

## Об инвариантности формулы закона сохранения механической энергии

Асиф Гусейнов Камиль-оглы  
Азербайджанская Республика, г. Ленкорань  
akhuseynov@mail.ru  
Февраль 29.2016

### Аннотация

*Доказано, что формула закона сохранения полной механической энергии принятой в современном физике не инвариантна относительно преобразования Галилея.*

*Выведена новая формула выражающая закон сохранения полной механической энергии.*

### 1. Принятые термины и определения

**Механическое движение** – это изменение положения тел в пространстве относительно друг друга с течением времени.

**Механическая система** – это совокупность тел, движение которой подлежит исследованию.

**Механическая энергия** – энергия механического движения и взаимодействия тел или их частей. Механическая энергия системы тел равна сумме кинетической энергии и потенциальной энергии этой системы. Это физическая величина, являющаяся функцией состояния системы и характеризующая способность системы совершать работу.

**Потенциальная энергия** – механическая энергия системы тел, которая определяется характером сил взаимодействия между ними и их взаимным расположением.

**Полной механической энергией системы тел** называется сумма потенциальной и кинетической энергий данной системы тел.

**Замкнутая система тел** – совокупность физических тел, у которых взаимодействия с внешними телами отсутствуют.

**Консервативные силы (потенциальные силы)** – это силы, работа которых не зависит от вида траектории, точки приложения этих сил и закона их движения, и определяется только начальным и конечным положением этой точки. Равносильным определением является и следующее: консервативные силы — это такие силы, работа которых по любой замкнутой траектории равна нулю.

**Консервативная система** – механическая система, работа неконсервативных сил которой равна нулю и действуют только консервативные силы.

**Теорема о потенциальной энергии** – работа консервативных сил, действующих на тело, равна изменению его потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком.

**Кинетическая энергия** – энергия, которая обладает тело вследствие своего механического движения. Кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела.

**Теорема о кинетической энергии** – изменение кинетической энергии тела равно работе действующей на нее силы.

**Пружинный маятник** – это колебательная система, состоящая из груза, закрепленный на пружине, совершающая гармонические колебания под действием упругой силы, зависящей от величины линейной деформации по закону Гука.

**Принцип относительности Галилея** – требование независимости законов классической механики от выбора *инерциальной системы отсчёта* (ИСО), понимаемое как *инвариантность* (неизменность) уравнений механики относительно *преобразований Галилея*, т. е. преобразований координат и времени движущейся материальной точки при переходе от одной ИСО к другой.

## 2. Вывод формулы закона сохранения полной механической энергии в современном физике

Закон сохранения полной механической энергии в процессах с участием сил упругости и гравитационных сил является одним из основных законов механики и в современном физике формула этого закона выводится следующим образом:

Если тела, составляющие замкнутую механическую систему, взаимодействуют между собой только посредством консервативных сил, например, силой тяготения или силой упругости, то работа этих сил  $A$  равна:

- по *теореме о потенциальной энергии* изменению *потенциальной энергии тел*  $\Delta P$  взятому с противоположным знаком:

$$A = -\Delta P = -(P_2 - P_1) \quad (1)$$

- по *теореме о кинетической энергии* изменению кинетической энергии тел  $\Delta K$  :

$$A = \Delta K = K_2 - K_1 \quad (2)$$

Здесь, *работа консервативных сил* равна энергии, превратившейся из одного вида в другой.

Следовательно:

$$-\Delta P = \Delta K = -(P_2 - P_1) = K_2 - K_1 \Rightarrow P_1 + K_1 = P_2 + K_2 \quad (3)$$

Из равенства (3) следует, что сумма кинетической и потенциальной энергии тел, составляющих замкнутую систему и взаимодействующих между собой силами тяготения и силами упругости, остается постоянной. Это утверждение называется *законом сохранения энергии в механических процессах*.

## 3. Серьезные ошибки, пропущенные при выводе формулу закона сохранения полной механической энергии в современном физике

**Ошибка 1.** Значения изменения потенциальной энергии взятого с противоположным знаком в случаях  $P_1 > P_2$  имеет положительный знак, а в случаях  $P_1 < P_2$  (например, когда в поле тяготения тело брошено вверх) отрицательный знак.

