frac{\hbar}{\Gamma}) - \operatorname{Re} x_q(t_1 + \frac{\hbar}{\Gamma})|^2}{|\operatorname{Im} x_p(t_1) - \operatorname{Im} y_q(t_1)|^2 + |\operatorname{Re} x_p(t_1 + \frac{\hbar}{\Gamma}) - \operatorname{Re} x_q(t_1 + \frac{\hbar}{\Gamma})|^2}; \sigma_{\max} = \frac{\pi \hbar^2}{p^2};$$

$$\operatorname{Re} x_p(t_1) = \operatorname{Re} x_q(t_1); x_p(t) \neq x_q(t); p = \sum_{k,i=1}^4 mc \gamma_{vki}^{-1} \beta_{ik}; \Gamma = \frac{m_e c^2}{137^2} + \Gamma_1 + \Gamma_2$$

В случае бесконечного времени жизни получаем максимальную добавку к времени столкновения. Частицы являются точечными, их размер учитывает мнимая часть координаты. При лобовом столкновении действительные части совпадают, а мнимые координаты отличаются. Поэтому в знаменателе и в числителе надо вводить не нулевую разность действительных координат.

Выводы

Подведем итоги. Существуют две разные версии квантовой механики в действительном и комплексном пространстве. В действительном пространстве используются операторы и коммутационные соотношения, нет понятия траектория и используются волновые функции элементарных частиц. Выполняется операторный закон сохранения энергии. В комплексном пространстве есть только частные производные и функции скорости и координат, если мнимые части удовлетворяют соотношению неопределенности. Выполняется закон сохранения энергии дискретный или непрерывный. Существуют действительные дыры в комплексном пространстве, которые иногда описываются постоянными скоростями и координатами. Для них закон сохранения энергии не выполняется. Имеется волновая функция, описываемая постоянными скоростями и координатами.

Список литературы

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. т.Ш, Наука, 1989,768с.
2. Ольховский В.С., Майданюк С.П., Рэками Э. О несамосопряженных операторах в описании наблюдаемых в квантовой теории и ядерной физике. Физика элементарных частиц и атомного ядра. Т.41, 2010, Вып.4 http://www1.jinr.ru/Pepan/2010-v41/v-41-4/02_Olkhovskii.pdf
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля т.Ш, Наука, М.,1973,564с.
4. Якубовский Е.Г. Комплексные решения уравнений в частных производных. VIII Международная Научно-практическая конференция «Актуальные вопросы развития инновационной деятельности в новом тысячелетии», Новосибирск, 2014г., стр.60-65 <http://math-systems.ru/files/Arhiv/19-0.09.2014/mis8.pdf#page=66>
5. Попов А.В. Применение несамосопряженных операторов для описания возбуждений на примере атома водорода. Известия алтайского государственного университета. №1 (73), т. 2, 2012г. <http://izvestia.asu.ru/2012/1-2/phys/TheNewsOfASU-2012-1-2-phys-06.pdf>
6. Якубовский Е. Г. Модель комплексного пространства. Материалы XIII международной научно-практической конференции, Теория и практика современной науки. Т.1, М.: 2014г. http://istina.msu.ru/media/publications/article/c86/8ef/10390297/Model_kompleksnogo_prostranstva.pdf
7. Якубовский Е.Г. Физический смысл уравнений квантовой механики, электродинамики и уравнения ОТО. «Энциклопедический фонд России». 2014г., 65с., <http://russika.ru/sa.php?s=890>
8. Якубовский Е.Г. По поводу преобразований Лоренца «Энциклопедический фонд России», 2019, 115 стр. http://www.russika.ru/userfiles/390_1620069631.pdf

9. Якубовский Е.Г. Кинематика описания турбулентного потока с помощью комплексной скорости «Энциклопедический фонд России», 2019, 8 стр.
http://www.russika.ru/userfiles/390_1628035056.pdf
10. Якубовский Е.Г. Зависимость от радиуса и углов полной энергии атома
Globus: Технические науки Том: 7 Номер: 2 (38) Год: 2021 Стр. 21-24
11. Якубовский Е.Г. Квантовая механика для тел большой массы
«Энциклопедический фонд России», 2019, 9 стр.
http://www.russika.ru/userfiles/390_1599325420.pdf
12. Якубовский Е.Г. Общая теория гравитационного и электромагнитного поля. «Энциклопедический фонд России», 2015, 19 стр.
<http://russika.ru/sa.php?s=434>
13. Вергелес С.Н. Лекции по квантовой электродинамике М.: ФИЗМАТЛИТ. 2008, 248стр.
14. Якубовский Е.Г. Полиномы Лежандра не целого порядка
«Энциклопедический фонд России», 2020, 11 стр.
http://russika.ru/userfiles/390_1505253784.pdf
15. Якубовский Е.Г. Скачки решения системы обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений «Энциклопедический фонд России», 2019, 9 стр. <http://www.russika.ru/sa.php?s=1237>
16. Якубовский Е.Г. Использование свойств масс и зарядов при описании физических процессов «Энциклопедический фонд России», 2020, 31стр.
http://russika.ru/userfiles/390_1606123930.pdf