В каждом отдельно взятом случае (в случаях  $P_1 > P_2$  и  $P_1 < P_2$ ) изменения потенциальной энергии, изменение кинетической энергии  $\Delta K$  может иметь как положительные, так и отрицательные значения в зависимости от выбора ИСО. Поэтому в случае  $P_1 > P_2$  равенства между (1) и (2) получается только при  $\Delta K > 0$ , в других случаях  $-\Delta P \neq \Delta K$ , а в случае  $P_1 < P_2$  равенства между (1) и (2) получается только при  $\Delta K < 0$  и в других случаях тоже  $-\Delta P \neq \Delta K$ . Это означает: *Изменение потенциальной энергии взятого с противоположным знаком не всегда равно изменению кинетической энергии, поэтому равенства (3) не всегда выполняется.*

Для вывода формулы закона сохранения энергии в механических процессах нужно учитывать особенности (Правила) между зависимости совершенной работой  $A$  и потребляемой энергии  $\Delta E$ . Надо учитывать, что механическая работа  $A$  совершенная над телом не всегда равно на потребляемой энергии  $\Delta E$ . Только в случаях  $A > 0$  имеется место равенство  $\Delta E = A$ , в других случаях всегда  $\Delta E \neq A$ . (Гусейнов А.К. Правила расчета потребляемой энергии телом на совершение механической работы. [http://www.russika.ru/userfiles/adm\\_1454262041.pdf](http://www.russika.ru/userfiles/adm_1454262041.pdf) ).

Абсолютная значения изменения потенциальной энергии – это затраченная энергия источником силы на совершение работу, равная потребляемой энергии  $\Delta E$  телом при любом изменении кинетической энергии и всегда и во всех инерциальных системах отсчета (ИСО) имеет положительную значение:  $|\Delta P| = \Delta E > 0$ .

$$|\Delta P| = \Delta E = \begin{cases} A_+ = K_2 - K_1, & \text{если работа положительная} \\ |A_-| = |K_2 - K_1|, & \text{если работа отрицательная} \\ |A_-| + (A_+) = K_1 + K_2, & \text{если работа изменяет знак} \end{cases} \quad (4)$$

Посмотрим в сущность **Ошибки 1** в следующем примере:

Допустим, тело массой  $m$  в поле тяготения вблизи поверхности Земли, где ускорение  $g$  принимается приближённо постоянной, свободно падает с высоты относительно нулевого уровня от  $h_1$  до  $h_2$ . Скорость этого тела изменяется соответственно от  $v_1=0$  до  $v_2=10$  м/сек..

Ведём наблюдение над этим механическим событием от трех ИСО у которых, ось абсцисса перпендикулярно направлена к поверхности Земли. Во всех ИСО сила тяжести будет совершать положительную работу и равную изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком:  $P_1 > P_2 \Rightarrow |\Delta P| = -\Delta P = -(P_2 - P_1) > 0$ .

1) В ИСО связанной с Земли изменение кинетической энергии будут иметь положительный знак:  $|v_2=10 \text{ м/сек}| > |v_1=0 \text{ м/сек}| \Rightarrow K_2 > K_1 \Rightarrow \Delta K > 0$ , будет выполняться равенства (3) или  $-\Delta P = \Delta K$ , а в формуле (4) выполняется условия «если работа положительная»:

$$|\Delta P| = -\Delta P = \Delta E = A_+ = K_2 - K_1$$

2) В ИСО движущейся по направлению оси абсцисса со скоростью  $v_s = 12$  м/сек., скоростей  $v'_2$  и  $v'_1$  будет определяться по преобразование Галилея:

$$v'_1 = v_1 - v_s = 0 - 12 \text{ м/сек.} = -12 \text{ м/сек.} \quad \text{и} \quad v'_2 = v_2 - v_s = 10 \text{ м/сек.} - 12 \text{ м/сек.} = -2 \text{ м/сек.}$$

В этой ИСО получается:

$|v'_2 = -2 \text{ м/сек.}| < |v'_1 = -12 \text{ м/сек.}| \Rightarrow K_2 < K_1 \Rightarrow \Delta K < 0 \Rightarrow -\Delta P \neq \Delta K$ , равенства (3) не выполняется.

В формуле (4) выполняется условия «если работа отрицательная»:

$$|\Delta P| = -\Delta P = \Delta E = A_- = |K_2 - K_1|$$

3) В ИСО движущейся по направлению оси абсцисса со скоростью  $v_s = 5$  м/сек., скоростей  $v'_2$  и  $v'_1$  будет определяться по преобразование Галилея:

$$v'_1 = v_1 - v_s = 0 - 5 \text{ м/сек.} = -5 \text{ м/сек.} \quad \text{и} \quad v'_2 = v_2 - v_s = 10 \text{ м/сек.} - 5 \text{ м/сек.} = 5 \text{ м/сек.}$$

В этой ИСО получается:

$|v'_2 = 5 \text{ м/сек.}| = |v'_1 = -5 \text{ м/сек.}| \Rightarrow K_2 = K_1 \Rightarrow \Delta K = 0 \Rightarrow -\Delta P \neq \Delta K$ , равенства (3) не выполняется.

В формуле (4) выполняется условия «если работа изменяет знак»:

$$|\Delta P| = -\Delta P = \Delta E = |A_-| + (A_+) = K_1 + K_2$$

В этом примере ясно видно, что в 2-ом и 3-ем ИСО формула (3) закона сохранения полной механической энергии представленной в сегодняшнем физике не отвечает требованиям инвариантности и поэтому неправильно.

Формулы (3) можно использовать только в частных случаях, когда  $P_1 > P_2$  и  $\Delta K > 0$  или когда  $P_1 < P_2$  и  $\Delta K < 0$ . Эти условия выполняются только в ИСО связанной с взаимодействующими телами (Землей, пружиной и т.д.).

**Ошибка 2.** Эта ошибка обусловлена использованием ошибочными формулами механической работы  $A=FS$  и кинетической энергии  $K=mv^2/2$ .

Только при использовании правильной формулы работы в форме  $A=F\Delta t$  (здесь,  $F$  - модуль силы) и кинетической энергии в форме  $K=mv^2/2$  (Гусейнов А.К. Аристотелевская формула механической работы в физике. [http://www.russika.ru/userfiles/adm\\_1442348177.pdf](http://www.russika.ru/userfiles/adm_1442348177.pdf)) формула (4) становится инвариантным по отношению преобразования Галилея:

$$|\Delta P| = \Delta E = \begin{cases} |mv_2| - |mv_1|, & \text{если работа положительная} \\ ||mv_2| - |mv_1||, & \text{если работа отрицательная} \\ |mv_1| + |mv_2|, & \text{если работа изменяет знак} \end{cases} \quad (5)$$

**Ошибка 3.** Эта ошибка обусловлена использованием ошибочными формулами потенциальной энергии в поле тяготения вблизи поверхности Земли  $P=mgh$  ( $h$  - расстояния от поверхности Земли) и потенциальной энергии в поле силы упругости  $P=kx^2/2$  ( $x$ -длина деформации).

Потенциальная энергия по физической сущности не относительная величина по отношению инерциальных систем отсчета (ИСО). В формулах  $P=mgh$  и  $P=kx^2/2$  величины  $h$  - расстояния от поверхности Земли и  $x$  - длина деформации являются **отрезками линии** с фиксированными начальными и конечными координатами, а длина этих отрезков не зависит от выбора ИСО. Но, несмотря на имеющиеся характеристики как **не относительность**, величины  $h$  - расстояния и  $x$  - длина деформации в современном физике, к сожалению, приравнивают на относительной величине *перемещение* или *пройденный путь*, это происходит при определении формулы  $P=mgh$  и  $P=kx^2/2$  с помощью относительной формулы работы  $A=FS$ . Такое определение изменяет физическую сущность потенциальной энергии. Поэтому формула потенциальной энергии должна определяться только с помощью формулы механической работы  $A=F\Delta t$ .

### 3.1. Закон сохранения полной механической энергии в поле тяготения вблизи поверхности Земли

При перемещении (свободном падении) тела массой  $m$  в поле тяготения вблизи поверхности Земли, где ускорение свободного падения  $g$  принимается приближённо постоянной, с высоты  $h_1$  относительно нулевого уровня до высоты  $h_2$  сила тяжести совершает работу равную изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком:

$$A = F\Delta t = mg(t_1 - t_2) = m(\sqrt{2gh_1} - \sqrt{2gh_2}) = |\Delta P| = -\Delta P = -(P_2 - P_1) \quad (6)$$

где  $t_1 = \sqrt{2h_1/g}$  и  $t_2 = \sqrt{2h_2/g}$  - времени свободного падения ( без начальной скорости ) соответственно с высоты  $h_1$  и  $h_2$ . Отсюда получается выражения для потенциальной энергии тело  $m$  относительно поверхности Земли на высоте  $h$ :

$$P = m\sqrt{2gh} \quad (7)$$

Для закона сохранения полной механической энергии в поле тяготения вблизи поверхности Земли получается следующая формула :

$$|m(\sqrt{2gh_1} - \sqrt{2gh_2})| = \begin{cases} |mv_2| - |mv_1|, & \text{если работа положительная} \\ ||mv_2| - |mv_1||, & \text{если работа отрицательная} \\ |mv_1| + |mv_2|, & \text{если работа изменяет знак} \end{cases} \quad (8)$$

### 3.2. Закон сохранения полной механической энергии в поле силы упругости

В отличие от перемещения тела в поле тяготения вблизи поверхности Земли, при которой сила тяжести приближенно постоянно и не зависит от времени, при перемещении в поле силы упругости сила зависит от времени. Поэтому работа силы на конечном перемещении должно определяться интегрированием элементарных работ  $dA=F(t)dt$ . Для этого интегрирования нужно знать формулы зависимости силы упругости от времени.

Такая зависимость ярка выражена в уравнение свободного механического колебания горизонтального пружинного маятника.

(<http://multiring.ru/course/physicspart1/content/chapter2/section/paragraph2/theory.html#.Vr2oLm0XfIV>. Механические колебания и волны )

Груз некоторой массы  $m$ , прикрепленный к пружине жесткостью  $k$ , второй конец которой закреплен неподвижно, составляют систему, способную в отсутствие трения совершать свободные гармонические колебания. Свободные колебания совершаются под действием внутренних сил замкнутой системы после того, как система была выведена из положения равновесия.

Гармонические колебания пружинного маятника описываются уравнением:

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (9)$$

Здесь  $x$  – смещение тела от положения равновесия – деформация пружина,  $x_m$  – амплитуда колебаний, т. е. максимальное смещение от положения равновесия – максимальная деформация пружина,  $\omega$  – циклическая или круговая частота колебаний груза на пружине:

$$\omega = \sqrt{k/m}, \quad (10)$$

$t$  – время,  $\varphi = \omega t + \varphi_0$  – фаза гармонического процесса,  $\varphi_0$  – начальная фаза.

Период  $T$  гармонических колебаний груза на пружине равен :

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{m/k} \quad (11)$$

Зависимости силы упругости от времени:

$$F(t) = kx(t) = kx_m \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (12)$$

Потенциальная энергия упруго деформированного тела равна работе силы упругости при переходе из данного состояния в состояние с нулевой деформацией.

В процессе возвращения пружинного маятника к первоначальному положению, сила упругости за время

$$t = T/4 = \pi/2\omega \Rightarrow \omega t = \pi/2 \quad (13)$$

совершает работу, которой потенциальная энергия пружина полностью переходит в кинетическую энергию тела. Эта работа равно на потенциальную энергию пружинного маятника.

Элементарная работа за время  $dt$  :

$$dA = F(t)dt = kx(t)dt = kx_m \cos(\omega t + \varphi_0)dt \quad (14)$$

Учитывая  $\varphi_0 = 0$ ,  $t = T/4 = \pi/2\omega$ ,  $\omega = \sqrt{k/m}$  и

$$\int \cos\omega t dt = \frac{\sin\omega t}{\omega} = \sqrt{k/m} \sin\omega t \quad \text{интегрируем выражение (14):}$$

$$A = \int_0^{T/4} kx_m \cos \omega t dt = kx_m \sqrt{m/k} (\sin(\pi/2) - \sin(0)) = x_m \sqrt{mk} \quad (15)$$

Из (15) получаем формулы для потенциальной энергии тела  $m$  в поле силы упругости:

$$P = x_m \sqrt{mk} \quad (16)$$

Если в начальном состоянии пружина уже была деформирована, а ее удлинение было равно  $x_{1m}$ , тогда при переходе в новое состояние с удлинением  $x_{2m}$  сила упругости затрачивает энергию  $|\Delta P|$  и совершает работу, равную изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком:

$$A = |\Delta P| = -\Delta P = -(P_2 - P_1) = \Delta E = (x_1 - x_2) \sqrt{mk} \quad (17)$$

Для закона сохранения полной механической энергии в поле силы упругости получается следующая формула :

$$|(x_1 - x_2) \sqrt{mk}| = \begin{cases} |mv_2| - |mv_1|, & \text{если работа положительная} \\ ||mv_2| - |mv_1||, & \text{если работа отрицательная} \\ |mv_1| + |mv_2|, & \text{если работа изменяет знак} \end{cases} \quad (18)$$

#### 4. Выводы

1. Сумма кинетической и потенциальной энергии тел, составляющих замкнутую систему и взаимодействующих между собой силами тяготения и силами упругости, в общем случае **не** остается постоянной:

$$P_1 + K_1 \neq P_2 + K_2$$

2. Обобщение выражений (4), (5), (8) и (18), для закона сохранения полной механической энергии в замкнутой системе дает следующей простой формулировки удовлетворяющий Закон сохранения и превращения энергии и Принципу относительности механики:

**В замкнутой системе тел затраченная потенциальная энергия всегда равно потребляемой энергии тела при любом изменении кинетической энергии:**

$$|\Delta P| = \Delta E$$

где,  $|\Delta P| = |m(\sqrt{2gh_1} - \sqrt{2gh_2})|$  – в поле тяготения вблизи поверхности Земли,

$|\Delta P| = |(x_1 - x_2) \sqrt{mk}|$  – в поле силы упругости ,

$$\Delta E = \begin{cases} |mv_2| - |mv_1|, & \text{если работа положительная} \\ ||mv_2| - |mv_1||, & \text{если работа отрицательная} \\ |mv_1| + |mv_2|, & \text{если работа изменяет знак} \end{cases}$$